SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2020 – 2021 Môn thi: TOÁN *Thời gian làm bài: 120 phút*

Câu 1:

1) Giải các phương trình sau:

a) $|x-1|=8$ b) $x(2+x)-3=0$

2) Cho phương trình $x^2-3x+1=0$. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị biểu thức $A=x_1^2+x_2^2$.

Câu 2:

a) Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{x}{x+3\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{x}}+\dfrac{6}{x+3\sqrt{x}}\right)$ (với $x>0$).

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-1;4)$ và song song với đường thẳng $y=2x-1$.

Câu 3:

a) Một đoàn xe nhận chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành, đoàn có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc? Biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau.

b) Cho hệ phương trình với tham số m: $\begin{cases}(m+1)x-y=3\\ mx+y=m\end{cases}$.

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0;\,y_0)$ thỏa mãn $x_0+y_0>0$.

Câu 4:

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;\,R)$. Gọi D, E, F là chân các đường cao lần lượt thuộc các cạnh BC, CA, AB và H là trực tâm của ΔABC. Vẽ đường kính AK.

a) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành.

b) Trong trường hợp ΔABC không cân, gọi M là trung điểm của BC. Hãy chứng minh FC là phân giác của $\angle DFE$ và bốn điểm M, D, F, E cùng nằm trên một đường tròn.

c) Khi BC và đường tròn $(O;\,R)$ cố định, điểm A thay đổi trên đường tròn sao cho ΔABC luôn nhọn, đặt $BC=a$. Tìm vị trí của điểm A để tổng $P=DE+EF+DF$ lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo a và R.

Câu 5:

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc=1$.

Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{a^2+2b^2+3}+\dfrac{1}{b^2+2c^2+3}+\dfrac{1}{c^2+2a^2+3}\le\dfrac{1}{2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (2,0 điểm)

Cách giải:

1) Giải các phương trình sau:

a) $|x-1|=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=8 \\ x-1=-8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=-7 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{9;-7\}$.

b) $x(2+x)-3=0$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 2x+x^2-3=0 \\
&\Leftrightarrow x^2+3x-x-3=0 \\
&\Leftrightarrow (x^2+3x)-(x+3)=0 \\
&\Leftrightarrow x(x+3)-(x+3)=0 \\
&\Leftrightarrow (x+3)(x-1)=0
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3=0 \\ x-1=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-3;1\}$.

2) Cho phương trình $x^2-3x+1=0$. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình. Hãy tính giá trị biểu thức $A=x_1^2+x_2^2$.

Xét phương trình $x^2-3x+1=0$ có $\Delta=(-3)^2-4.1.1=5>0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$. Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=\dfrac{-(-3)}{1}=3 \\ x_1x_2=\dfrac{1}{1}=1 \end{array}\right.$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
&A=x_1^2+x_2^2 \\
&A=x_1^2+x_2^2+2x_1x_2-2x_1x_2 \\
&A=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2 \\
&A=3^2-2.1 \\
&A=7
\end{aligned}$$

Vậy $A=7$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cách giải:

a) Rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{6}{x+3\sqrt{x}}\right)$ ***(với*** $x>0$***).***

Với $x>0$ ta có:

$$A=\left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{6}{x+3\sqrt{x}}\right)$$

$$A=\left(\frac{x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}\right)$$

$$A=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)-2\left(\sqrt{x}+3\right)+6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}:\frac{x+3\sqrt{x}-2\sqrt{x}-6+6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}:\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}:\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$A=1$$

Vậy với $x>0$ thì $A=1$.

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M\left(-1;4\right)$ ***và song song với đường thẳng*** $y=2x-1$***.***

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Vì d song song với đường thẳng $y=2x-1$ nên phương trình đường thẳng d có dạng $y=2x+c$ $\left(c\neq -1\right)$.

Vì $M\left(-1;4\right)\in d$ nên thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng d ta có:

$$4=2.\left(-1\right)+c\Leftrightarrow 4=-2+c\Leftrightarrow c=6\ \left(tm\right).$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y=2x+6$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cách giải:

a) Một đoàn xe nhận chở 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành, đoàn có thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 8 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc? Biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau.

Gọi số lúc đầu của đoàn xe là x (chiếc), $\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$.

Lúc đầu mỗi xe chở số tấn hàng là $\frac{480}{x}$ (tấn).

Khi khởi hành, có thêm 3 xe nên số xe lúc sau là: $x+3$ (xe).

Lúc đầu mỗi xe chở số tấn hàng là $\frac{480}{x+3}$ (tấn).

