SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH DƯƠNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2021 – 2022
***Môn thi:* TOÁN**
***Thời gian làm bài:* 120 phút**

Câu (1,5 điểm): Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A=\sqrt{75}-5\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$

2) $B=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

Câu 2 (1,5 điểm): Cho hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=m\end{cases}$ (m là tham số)

1) Giải hệ phương trình khi $m=9$

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $\left(x,y\right)$ thỏa mãn $x>0,\ y<0$.

Câu 3 (2,0 điểm): Cho Parabol $\left(P\right): y=-x^2$ và đường thẳng $\left(d\right): y=5x+6$

1) Vẽ đồ thị $\left(P\right)$.

2) Tìm tọa độ các giao điểm của $\left(P\right)$ và $\left(d\right)$ bằng phép tính.

3) Viết phương trình đường thẳng $\left(d'\right)$ biết $\left(d'\right)$ song song $\left(d\right)$ và $\left(d'\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1,\ x_2$ sao cho $x_1.x_2=-24$.

Câu 4 (1,5 điểm): Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là $4329\,m^2$.

Câu 5 (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB<AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Dựng đường thẳng d đi qua A song song với BC, đường thẳng d' qua C song song BA, gọi D là giao điểm của d và d'. Dựng AE vuông góc với BD (E nằm trên BD), F là giao điểm của BD với đường tròn (O). Chứng minh:

1) Tứ giác $AECD$ nội tiếp được trong đường tròn.

2) $\angle AOF=2\angle CAE$

3) Tứ giác AECF là hình bình hành.

4) $DF.DB=2AB^2$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

a) Biến đổi biểu thức trong căn, khai phương và rút gọn biểu thức

b) Trục căn thức ở mẫu, rút gọn biểu thức

Cách giải:

1) $A=\sqrt{75}-5\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$

Ta có :

$$\begin{aligned} A&=\sqrt{75}-5\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}\\ &=\sqrt{25.3}-5\left|1-\sqrt{3}\right|\\ &=5\sqrt{3}-5\left(\sqrt{3}-1\right)\ \left(do\ 1-\sqrt{3}<0\right)\\ &=5\sqrt{3}-5\sqrt{3}+5\\ &=5\end{aligned}$$

Vậy $A=5$.

2) $B=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$

Ta có:

$$\begin{aligned} B&=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{2}+1}\\ &=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}\\ &=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}\\ &=\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)\\ &=1\end{aligned}$$

Vậy $B=1$.

Câu 2

Phương pháp:

1) Phối hợp phương pháp cộng đại số và phương pháp thế để tìm nghiệm của hệ phương trình.

2) Vận dụng phương pháp thế để tìm được nghiệm x,y theo tham số m, sau đó thay vào điều kiện $x>0,\ y<0$ để giải tham số m.

Cách giải:

1) Với $m=9$ hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=9\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=10\\4x-2y=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=28\\y=2x-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=2.4-9=-1\end{cases}$$

Vậy với $m=9$ hệ phương trình có nghiệm (x,y) là $(4,-1)$.

2) Ta có: $\begin{cases}3x+2y=10\\2x-y=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+2y=10 & (1)\\y=2x-m & (2)\end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được

$$3x+2(2x-m)=10\Leftrightarrow 3x+4x-2m=10\Leftrightarrow 7x=2m+10\Leftrightarrow x=\frac{2m+10}{7}$$

Thay $x=\frac{2m+10}{7}$ vào (2) ta được $y=2.\frac{2m+10}{7}-9=\frac{4m-43}{7}$

Để $x>0,\ y<0$ khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{2m+10}{7}>0\\\frac{4m-43}{7}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m+10>0\\4m-43<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-5\\m<\frac{43}{4}\end{cases}\Leftrightarrow -5<m<\frac{43}{4}$.

Vậy $-5<m<\frac{43}{4}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3

Phương pháp:

1) Lập bảng giá trị

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d), sau đó sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn xác định nghiệm của phương trình.

