SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: *07 tháng 6 năm 2018*
Thời gian làm bài: *120 phút*

Bài I *(2,0 điểm)* Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$

Bài II. *(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-|y+2|=3\\x+2|y+2|=3\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(m+2)x+3$ và Parabol $(P): y=x^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Bài IV. (3,5 điểm)

Cho đường tròn *(O;R)* với dây cung *AB* không đi qua tâm. Lấy *S* là một điểm bất kì trên tia đối của tia *AB* (*S* khác *A*). Từ điểm *S* vẽ hai tiếp tuyến *SC, SD* với đường tròn *(O;R)* sao cho điểm *C* nằm trên cung nhỏ AB (*C, D* là các tiếp điểm). Gọi *H* là trung điểm của đoạn thẳng *AB.*

1) Chứng minh năm điểm *C, D, H, O, S* thuộc đường tròn đường kính *SO.*
2) Khi *SO = 2R*, hãy tính độ dài đoạn thẳng *SD* theo *R* và tính số đo $\widehat{CSD}$.
3) Đường thẳng đi qua điểm *A* và song song với đường thẳng *SC*, cắt đoạn thẳng *CD* tại điểm *K*. Chứng minh tứ giác *ADHK* là tứ giác nội tiếp và đường thẳng *BK* đi qua trung điểm của đoạn thẳng *SC.*
4) Gọi *E* là trung điểm của đoạn thẳng *BD* và *F* là hình chiếu vuông góc của điểm *E* trên đường thẳng *AD*. Chứng minh rằng, khi điểm *S* thay đổi trên tia đối của tia *AB* thì điểm *F* luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài V (0,5 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$

………………………..**HẾT**………………………….

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài I.

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ **và** $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ **với** $x\ge 0;\ x\ne 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$**.**

Do $x=9$ thỏa mãn điều kiện nên thay $x=9$ vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1}=\frac{3+4}{3-1}=\frac{7}{2}$$

Vậy khi $x=9$ thì $A=\dfrac{7}{2}$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$**.**

Với $x\ge 0;\ x\ne 1$ ta có:

$$B=\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$$
$$B=\frac{3\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$$
$$B=\frac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$$
$$B=\frac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$$
$$B=\frac{3\sqrt{x}+1-2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$B=\frac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$
$$B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1},\left(x\ge 0;x\ne 1\right)$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge \dfrac{x}{4}+5$

Với $x \ge 0; x \ne 1$

$$\frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}.\left(\sqrt{x}-1\right) = \sqrt{x}+4$$

$$\frac{A}{B} \ge \frac{x}{4}+5 \Leftrightarrow \sqrt{x}+4 \ge \frac{x}{4}+5$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}+16 \ge x+20$$

$$\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+4 \le 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)^2 \le 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4\left(tm\right)$$

Vậy x = 4 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài II:

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Cách giải:

Nửa chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là $28:2 = 14\left(m\right)$.

Gọi chiều dài của mảnh đất là $x\left(m\right), \left(\frac{14}{2} = 7 < x < 14\right)$.

Khi đó chiều rộng của mảnh đất là: $14 - x \ \left(m\right)$.

Độ dài đường chéo của mảnh đất hình chữ nhật là $10m$ nên ta có phương trình:

$$x^2 + \left(14-x\right)^2 = 10^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 28x + 196 - 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x-6\right)\left(x-8\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-6=0 \\ x-8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \quad \left(ktm\right) \\ x=8 \quad \left(tm\right) \end{array}\right.$$

Với $x = 8$ thì chiều rộng của mảnh đất là: $14-8=6\,m$.

Vậy chiều dài của mảnh đất là $8m$, chiều rộng của mảnh đất là $6m$.

Bài III

Cách giải:

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}4x-|y+2|=3\\x+2|y+2|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8x-2|y+2|=6\\x+2|y+2|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9x=9\\x+2|y+2|=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\|y+2|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\\left[\begin{array}{l}y+2=1\\y+2=-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}\\\begin{cases}x=1\\y=-3\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y)\in\{(1;-1),(1;-3)\}$.

