

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HÀ NỘI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (1,5 điểm)

a) Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3}$.

b) Cho biểu thức $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$. Tìm x sao cho B có giá trị là 18.

Bài 2 (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 6 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$.

Bài 3 (1,5 điểm) Cho hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = -2x + 4$.

a) Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ hai giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;0)$ đến đường thẳng AB.

Bài 4 (1 điểm)

Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$.

Bài 5 (1 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80 m^2$. Nếu giảm chiều rộng $3m$ và tăng chiều dài $10 m$ thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20m^2$. Tính kích thước của mảnh đất.

Bài 6 (3 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O , đường kính AB và C là điểm nằm trên đoạn thẳng OB (với $C \neq B$). Kẻ dây DE của đường tròn (O) vuông góc với AC tại trung điểm H của AC . Gọi K là giao điểm thứ hai của BD với đường tròn đường kính BC .

a) Chứng minh tứ giác $DHCK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh CE song song với AD và ba điểm E, C, K thẳng hàng.

c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (với M thuộc cung nhỏ AD). Chứng minh $EM^2 + DN^2 = AB^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (1,5 điểm)**Phương pháp:**

$$a) \text{ Sử dụng công thức: } \sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức B sau đó giải phương trình $B = 18$ tìm x , đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

$$a) \text{ Tính } A = \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3}.$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{8} - 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2 \cdot 2} - \sqrt{2^2 \cdot 2} - 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \sqrt{2}.$$

b) Cho biểu thức $B = \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$. Tìm x sao cho B có giá trị là 18.

Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} \\ &= \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1} \\ &= 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = 6\sqrt{x+1}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } B = 18 \Leftrightarrow 6\sqrt{x+1} = 18 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3 \Leftrightarrow x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 8 \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 8$ thì B có giá trị là 18.

Bài 2 (2,0 điểm)**Cách giải:**

$$a) \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+8y=12 \\ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=6 \\ x=3-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=3-2 \cdot 2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (-1; 2)$.

b) Giải phương trình $4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$.

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$). Khi đó phương trình trở thành

$$4t^2 + 7t - 2 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 + 8t - t - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4t(t+2) - (t+2) = 0 \Leftrightarrow (t+2)(4t-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t+2=0 \\ 4t-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \quad (ktm) \\ t = \frac{1}{4} \quad (tm) \end{cases}$$

Với $t = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

Bài 3 (1,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = -2x + 4$.

Cách giải:

a) *Vẽ đồ thị các hàm số này trên cùng một phẳng tọa độ.*

Ta có bảng giá trị của hàm số $y = 2x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

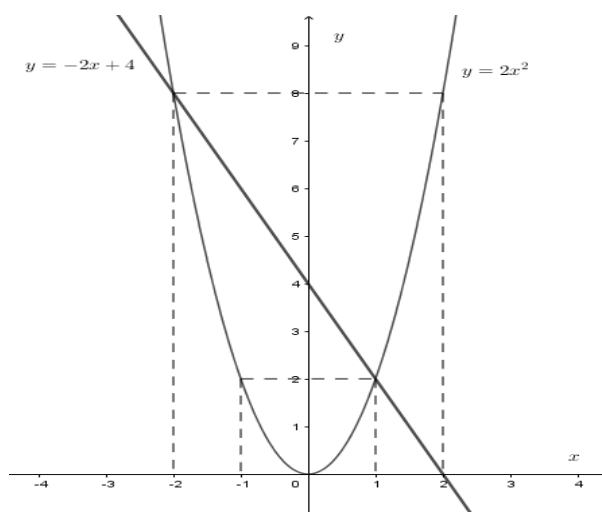
Vẽ đường cong đi qua các điểm có tọa độ $(-2;8), (-1;2), (0;0), (1;2), (2;8)$ ta được parabol $(P): y = 2x^2$

Bảng giá trị của hàm số $y = -2x + 4$

x	0	2
y	4	0

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm có tọa độ $(0;4), (2;0)$ ta được đường thẳng $d: y = -2x + 4$

Đồ thị hàm số:



b) *Tìm tọa độ hai giao điểm A và B của hai đồ thị đó. Tính khoảng cách từ điểm $M(-2;0)$ đến đường thẳng AB.*

