UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút.

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3 điểm)

Câu 1: Khi $x=7$ biểu thức $\dfrac{4}{\sqrt{x+2}-1}$ có giá trị là:

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $\dfrac{4}{\sqrt{8}}$ **C.** $\dfrac{4}{3}$ **D.** 2

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên R ?

A. $y=1-x$ **B.** $y=2x-3$ **C.** $y=\left(1-\sqrt{2}\right)x$ **D.** $y=-2x+6$

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $x^4-3x^2+2=0$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^2\left(a\neq 0\right)$. Điểm $M\left(1;2\right)$ thuộc đồ thị hàm số khi

A. $a=2$ **B.** $a=\dfrac{1}{2}$ **C.** $a=-2$ **D.** $a=\dfrac{1}{4}$

Câu 5: Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $\left(O\right)$ kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BK. Biết $\angle BAC=30^0$, số đo của cung nhỏ CK là:

A. 30^0 **B.** 60^0 **C.** 120^0 **D.** 150^0

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh BC biết $AH=\sqrt{12}cm.\ \dfrac{HB}{HC}=\dfrac{1}{3}$. Độ dài đoạn BC là:

A. $6cm$ **B.** $8cm$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $12cm$

II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Câu 7 (2 điểm):

Cho biểu thức: $A=\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2+\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}-\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x là số chính phương để $2019A$ là số nguyên.

Câu 8 (1 điểm)

An đếm số bài kiểm tra một tiết đạt điểm 9 và điểm 10 của mình thấy nhiều hơn 16 bài. Tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đạt điểm 9 và điểm 10 đó là 160. Hỏi An được bao nhiêu bài điểm 9 và bao nhiêu bài điểm 10?

Câu 9 (2,5 điểm):

Cho đường tròn (O), hai điểm A, B nằm trên (O) sao cho $\angle AOB = 90^0$. Điểm G nằm trên cung lớn AB sao cho $AC > BC$ và tam giác ABC có ba góc đều nhọn. Các đường cao AI, BK của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H, BK cắt (O) tại điểm N (khác điểm B); AI cắt (O) tại điểm M (khác điểm A); NA cắt MB tại điểm D. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $CIHK$ nội tiếp một đường tròn.

b) MN là đường kính của đường tròn (O)

c) OC song song với DH.

Câu 10 (1,5 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 1 = 0$ (1) với m là tham số. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $\sqrt{x_1 + x_2} + \sqrt{3 + x_1x_2} = 2m + 1$

b) Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \dfrac{a^2 + b^2 + 4}{ab + 1}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN – TỈNH BẮC NINH

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

1. D	**2. B**	**3. D**	**4. A**	**5. A**	**6. B**

Câu 1

Phương pháp:

Thay $x=7$ (tm) vào biểu thức $\dfrac{4}{\sqrt{x+2}-1}$ ta tính được giá trị của biểu thức tại $x=7$.

Cách giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x+2\ge 0 \\ \sqrt{x+2}-1\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ x\ne -1 \end{cases}$.

Thay $x=7$ (tm) vào biểu thức $\dfrac{4}{\sqrt{x+2}-1}$ ta được: $\dfrac{4}{\sqrt{7+2}-1}=\dfrac{4}{3-1}=2$

Chọn D.

Câu 2

Phương pháp:

Hàm số $y=ax+b$ $(a\ne 0)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>0$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a<0$.

Cách giải:

Trong các hàm số đã cho hàm số $y=2x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn B.

Câu 3

Phương pháp:

Giải phương trình rồi kết luận số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

$x^4-3x^2+2=0$ (1)

Đặt $t=x^2\,(t\ge 0)$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow t^2-3t+2=0$

Ta thấy $1-3+2=0$. Nên phương trình có nghiệm $t=1$ (TM) hoặc $t=2$ (TM)

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

$\Rightarrow PT$ có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn D.

Câu 4

Phương pháp:

Thay tọa độ điểm $M\left(1;2\right)$ vào hàm số tìm ra a.

Cách giải:

Vì $M\left(1;2\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax^2\left(a\ne 0\right)$ nên ta có: $2=a.1^2\Leftrightarrow a=2\left(tm\right)$

Chọn A.

Câu 5

Phương pháp:

+) Tổng 4 góc của tứ giác lồi bằng 360^0.

+) Sử tính chất góc ở tâm bằng số đo cung bị chắn.