2)

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=(m+2)x+3\Leftrightarrow x^2-(m+2)x-3=0\quad(1)$

Số giao điểm của (d) và (P) cũng chính là số nghiệm của phương trình (1)

Ta có:

$\Delta=(m+2)^2-4.1.(-3)=m^2+4m+16=(m+2)^2+12>0,\forall m$

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Vậy (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Với mọi m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m+2\\x_1x_2=-3\end{cases}$

+) Cách 1:

Do $x_1.x_2=-3$ mà $x_1,x_2\in Z$ nên ta có bảng sau:

x_1	1	-1	3	-3
x_2	-3	3	-1	1

TH1: $x_1=1;x_2=-3\Leftrightarrow x_1+x_2=m+2\Leftrightarrow 1-3=m+2\Leftrightarrow m=-4$

TH2: $x_1=-1;x_2=3\Leftrightarrow x_1+x_2=m+2\Leftrightarrow -1+3=m+2\Leftrightarrow m=0$

TH3: $x_1=3;x_2=-1\Leftrightarrow x_1+x_2=m+2\Leftrightarrow 3-1=m+2\Leftrightarrow m=0$

TH4: $x_1=-3;x_2=1\Leftrightarrow x_1+x_2=m+2\Leftrightarrow -3+1=m+2\Leftrightarrow m=-4$

Vậy m = -4 ; m = 0 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Cách 2: nên do $x_1,x_2\in Z$ thì $m\in Z$.

Do $x_1+x_2=m+2$

$x^2-(m+2)x-3=0$

Xét TH $x=0$ $pt(1)\Leftrightarrow -3=0(ktm)\Rightarrow x\neq 0$

Ta có: $x^2-(m+2)x-3=0 \Leftrightarrow m+2=\dfrac{x^2-3}{x} \Leftrightarrow m=x-2-\dfrac{3}{x}$

Do $x\in Z$ nên $m\in Z \Leftrightarrow x\in U(3)=\{\pm 1;\pm 3\}$

Ta có bảng:

x	-1	1	-3	3
m	0	-4	-4	0

$x^2=(m+2)x+3 \Leftrightarrow x^2-(m+2)x-3=0 \quad (1)$

+) Với $m=0$ ta có (1) trở thành: $x^2-2x-3=0$

Có: $a-b+c=1+2-3=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1=-1; x_2=3$

Vậy m = 0 thỏa mãn

+) Với $m=-4$ ta có (1) trở thành: $x^2+2x-3=0$

Có: $a+b+c=1+2-3=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1=1; x_2=-3$

Vậy m = - 4 thỏa mãn

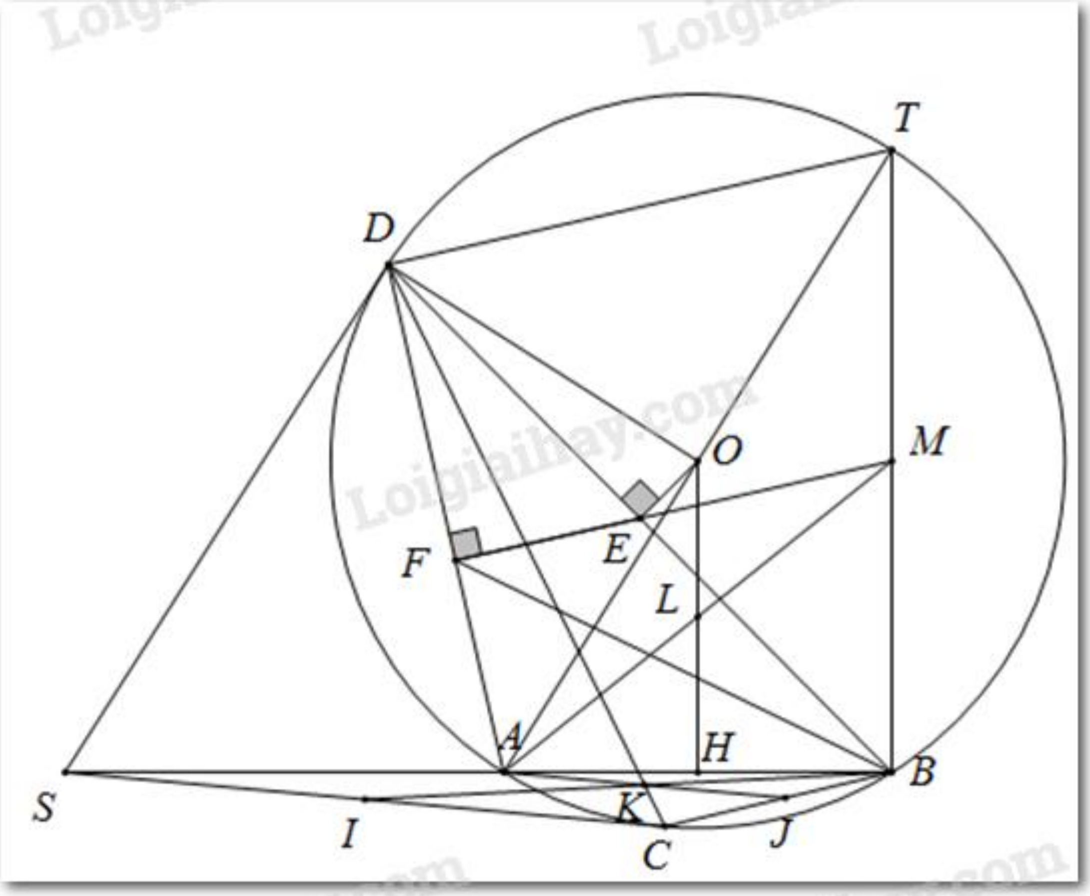
Vậy $m\in\{-4;0\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài IV.

