

**Câu 1 (2,0 điểm):**

- 1) Giải phương trình  $x^2 + 3x - 10 = 0$
- 2) Giải phương trình  $3x^4 + 2x^2 - 5 = 0$
- 3) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

**Câu 2 (2,25 điểm):**

- 1) Vẽ đồ thị hàm số  $(P): y = x^2$ .
- 2) Tìm giá trị của tham số thực  $m$  để Parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2x - 3m$  có đúng một điểm chung.
- 3) Cho phương trình  $x^2 + 5x - 4$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $Q = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$

**Câu 3 (1,0 điểm):**

Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x}$  (với  $x > 0, x \neq 4$ ).

**Câu 4 (1,75 điểm):**

- 1) Hằng ngày bạn Mai đi học bằng xe đạp, quãng đường từ nhà đến trường dài 3 km. Hôm nay, xe đạp hư nên Mai nhờ mẹ chở đi đến trường bằng xe máy với vận tốc lớn hơn vận tốc khi đi xe đạp là 24 km/h, cùng một thời điểm khởi hành như mọi ngày nhưng Mai đã đến trường sớm hơn 10 phút. Tính vận tốc của bạn Mai khi đi học bằng xe đạp.
- 2) Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , biết  $AB = a, AC = 2a$  (với  $a$  là số thực dương). Tính thể tích theo  $a$  của hình nón được tạo thành khi quay  $\Delta ABC$  một vòng quanh cạnh  $AC$  cố định.

**Câu 5 (3,0 điểm):**

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Ba đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $BFEC$  nội tiếp. Xác định tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BFEC$ .
- 2) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AH$ . Chứng minh  $IE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .
- 3) Vẽ  $CI$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $M (M \neq C)$ ,  $FE$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Chứng minh  $B, K, M$  thẳng hàng.

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

**Câu 1****Phương pháp:**

- Sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn.
- Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ), đưa phương trình ban đầu về phương trình bậc hai một ẩn. Nhẩm nhanh hệ số và tính được nghiệm của phương trình.
- Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm được nghiệm của hệ phương trình.

**Cách giải:**

1) Ta có:  $\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-10) = 49 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2} = -5 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{2; -5\}$ .

2) Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ), phương trình đã cho trở thành  $3t^2 + 2t - 5 = 0$ .

Ta có  $a + b + c = 2 + 3 - 5 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t_1 = 1 \text{ (tm)} \\ t_2 = \frac{c}{a} = -\frac{5}{3} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Với  $t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Vậy tập nghiệm của phương trình  $S = \{-1; 1\}$ .

3) Ta có:  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ x = 4 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; 1)$ .

**Bài 2****Phương pháp:**

- Lập bảng giá trị tương ứng của  $x$  và  $y$ , tìm được các điểm của đồ thị  $(P)$  đi qua, từ đó vẽ được  $(P)$ .
- Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(P), (d)$  là phương trình bậc hai một ẩn (1)  
+ Để  $(P)$  cắt  $(d)$  có đúng một điểm chung khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép  $\Delta' = 0$
- Áp dụng hệ thức Vi-ét, tính được  $x_1 + x_2; x_1 \cdot x_2$  thay vào biểu thức  $Q$  và tính.

**Cách giải:**

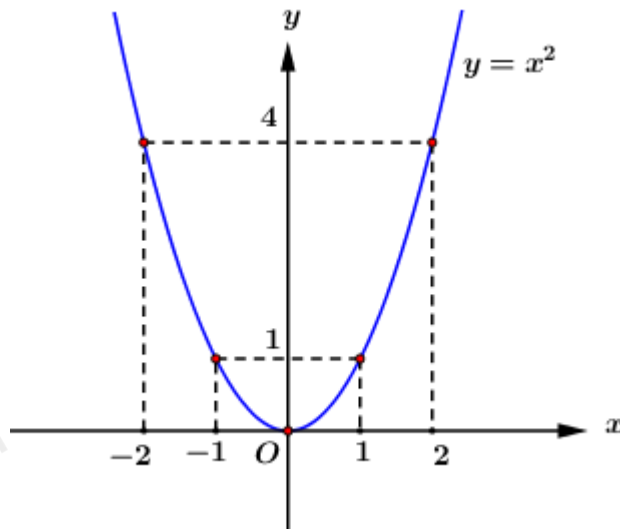
1) Parabol  $(P): y = x^2$  có bề lõm hướng lên và nhận  $Oy$  làm trục đối xứng.

Ta có bảng giá trị sau:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

⇒ Parabol (P):  $y = x^2$  đi qua các điểm  $(-2;4)$ ,  $(-1;1)$ ,  $(0;0)$ ,  $(1;1)$ ,  $(2;4)$ .