Vì lúc sau mỗi xe chở ít hơn 8 tấn hàng so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{480}{x}-\frac{480}{x+3}=8$$
$$\Leftrightarrow \frac{60}{x}-\frac{60}{x+3}=1$$
$$\Leftrightarrow 60(x+3)-60x=x(x+3)$$
$$\Leftrightarrow 60x+180-60x=x^2+3x$$
$$\Leftrightarrow x^2+3x-180=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+15x-112x-180=0$$
$$\Leftrightarrow x(x+15)-12(x+15)=0$$
$$\Leftrightarrow (x+15)(x-12)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+15=0 \\ x-12=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-15\ (tm) \\ x=12\ (tm) \end{array}\right.$$

Vậy lúc đầu đoàn xe có 12 chiếc.

b) Cho hệ phương trình với tham số $m: \begin{cases} (m+1)x-y=3 \\ mx+y=m \end{cases}$.

Tìm m ***để hệ phương trình có nghiệm duy nhất*** $(x_0;\, y_0)$ ***thỏa mãn*** $x_0+y_0>0$.

Ta có: $\begin{cases} (m+1)x-y=3 \\ mx+y=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)x-m+mx=3 \\ y=m-mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)x=m+3\ (*) \\ y=m-mx \end{cases}$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 2m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -\frac{1}{2}$.

Khi đó ta có: $(*) \Leftrightarrow x=\frac{m+3}{2m+1}\left(m\neq -\frac{1}{2}\right)$

$$\Rightarrow y=m-mx=m-\frac{m(m+3)}{2m+1}$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{2m^2+m-m^2-3m}{2m+1}$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{m^2-2m}{2m+1}$$

$\Rightarrow$ Với $m\neq -\frac{1}{2}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x_0;\, y_0)=\left(\frac{m+3}{2m+1};\ \frac{m^2-2m}{2m+1}\right)$.

Theo bài ra ta có: $x_0 + y_0 > 0$

$$\Leftrightarrow \frac{m+3}{2m+1} + \frac{m^2 - 2m}{2m+1} > 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - m + 3}{2m+1} > 0 \ (1)$$

Vì $m^2 - m + 3 = m^2 - 2.\frac{1}{2}m + \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0\ \forall m$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$$

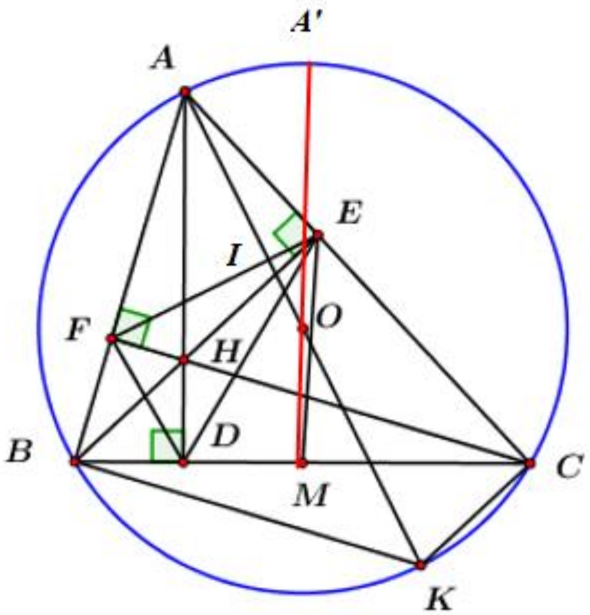
Kết hợp với điều kiện $m \ne -\frac{1}{2}$ ta được $m > -\frac{1}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $m > -\frac{1}{2}$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cách giải:

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Gọi D, E, F là chân các đường cao lần lượt thuộc các cạnh BC, CA, AB và H là trực tâm của ΔABC. Vẽ đường kính AK.



a) Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành.

Ta có: $\angle ABK$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow \angle ABK = 90^0$ hay $AB \perp BK$.

Mà $CF \perp AB\ (gt)$ $\Rightarrow CF \parallel BK$ hay $CH \parallel BK\ (1)$ (Từ vuông góc đến song song).

Ta có: $\angle ACK$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) $\Rightarrow \angle ACK = 90^0$ hay $AC \perp CK$.

Mà $BE \perp AC\ (gt)$ $\Rightarrow BE \parallel CK$ hay $BH \parallel CK\ (2)$ (Từ vuông góc đến song song).

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BHCK$ là hình bình hành. (dhnb)

b) Trong trường hợp ΔABC không cân, gọi M là trung điểm của BC. Hãy chứng minh FC là phân giác của $\angle DFE$ và bốn điểm M, D, F, E cùng nằm trên một đường tròn.

Xét tứ giác $BFHD$ ta có: $\angle BFD + \angle BHD = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow BFHD$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

$\Rightarrow \angle HFD = \angle HBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HD) (3)

Xét tứ giác $AEHF$ ta có: $\angle AEH + \angle AFH = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

$\Rightarrow \angle HFE = \angle HAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HE) (4)

Xét tứ giác $AEDB$ ta có: $AEB = \angle ADB = 90^0$

$\Rightarrow AEDB$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh liên tiếp cùng kề nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \angle DAE = \angle DBE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DE) (5)

Từ $(3), (4), (5)$ suy ra: $\angle EAD = \angle EFH = \angle HFD = \angle HBD$

Hay $\angle EFC = \angle CFD \Rightarrow FC$ là phân giác của $\angle DFE$ (đpcm).