Cho đường tròn *(O;R)* với dây cung *AB* không đi qua tâm. Lấy *S* là một điểm bất kì trên tia đối của tia *AB* (*S* khác *A*). Từ điểm *S* vẽ hai tiếp tuyến *SC, SD* với đường tròn *(O;R)* sao cho điểm *C* nằm trên cung nhỏ AB (*C, D* là các tiếp điểm). Gọi *H* là trung điểm của đoạn thẳng *AB*.

5) Chứng minh năm điểm *C, D, H, O, S* thuộc đường tròn đường kính *SO*.
6) Khi *SO = 2R*, hãy tính độ dài đoạn thẳng *SD* theo *R* và tính số đo CSD .
7) Đường thẳng đi qua điểm *A* và song song với đường thẳng *SC*, cắt đoạn thẳng *CD* tại điểm *K*. Chứng minh tứ giác *ADHK* là tứ giác nội tiếp và đường thẳng *BK* đi qua trung điểm của đoạn thẳng *SC*.
8) Gọi *E* là trung điểm của đoạn thẳng *BD* và *F* là hình chiếu vuông góc của điểm *E* trên đường thẳng *AD*. Chứng minh rằng, khi điểm *S* thay đổi trên tia đối của tia *AB* thì điểm *F* luôn thuộc một đường tròn cố định.

Cách giải:



1) Xét (O) có $SC,\ SD$ là hai tiếp tuyến nên $\angle SCO = \angle SDO = 90^0$.

Ta có: H là trung điểm của AB nên $OH \perp AB$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

Ta có: $\angle SDO = \angle SCO = \angle SHO = 90^0\,(gt)$

Suy ra: ba điểm D, H, C cùng nhìn SO dưới một góc 90^0

Do đó D, H, C thuộc đường tròn đường kính SO.

Vậy năm điểm D, H, C, S, O cùng thuộc đường tròn đường kính SO(đpcm)

2) Với $SO = 2R$.

Xét tam giác SDO vuông tại D, theo định lý Pitago ta có

$SD^2 = SO^2 - OD^2 = (2R)^2 - R^2 = 3R^2 \Rightarrow SD = \sqrt{3}R$.

Xét tam giác SDO vuông tại D ta có $\cos\angle DSO = \dfrac{SD}{SO} = \dfrac{\sqrt{3}R}{2R} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

$\Rightarrow \angle DSO = 30^0$.

Xét (O) có SD, SC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại S nên SO là phân giác $\angle DSC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra $\angle DSC = 2\angle DSO = 2.30^0 = 60^0$.