Đồ thị Parabol (P):  $y = x^2$ :



2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P), (d) ta được:

$$x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3m = 0 \quad (1)$$

Để (P) cắt (d) có đúng một điểm chung khi và chỉ khi (1) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$$

Vậy  $m = \frac{1}{3}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

3) Vì  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình đã cho nên áp dụng hệ thức Vi-et với phương trình

$$x^2 + 5x - 4 = 0 \text{ ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } Q = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 6x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 + 4x_1 x_2$$

$$\Rightarrow Q = (-5)^2 + 4(-4) = 9$$

Vậy  $Q = 9$ .

**Câu 3 (1,0 điểm):**

**Phương pháp:**

Xác định mẫu thức chung, quy đồng, thực hiện các phép toán với để rút gọn biểu thức A

**Cách giải:**

Với  $x > 0$ ,  $x \neq 4$  ta có:

$$A = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x}$$

$$A = \left( \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x}$$

$$A = (\sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$A = 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = 2$$

Vậy với  $x > 0$ ,  $x \neq 4$  thì  $A = 2$ .

#### Câu 4 (1,75 điểm):

##### Phương pháp:

1) + Gọi vận tốc của Mai khi đi học bằng xe đạp là  $x$  ( $km/h$ ) ( $x > 0$ ).

+ Tính được thời gian Mai đi xe đạp và đi xe máy hết quãng đường 3 km

+ Từ giả thiết cùng một thời điểm khởi hành như mọi ngày nhưng Mai đã đến trường sớm hơn 10 phút nên ta có phương trình ẩn  $x$

+ Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

2) Khối nón có chiều cao  $h$  bán kính đáy là  $r$  thì thể tích khối nón được tính theo công thức  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

##### Cách giải:

1) Gọi vận tốc của Mai khi đi học bằng xe đạp là  $x$  ( $km/h$ ) ( $x > 0$ ).

Thời gian Mai đi xe đạp hết quãng đường 3km là  $\frac{3}{x}$  ( $h$ ).

Hôm nay, Mẹ chở Mai đến trường bằng xe máy với vận tốc là  $x + 24$  ( $km/h$ ).

Thời gian đi xe máy hết quãng đường 3km là  $\frac{3}{x+24}$  ( $h$ ).

Vì cùng một thời điểm khởi hành như mọi ngày nhưng Mai đã đến trường sớm hơn 10 phút  $= \frac{1}{6}h$  nên ta có

phương trình:

$$\frac{3}{x} - \frac{3}{x+24} = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow 18(x+24) - 18x = x(x+24)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 24x - 432 = 0$$

Ta có  $\Delta' = 12^2 + 432 = 576 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\begin{cases} x = -12 + \sqrt{576} = 12 \quad (tm) \\ x = -12 - \sqrt{576} = -36 \quad (ktm) \end{cases}$

Vậy vận tốc của Mai khi đi học bằng xe đạp là  $12 km/h$ .

2) Hình nón được tạo thành khi quay  $\triangle ABC$  một vòng quanh cạnh  $AC$  cố định có đường cao  $h = AC = 2a$  và bán kính đường tròn đáy  $R = AB = a$ .

Vậy thể tích khối nón tạo thành là  $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2\pi a^3}{3}$ .

**Câu 5 (3,0 điểm):**

**Phương pháp:**

1) Vận dụng dấu hiệu nhận biết: Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng  $90^\circ$  là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh:  $\angle IEH = \angle BHD$  và  $\angle OEB = \angle OBE \Rightarrow \angle OEI = \angle BHD + \angle DBH$

Mặt khác có:  $\angle OEI = 90^\circ$

Vậy  $IE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $E$ .

3) Ta sẽ chứng minh  $AD \cdot DH = DI \cdot DK$  (1) và  $AD \cdot DH = DB \cdot DC$  (2)

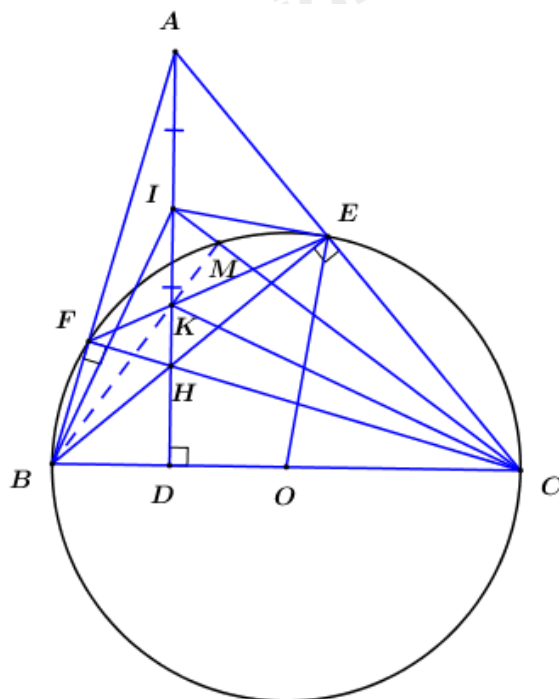
Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \frac{DI}{DC} = \frac{DB}{DK}$ .