Cách giải:

Ta có: AC, AB là các tiếp tuyến của $\left(O\right)$

$\Rightarrow \angle OBA=\angle OCA=90^0$ (tính chất tiếp tuyến)

Xét tứ giác $\angle OBAC$ ta có:

$\angle BOC=360^0-\left(\angle OBA+\angle BAC+\angle ACO\right)$

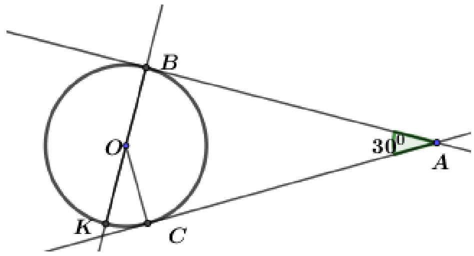
$=360^0-\left(90^0+90^0+30^0\right)=150^0.$

Mà $\angle BOC+\angle KOC=180^0$ (hai góc kề bù)

$\Rightarrow \angle KOC=180^0-\angle BOC=180^0-150^0-30^0.$

Mà $\angle KOC$ là góc ở tâm chắn cung

$CK\Rightarrow sd\ cung\ CK=\angle KOC=30^0.$



Chọn A.

A. $6cm$ **B.** $8cm$ **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** $12cm$

Câu 6

Phương pháp:

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông: $AH^2=BH.HC$ để làm bài toán.

Cách giải:

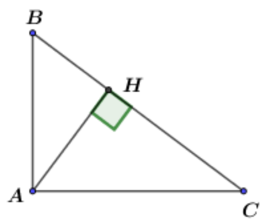
Theo đề bài ta có: $\dfrac{HB}{HC}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow HC=3HB$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A có đường cao AH ta có:

$AH^2=BH.HC\Leftrightarrow 12=BH.3BH\Leftrightarrow BH^2=4\Leftrightarrow BH=2\ cm.$

$\Rightarrow HC=3.HB=3.2=6.$

$\Rightarrow BC=HB+HC=2+6=8\ cm.$



Chọn B.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7 điểm)

Câu 7

Phương pháp:

a) Quy đồng mẫu các phân thức rồi rút gọn biểu thức.

b) Số $x = k^2$ là số chính phương.

Cách giải:

Cho biểu thức: $A = \dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2 + \left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \dfrac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ ***với*** $x \ge 0,\ x \ne 1.$

a) Rút gọn biểu thức $A.$

Điều kiện: $x \ge 0,\ x \ne 1.$

$$
\begin{aligned}
A &= \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2 + \left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} \\
&= \frac{x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} \\
&= \frac{2x+2}{x-1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{2x+2-3\sqrt{x}-1}{x-1} \\
&= \frac{2x-3\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{2x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{x-1} \\
&= \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.
\end{aligned}
$$

b) Tìm x ***là số chính phương để*** $2019A$ ***là số nguyên.***

Điều kiện: $x \ge 0,\ x \ne 1.$

Ta có: $2019A = 2019.\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 2019\left(2 - \dfrac{3}{\sqrt{x}+1}\right) = 4038 - \dfrac{6057}{\sqrt{x}+1}.$

Vì $2019A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x}+1 \in U\left(6057\right).$

Mà $\sqrt{x}+1 \ge 1\ \forall x \ge 0,\ x \ne 1 \Rightarrow \sqrt{x}+1 \in \left\{1;3;9;2019;6057\right\}.$

TH1: $\sqrt{x}+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$ (tm).

TH2: $\sqrt{x}+1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4\ \left(tm\right).$

TH3: $\sqrt{x}+1 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 8 \Leftrightarrow x = 64\ \left(tm\right).$

TH4: $\sqrt{x}+1 = 2019 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2018 \Leftrightarrow x = 2018^2\ \left(tm\right).$

TH5: $\sqrt{x}+1 = 6057 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6056 \Leftrightarrow x = 6056^2\ \left(tm\right).$

Vậy $x \in \{0;\ 4;\ 64;\ 2018^2;\ 6056^2\}$.

Câu 8

Phương pháp:

Gọi số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là x (bài) $(x \in \mathbb{N})$ và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là y (bài) $(y \in \mathbb{N})$.

Dựa vào các giả thiết của bài toán, giải bài toán bằng cách lập phương trình và biện luận để giải bài toán.