Vậy khi $SO = 2R$ thì $SD = R\sqrt{3}$ và $\angle CSD = 60^0$.

3) * Vì 5 điểm S, D, O, H, C cùng thuộc một đường tròn (câu 1) nên $\angle HSC = \angle HDC$ (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HC)

Lại có $AK // SC \Rightarrow \angle HAK = \angle HSC$ (hai góc ở vị trí đồng vị) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\angle KAH = \angle KDH \left(= \angle HSC\right)$

Xét tứ giác $AKHD$ có $\angle KAH = \angle KDH$ nên tứ giác $AKHD$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau).

* Kéo dài AK cắt BC tại J, kéo dài BK cắt SC tại I.

Vì $AK // SI \Rightarrow \dfrac{AK}{SI} = \dfrac{BK}{BI}.\left(Ta - let\right)$

$KJ // CI \Rightarrow \dfrac{KJ}{CI} = \dfrac{BK}{BI}\left(Ta - let\right).$

$\Rightarrow \dfrac{AK}{SI} = \dfrac{KJ}{CI}\left(= \dfrac{BK}{BI}\right)$ (*)

Xét đường tròn tâm $\left(O\right)$ có $\angle ABC = \angle ADC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) (5)

Mà tứ giác $ADHK$ nội tiếp (cmt) nên ta có $\angle ADK = \angle AHK$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\angle AHK = \angle ABC$ $\left(\angle ADK\right)$ mà hai góc ở vị trí đồng vị nên $KH // JB$

Mà H là trung điểm AB nên K là trung điểm AJ (tính chất của đường trung bình)

suy ra $AK = KJ$. (**)

Từ (*) và (**) suy ra $SI = CI$ hay I là trung điểm SC.

Suy ra BK đi qua trung điểm của SC. (đpcm)

4) Gọi AT là đường kính của (O), M là trung điểm BT

Ta có góc $\angle ADT = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

⇒ AD ⊥ DT

Mà EF ⊥ AD (gt) nên EF // DT

Ta có EM // DT (đường trung bình)

⇒ E, F, M thẳng hàng (theo tiên đề Ơclit về đường thẳng song song)

Ta có $\angle ABM = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

⇒ $\angle ABM + \angle AFM = 90° + 90° = 180°$

⇒ Tứ giác AFMB nội tiếp đường tròn đường kính AM.

Gọi L là trung điểm AM ⇒ L là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ABM

⇒ Đường tròn tâm L, bán kính LA ngoại tiếp tứ giác AFMB

Ta chứng minh L là điểm cố định:

Ta có OL // TM (đường trung bình), OH // TB (đường trung bình)

⇒ O, L, H thẳng hàng (Tiên đề Ơclit về đường thẳng song song)

Mặt khác ta có $OL = \frac{1}{2}TM; OH = \frac{1}{2}TB; TM = \frac{1}{2}TB \Rightarrow OH = TM \Rightarrow OL = \frac{1}{2}OH$

⇒ L là trung điểm OH. Mà AB cố định $\Rightarrow H$ cố định $\Rightarrow OH$ cố định ⇒ L cố định

Vậy khi S thay đổi trên tia đối của AB thì F luôn nằm trên đường tròn tâm L, bán kính LA, với L là trung điểm OH.

Bài V:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$

Cách giải:

Điều kiện: $\begin{cases} 1-x \ge 0 \\ 1+x \ge 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1. \\ x \ge 0 \end{cases}$

Với $0 \le x \le 1,$ ta có: $x(1-x) \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{x(1-x)} \ge 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x(1-x)} \ge 0$

$$\Leftrightarrow x + 2\sqrt{x(1-x)} + 1 - x \ge 1$$
$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} + \sqrt{1-x}\right)^2 \ge 1$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \ge 1.$$
$$\Rightarrow P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x} = \sqrt{x} + \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + \sqrt{x} \ge 1 + \sqrt{1+x} + \sqrt{x}.$$

Với $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{x+1} \ge 1 \Rightarrow P \ge 1 + \sqrt{x} + \sqrt{x+1} \ge 2.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 0.$ Vậy $Min\ P = 2\ \ khi\ \ x = 0.$