Chứng minh được  $\triangle BDK \sim \triangle DDC$  (c.g.c)  $\Rightarrow \angle DBK = \angle DIC$  (2 góc tương ứng).

$\Rightarrow BK \perp IC; BM \perp IC$

Vậy  $B, K, M$  thẳng hàng (đpcm).

**Cách giải:**



1) Tứ giác  $BFEC$  có:  $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$  (gt)

Nên tứ giác  $BFEC$  nội tiếp đường tròn đường kính  $BC$  (Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng  $90^\circ$ ).

Gọi  $O$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BFEC$ .

2) Tam giác  $AEH$  vuông tại  $E$  có  $I$  là trung điểm của cạnh  $AH$  nên  $IE = \frac{1}{2}AH = IH$  (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông).

Suy ra  $\triangle IEH$  cân tại  $I \Rightarrow \angle IHE = \angle IEH$  (tính chất tam giác cân)

Mặt khác  $\angle BHD = \angle IHE$  (hai góc đối đỉnh)  $\Rightarrow \angle IEH = \angle BHD$  (1)

Tam giác  $OBE$  có  $OB = OE$  suy ra  $\triangle OBE$  cân tại  $O$

$\Rightarrow \angle OEB = \angle OBE$  (tính chất tam giác cân) (2)

Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta có:

$$\angle IEH + \angle OEB = \angle BHD + \angle OBE$$

$$\Rightarrow \angle OEI = \angle BHD + \angle DBH$$

Mà  $\angle BHD + \angle DBH = 90^\circ$  (tam giác  $BHD$  vuông tại  $D$ )  $\Rightarrow \angle OEI = 90^\circ$  hay  $EI \perp OE$ .

Vậy  $IE$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ) tại  $E$ .

3) Xét tứ giác  $CDHE$  có  $\angle CDH + \angle CEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên  $CDHE$  là tứ giác nội tiếp (dnhb).

$\Rightarrow \angle EDH = \angle ECH$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $EH$ ).

Mà  $\angle ECH = \angle IEF$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung  $EF$ ).

$\Rightarrow \angle EDH = \angle IEF$ .

Xét  $\triangle IEK$  và  $\triangle IDE$  có:

$\angle DIE$  chung;

$\angle EDH = \angle IEF$  (cmt)  $\Rightarrow \angle IEK = \angle IDE$ ;

$\Rightarrow \triangle IEK \sim \triangle IDE$  (g.g)

$\Rightarrow \frac{IE}{ID} = \frac{IK}{IE} \Rightarrow IE^2 = ID.IK$  (2 cạnh tương ứng). Mà  $IE = IA \Rightarrow IA^2 = ID.IK$  (\*).

Ta sẽ chứng minh  $AD.DH = DI.DK$  (1).

$$\Leftrightarrow (DI + IA).(DI - IH) = DI.DK$$

$$\Leftrightarrow (DI + IA).(DI - IA) = DI.DK \text{ (do } IH = IA)$$

$$\Leftrightarrow DI^2 - IA^2 = DI.(DI - IK)$$

$$\Leftrightarrow IA^2 = DI.IK \text{ (dung theo (*))}$$

Lại có  $\triangle ADC \sim \triangle BDH$  (g.g)  $\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{DC}{DH} \Rightarrow AD.DH = DB.DC$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow DI.DK = DB.DC \Rightarrow \frac{DI}{DC} = \frac{DB}{DK}$ .

Xét  $\triangle BDK$  và  $\triangle IDC$  có:  $\angle DBI = \angle IDC = 90^\circ$ ;  $\frac{DI}{DC} = \frac{DB}{DK}$  (cmt).

$\Rightarrow \triangle BDK \sim \triangle IDC$  (c.g.c)  $\Rightarrow \angle DBK = \angle DIC$  (2 góc tương ứng).



Mà  $\angle DIC + \angle DCI = 90^\circ \Rightarrow \angle DBK + \angle DCI = 90^\circ \Rightarrow BK \perp IC$ .

Mà  $\angle BMC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $BC$ )  $\Rightarrow BM \perp IC$ .

Vậy  $B, K, M$  thẳng hàng (đpcm).