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -2x + 4$ và parabol $(P): y = 2x^2$

$$2x^2 = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$$

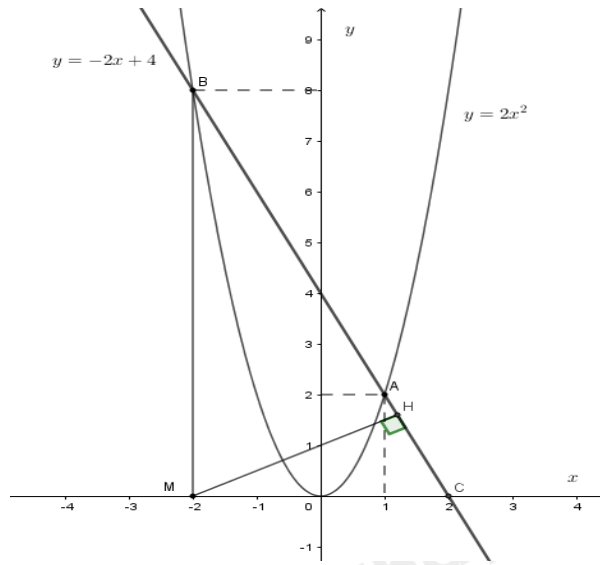
$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=2 \cdot 1^2 = 2 \\ x=-2 \Rightarrow y=2 \cdot (-2)^2 = 8 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là $A(1;2)$, $B(-2;8)$.

* Tính khoảng cách từ $M(-2;0)$ đến đường thẳng AB .



Kẻ $MH \perp AB$ ($M \in AB$). Nhận xét thấy khoảng cách từ $M(-2;0)$ xuống đường thẳng AB chính là MH .

Gọi $C = d \cap Ox \Rightarrow C(2;0)$

Lại thấy $B(-2;8); M(-2;0) \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng BM là $x = -2 \Rightarrow BM \perp Ox$ hay $BM \perp MC$ suy ra tam giác BMC vuông tại M .

Ta lại có $B(-2;8); M(-2;0); C(2;0) \Rightarrow BM = 8; CM = 4$

Xét tam giác BMC vuông tại M có MH là đường cao nên

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{MC^2} = \frac{1}{8^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{5}{64} \Leftrightarrow MH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $MH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$.

Bài 4 (1 điểm)

Phương pháp:

+) Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$.

+) Áp dụng định lý Vi-et và hệ thức bài cho để làm bài. Tìm được m , đối chiếu với điều kiện xác định rồi kết luận.

Cách giải:

Cho phương trình $4x^2 + (m^2 + 2m - 15)x + (m + 1)^2 - 20 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 2m - 15)^2 - 16[(m + 1)^2 - 20] \geq 0$$

$$\Leftrightarrow [(m + 1)^2 - 16]^2 - 16(m + 1)^2 + 320 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)^4 - 32(m + 1)^2 + 256 - 16(m + 1)^2 + 320 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)^4 - 48(m + 1)^2 + 576 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)^4 - 2.24(m + 1)^2 + 24^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow [(m + 1)^2 - 24]^2 \geq 0 \quad \forall m.$$

\Rightarrow Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m^2 + 2m - 15}{4} = -\frac{(m + 1)^2 - 16}{4} = -\frac{(m + 1)^2}{4} + 4 \\ x_1 x_2 = \frac{(m + 1)^2 - 20}{4} = \frac{(m + 1)^2}{4} - 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_1 x_2 = -1 \quad (*)$$

Theo đề bài ta có: $x_1^2 + x_2 + 2019 = 0 \Leftrightarrow x_2 = -x_1^2 - 2019$.

Thay vào (*) ta có:

$$x_1 - x_1^2 - 2019 + x_1(-x_1^2 - 2019) = -1 \Leftrightarrow x_1 - x_1^2 - 2019 - x_1^3 - 2019x_1 = -1$$

$$\Leftrightarrow x_1^3 + x_1^2 + 2018x_1 + 2018 = 0 \Leftrightarrow x_1^2(x_1 + 1) + 2018(x_1 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + 1)(x_1^2 + 2018) = 0 \Leftrightarrow x_1 + 1 = 0 \quad (x_1^2 + 2018 > 0 \quad \forall x_1)$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = -1 - 2019 = -2020.$$

Mặt khác $x_1 x_2 = \frac{(m + 1)^2}{4} - 5$.

$$\Leftrightarrow 2020 = \frac{(m + 1)^2}{4} - 5 \Leftrightarrow 2025.4 = (m + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)^2 = 8100 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 90 \\ m + 1 = -90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 89 \quad (tm) \\ m = -91 \quad (tm) \end{cases}$$

Vậy $m \in \{89; -91\}$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

Gọi chiều rộng của mảnh đất là x (mét) ($x > 3$).

chiều dài của mảnh đất là y (mét) ($y > x > 3$).

Diện tích mảnh đất là $80m^2$ nên ta có phương trình $xy = 80$ (1)

Nếu giảm chiều rộng đi $3m$ thì chiều rộng mới là $x - 3$ (m).