3) Xác định dạng của phương trình của đường thẳng (d'), xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d'), xác định điều kiên để phương trình có hai nghiệm phân biệt, áp dụng hệ thức Vi – ét, xác định x_1x_2 sau đó thay vào yêu cầu để bài.

Cách giải:

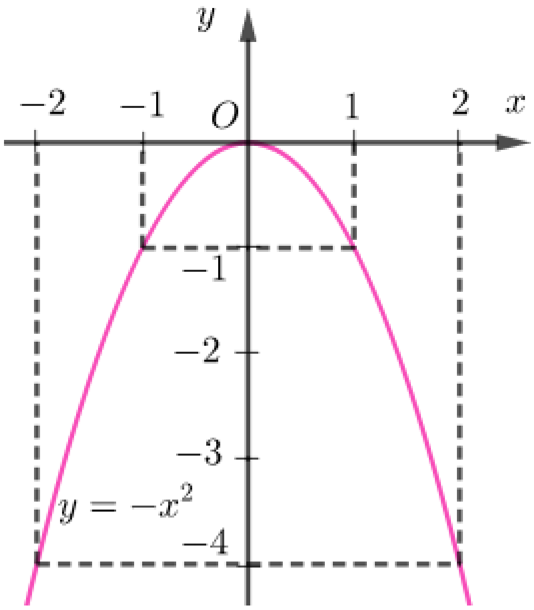
1) Đồ thị hàm số $y=-x^2$ đi qua gốc tọa độ O, có bề lõm hướng xuống và nhận Oy làm trục đối xứng.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4

$\Rightarrow$ Parabol (P): $y=-x^2$ đi qua các điểm $(-2;-4)$, $(-1;-1)$, $(0;0)$, $(1;-1)$, $(2;-4)$.

Đồ thị Parabol (P): $y=-x^2$:



2) Hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 5x + 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$$

Ta có: $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4.6 = 1 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-5+1}{2} = -2 \\ x = \dfrac{-5-1}{2} = -3 \end{array}\right.$.

Với $x = -2 \Rightarrow y = -(-2)^2 = -4$.

Với $x = -3 \Rightarrow y = -(-3)^2 = -9$.

Vậy tọa độ các giao điểm của (P) và (d) là $A(-2;-4)$, $B(-3;-9)$.

3) Vì (d') song song (d) nên (d') có dạng $y = 5x + b$ $(b \neq 6)$ (1)

Hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và (d') là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 5x + b \Leftrightarrow x^2 + 5x + b = 0\ (*).$$

(d') cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 5^2 - 4b > 0 \Leftrightarrow b < \dfrac{25}{4}$ (2)

Khi đó, theo hệ thức Vi-ét ta có $x_1.x_2 = b \Rightarrow b = -24 < \dfrac{25}{4}$, thỏa mãn (1) và (2).

Vậy phương trình đường thẳng (d') cần tìm là: $(d'): y = 5x - 24$.

Câu 4

Phương pháp:

Gọi chiều rộng của khu vườn là x, xác định chiều dài theo ẩn x, lập phương trình, sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn để xác định ẩn x.

Cách giải:

Gọi chiều rộng của khu vườn là x (mét; $x > 0$).

Vì chiều dài gấp 3 lần chiều rộng nên chiều dài của khu vườn là $3x\ (m)$.

Do lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m nên:

Chiều dài phần đất để trồng trọt là: $3x - 1,5.2 = 3x - 3$ (mét)

Chiều rộng phần đất để trồng trọt là: $x - 1,5.2 = x - 3$ (mét)

Vì diện tích vườn để trồng trọt là $4329\,m^2$ nên ta có phương trình: $(x-3)(3x-3) = 4329$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 1443 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 1443 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1440 = 0$.

Ta có $\Delta' = 2^2 + 1440 = 1444 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{ll} x_1 = 2 + \sqrt{1444} = 40 & (tm) \\ x_2 = 2 - \sqrt{1444} = -36 & (ktm) \end{array}\right.$

Vậy chiều rộng của khu vườn là 40 mét và chiều dài của khu vườn là 120 mét.