Cách giải:

Gọi số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là x (bài) $(x \in \mathbb{N})$ và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là y (bài) $(y \in \mathbb{N})$.

Do số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 và điểm 10 nhiều hơn 16 bài nên $x+y>16 \Leftrightarrow 9x+9y>144$ (1).

Tổng số điểm của x bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là $9x$ (điểm).

Tổng số điểm của y bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là $10y$ (điểm).

Do tổng số điểm tất cả các bài kiểm tra đạt 9 điểm và 10 điểm là 160 nên ta có phương trình:

$9x+10y=160 \Leftrightarrow 9x=160-10y$.

Thay vào (1) ta có: $160-10y+9y>144 \Leftrightarrow 160-144>y \Leftrightarrow y<16$.

Do $y \in \mathbb{N} \Rightarrow y \in \{0;1;2;3;...;15\}$.

Ta có:

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow 9x=160-10y \equiv 0 \pmod 9 \Leftrightarrow 153+7-9y-y \pmod 9$$
$$\Leftrightarrow 7-y \equiv 0 \pmod 9 \Leftrightarrow y \equiv 7 \pmod 9$$

$$\Rightarrow y=7 \Rightarrow x=10\ (tm).$$

Vậy số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 9 là 10 bài và số bài kiểm tra 1 tiết đạt điểm 10 là 7 bài.

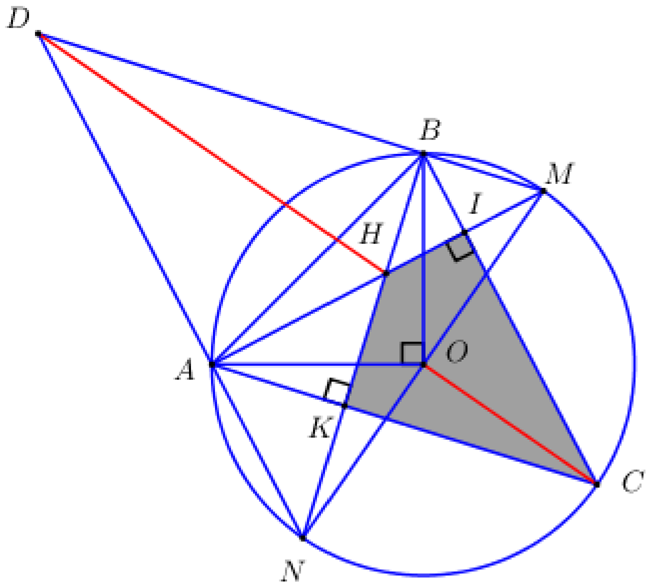
Câu 9

Phương pháp:

a) Sử dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp để chứng minh.

b) c) Sử dụng các tính chất của các góc nội tiếp, góc ở tâm cùng chắn một cung ; các tính chất của các đường thẳng song song.

Cách giải:



a) Tứ giác $CIHK$ nội tiếp một đường tròn.

Ta có: $AI \perp BC \Rightarrow \angle CIH = 90^0$, $BK \perp AC \Rightarrow \angle CKH = 90^0$.

Xét tứ giác $CIHK$ có : $\angle CIH + \angle CKH = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $CIKH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

b) MN là đường kính của đường tròn (O).

Ta có $\angle ACB = \angle AMB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = \dfrac{1}{2}.90^0 = 45^0$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB).

Có $AI \perp BC \Rightarrow \Delta IAC$ vuông tại I, lại có $\angle ACB = \angle ACI = 45^0 \Rightarrow \Delta IAC$ vuông cân tại $I \Rightarrow \angle IAC = 45^0$.

$\Rightarrow \angle AMB = \angle IAC = 45^0$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow BM // AC$.

Mà $BK \perp AC\ (gt)$ hay $BN \perp AC \Rightarrow BM \perp BN$ (từ vuông góc đến song song).

$\Rightarrow \angle MBN = 90^0 \Rightarrow \angle MBN$ nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow MN$ là đường kính của đường tròn (O).

c) OC song song với DH.

Có $\angle IAC = 45^0\ (cmt) \Rightarrow \angle MAC = 45^0$.

Mà $\angle MAC = \dfrac{1}{2}\angle MOC$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung MC).

$\Rightarrow \angle MOC = 2\angle MAC = 2.45^0 = 90^0 \Rightarrow OC \perp OM$ hay $OC \perp MN\ (1)$.