Nếu tăng chiều dài lên $10m$ thì chiều dài mới là $y + 10$ (m).

Diện tích mảnh đất mới là $80 + 20 = 100(m^2)$ nên ta có phương trình $(x - 3)(y + 10) = 100$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 80 \\ (x - 3)(y + 10) = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ xy - 3y + 10x - 30 - 100 = 0 \end{cases}$$

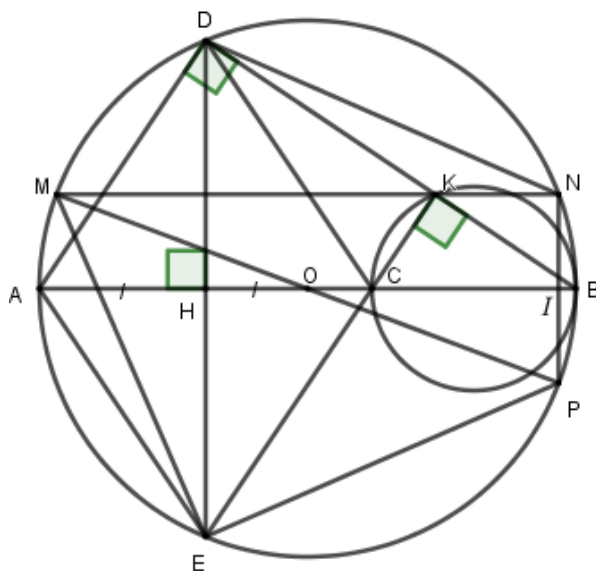
$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 80 \\ 80 + 10x - 3y - 130 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10xy = 800 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3y + 50)y = 800 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 50y - 800 = 0 \\ 10x = 3y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \quad (tm) \\ y = -\frac{80}{3} \quad (ktm) \\ x = \frac{80}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \quad (tm) \\ y = 10 \quad (tm) \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh đất là $10m$ và chiều rộng mảnh đất là $8m$.

Bài 6 (3,0 điểm)

Cách giải:



a) Chứng minh tứ giác DHCK là tứ giác nội tiếp.

Ta có: $\angle DHB = 90^\circ$ ($DE \perp AB$ tại H) $\Rightarrow \angle DHC = 90^\circ$.

$\angle CKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BC) $\Rightarrow \angle CKD = 90^\circ$.

Xét tứ giác $DHCK$ có $\angle DHC + \angle CKD = 180^\circ$, mà hai góc ở vị trí đối diện nên tứ giác $DHCK$ nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°) (đpcm).

b) Chứng minh CE song song với AD và ba điểm E, C, K thẳng hàng.

Có $DE \perp AB \Rightarrow HD = HE$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

Lại có $HA = HC$ (gt) nên tứ giác $DAEC$ là hình bình hành $\Rightarrow CE \parallel DA$ (đpcm).

Lại có: $\angle CKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính BC) $\Rightarrow CK \perp KB$ (1)

Mà $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB) $\Rightarrow AD \perp DB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $CK \parallel AD$ (từ vuông góc đến song song).

Mà $CE \parallel AD$ (cmt) nên theo tiên đề Ôclit suy ra ba điểm E, C, K thẳng hàng.

c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (với M thuộc cung nhỏ AD). Chứng minh $EM^2 + DN^2 = AB^2$.

Kẻ đường kính MP của đường tròn (O) . Nối N với P cắt AB tại I . Nối E với P , E với B .

Có $\angle MNP = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow MN \perp NP$.

Mà $MN \perp DE$ (gt) nên $NP \parallel DE$ (từ vuông góc đến song song) $\Rightarrow DNPE$ là hình thang.

Lại có $DE \perp AB, NP \parallel DE \Rightarrow NP \perp AB \Rightarrow I$ là trung điểm của NP (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung) $\Rightarrow B$ là điểm chính giữa cung NP .

\Rightarrow số đo cung NB bằng số đo cung PB .

Dễ thấy, tam giác $\triangle BDE$ cân tại B (đường cao BH cũng là đường trung tuyến)

$\Rightarrow BD = BE \Rightarrow$ số đo cung BD bằng số đo cung BE .

\Rightarrow số đo cung $DB -$ số đo cung $BN =$ số đo cung $EB -$ số đo cung $BP \Rightarrow$ số đo cung $DN =$ số đo cung $EP \Rightarrow DN = EP$ (hai dây căng hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

Do đó $EM^2 + DN^2 = EM^2 + EP^2 = MP^2$ (do tam giác $\triangle MEP$ vuông tại E). Mà $MP = AB$ (= đường kính).

Vậy $EM^2 + EP^2 = AB^2$ (đpcm).