Câu 5

Phương pháp:

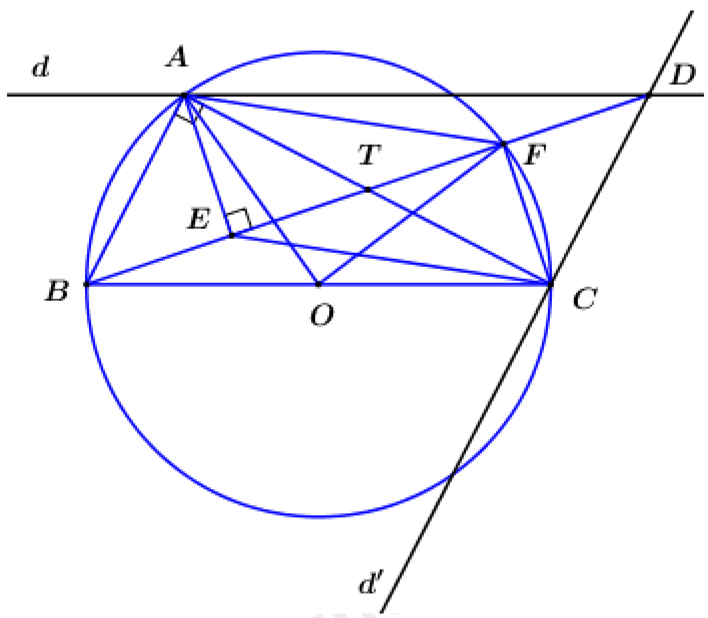
1) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp: Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp.

2) Vận dụng tính của góc trong tứ giác nội tiếp và góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn một cung.

3) Sử dụng dấu hiệu nhận biết hình bình hành: tứ giác có các cặp cạnh đối song song với nhau là hình bình hành.

4) Vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cách giải:



1) Vì ΔABC vuông tại A và nội tiếp (O) nên BC là đường kính của (O).

Ta có: $\begin{cases} AB \perp AC \\ CD // AB \end{cases} (gt) \Rightarrow AC \perp CD$ (từ vuông góc đến song song) $\Rightarrow \angle ACD = 90^0$.

Xét tứ giác $AECD$ có: $\angle AED = \angle ACD = 90^0$ $\Rightarrow AECD$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

2) Do tứ giác $AECD$ nội tiếp (cmt) nên: $\angle CAE = \angle CDE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE)

Mà $\angle CDE = \angle ABF$ (so le trong)

$\Rightarrow \angle CAE = \angle ABF$.

Mặt khác: $\angle AOF = 2\angle ABF$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung AF)

$\Rightarrow \angle AOF = 2\angle CAE$ (đpcm).

3) Do tứ giác $AECD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên: $\angle ACE = \angle ADE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AE).

Ta có: $\angle ADE = \angle DBC$ (so le trong do $AD//BC$) $\Rightarrow \angle ACE = \angle DBC$.

Mà $\angle DBC = \angle FBC = \angle FAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FC)

$\Rightarrow \angle ACE = \angle FAC$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $AF//EC$ (dhnb) (1)

Mặt khác: $\angle CFE = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $CF \perp FE$ hay $CF \perp BD$.

Mà $AE \perp BD\ (gt)$ nên $AE//CF$ (từ vuông góc đến song song) (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AECF$ là hình bình hành (tứ giác có các cặp cạnh đối song song).

4) Gọi $\{T\} = AC \cap BD$.

Ta có: $\begin{cases} AB//CD \\ AD//BC \end{cases} (gt) \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành (dhnb) $\Rightarrow TA = TC, TB = TD$ và $AB = CD$ (tính chất).

Xét ΔDCT vuông tại C có $CF \perp BD\ (cmt) \Rightarrow CF \perp DT$ $\Rightarrow CF$ là đường cao nên:

$CD^2 = DF.DT$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow 2.CD^2 = 2.DF.DT = (2.DT).DF = DB.DF$.

Mà $AB = CD$ (cmt).

Vậy $DF.DB = 2AB^2$ (đpcm).