Ta có $\angle ANB = \angle ACB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = \dfrac{1}{2}.90^0 = 45^0$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB).

Tam giác KBC có $\angle BKC = 90^0$; $\angle KCB = \angle ACB = 45^0 \Rightarrow \angle KBC = 45^0$.

$\Rightarrow \angle ANB = \angle KBC = 45^0$. Mà 2 góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow BC // AN$.

Theo giả thiết ta có $BC \perp AI \Rightarrow AI \perp AN$ hay $MA \perp DN$ (từ vuông góc đến song song)

Mặt khác ta có $BN \perp BM\ (cmt) \Rightarrow BN \perp DM$.

Xét tam giác DMN có: hai đường cao MA, NB cắt nhau tại $H \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác DMN.

$\Rightarrow DH \perp MN\ (2)$.

Từ (1) và (2) $\Rightarrow OC//DH$ (Từ vuông góc đến song song) (đpcm).

Câu 10

Cách giải:

a) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 1 = 0\ (1)$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $\sqrt{x_1 + x_2} + \sqrt{3 + x_1x_2} = 2m + 1$.

Ta có: $\Delta' = m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2$.

Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \ne -1$.

Khi $m \ne -1$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt: $\begin{cases} x_1 = m + m + 1 = 2m + 1 \\ x_2 = m - (m+1) = -1 \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$\sqrt{x_1 + x_2} + \sqrt{3 + x_1x_2} = 2m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{2m} + \sqrt{3 - (2m+1)} = 2m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{2m} + \sqrt{2 - 2m} = 2m + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 \ge 0 \\ 2m \ge 0 \\ 2 - 2m \ge 0 \\ 2m + 2 - 2m + 2\sqrt{2m(2-2m)} = 4m^2 + 4m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge -\dfrac{1}{2} \\ m \ge 0 \\ m \le 1 \\ 2\sqrt{2m(2-2m)} = 4m^2 + 4m - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le m \le 1 \\ 4(4m - 4m^2) = 16m^4 + 16m^2 + 1 + 32m^3 - 8m^2 - 8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le m \le 1 \\ 16m^4 + 32m^3 + 24m^2 - 24m + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le m \le 1 \\ (2m-1)(8m^3 + 20m^2 + 22m - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{2} \\ m \approx 0,044 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{2} \\ m \approx 0,044 \end{array}\right. (tm)$$

Vậy $m = \dfrac{1}{2}$ hoặc $m \approx 0,044$.

b) Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \dfrac{a^3 + b^3 + 4}{ab + 1}$.

+) Tìm giá trị nhỏ nhất.

Áp dụng BĐT Cô-si cho 3 số không âm $a^3, b^3, 1$ ta có:

$a^3+b^3+1\ge 3\sqrt[3]{a^3.b^3.1}=3ab$

$\Rightarrow a^3+b^3+4\ge 3ab+3=3(ab+1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{a^3+b^3+4}{ab+1}\ge 3\ (Do\ ab+1>0)$

$\Leftrightarrow M\ge 1$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ a^2+b^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=1$.

Vậy $\min M=3\Leftrightarrow a=b=1$.

+) Tìm giá trị lớn nhất.

Ta có $ab\ge 0\Leftrightarrow ab+1\ge 1\Leftrightarrow \dfrac{1}{ab+1}\le 1\Leftrightarrow M=\dfrac{a^3+b^3+4}{ab+1}\le a^3+b^3+4$.

Ta có $\begin{cases} a,b\ge 0 \\ a^2+b^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2\le 2 \\ b^2\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le a\le \sqrt{2} \\ 0\le b\le \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le a^3\le a^2\sqrt{2} \\ 0\le b^3\le b^2\sqrt{2} \end{cases}$.

Do đó $a^3+b^3+4\le a^2\sqrt{2}+b^2\sqrt{2}+4=\sqrt{2}\left(a^2+b^2\right)+4=2\sqrt{2}+4$.

$\Rightarrow M\le 2\sqrt{2}+4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2=2 \\ b^2=2 \\ ab=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=\sqrt{2} \\ b=0 \end{cases} \\ \begin{cases} a=0 \\ b=\sqrt{2} \end{cases} \end{array}\right.$.

Vậy $\max M=2\sqrt{2}+4\Leftrightarrow \begin{cases} a=\sqrt{2} \\ b=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=0 \\ b=\sqrt{2} \end{cases}$.