Xét ΔEBC vuông tại E có đường trung tuyến $EM \Rightarrow EM = BM = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow \Delta EBM$ cân tại M (tính chất tam giác cân).

$\Rightarrow \angle MEB = \angle EBM \Rightarrow \angle EMC = \angle MEB + \angle EBM = 2\angle EBM$ (góc ngoài của tam giác)

Lại có: $\angle EFD = 2\angle HFD = 2\angle HBD = 2\angle EBM \quad (cmt)$

$\Rightarrow \angle EMC = \angle EFD \,(= 2\angle EBM)$

$\Rightarrow EFDM$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Hay E, F, D, M cùng thuộc một đường tròn.

c) Khi BC và đường tròn $(O; R)$ cố định, điểm A thay đổi trên đường tròn sao cho ΔABC luôn nhọn, đặt $BC = a$. Tìm vị trí của điểm A để tổng $P = DE + EF + DF$ lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo a và R.

Gọi $EF \cap OA = \{I\}$.

Ta có: $\angle FAI = \angle BCK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BK).

Xét tứ giác $BFEC$ có: $\angle BEC = \angle BFC = 90^0\left(gt\right)$, do đó tứ giác $BFEC$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \angle AFI = \angle ACB$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

$\Rightarrow \angle FAI + \angle AFI = \angle BCK + \angle ACB = \angle ACK = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow OA \perp EF$.

CMTT ta có $OB \perp FD$, $OC \perp ED$.

Ta có: $S_{OEAF} = \dfrac{1}{2}OA.EF$ (tứ giác có 2 đường chéo vuông góc).

$S_{OFBD} = \dfrac{1}{2}OB.FD$

$S_{ODCE} = \dfrac{1}{2}OC.DE$.

$\Rightarrow S_{OEAF} + S_{OFBD} + S_{ODCE} = \dfrac{1}{2}OA.EF + \dfrac{1}{2}OB.FD + \dfrac{1}{2}OC.DE$

$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}R.EF + \dfrac{1}{2}R.FD + \dfrac{1}{2}R.DE$

$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}R.\left(EF + FD + DE\right)$

$\Rightarrow EF + FD + DE = \dfrac{2S_{ABC}}{R}$

Kéo dài OM cắt $\left(O\right)$ tại A' $\Rightarrow A'M \perp BC\ \left(do\ OM \perp BC\right)$.

Khi đó ta có: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AD.BC \le \dfrac{1}{2}A'M.BC$.

Áp dụng định í Pytago trong tam giác vuông OMC ta có: $OM = \sqrt{OC^2 - CM^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{a^2}{4}}$.

$\Rightarrow A'M = OA' + OM = R + \sqrt{R^2 - \dfrac{a^2}{4}}$.

$\Rightarrow S_{ABC} \le \dfrac{a}{2}\left(R + \sqrt{R^2 - \dfrac{a^2}{4}}\right)$.

$\Rightarrow EF + FD + DE \le \dfrac{a\left(R + \sqrt{R^2 - \dfrac{a^2}{4}}\right)}{R}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow A \equiv A'$, khi đó điểm A là điểm chính giữa của cung lớn BC.

Vậy $P = DE + EF + DF$ đạt giá trị lớn nhất điểm A là điểm chính giữa của cung lớn BC.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho ba số thực dương a, b, c ***thỏa mãn*** $abc = 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}\le\frac{1}{2}$

Ta có: $a^2+2b^2+3=a^2+b^2+b^2+1+2$.

Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $\begin{cases} a^2+b^2\ge 2ab \\ b^2+1\ge 2b \end{cases}$.

$\Rightarrow a^2+b^2+b^2+1+2\ge 2ab+2b+2=2(ab+b+1)$.

$\Rightarrow \frac{1}{a^2+2b^2+3}\le\frac{1}{2(ab+b+1)}$.

CMTT ta có:

$\frac{1}{b^2+2c^2+3}\le\frac{1}{2(bc+c+1)}$; $\frac{1}{c^2+2a^2+3}\le\frac{1}{2(ca+a+1)}$.

Khi đó ta có:

$$\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}$$
$$\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab+b+1}+\frac{1}{bc+c+1}+\frac{1}{ca+a+1}\right)$$

Ta có:

$$\frac{1}{ab+b+1}+\frac{1}{bc+c+1}+\frac{1}{ca+a+1}$$
$$=\frac{1}{ab+b+1}+\frac{ab}{ab^2c+abc+ab}+\frac{b}{bca+ab+b}$$
$$=\frac{1}{ab+b+1}+\frac{ab}{c+1+ab}+\frac{b}{1+ab+b}$$
$$=\frac{ab+b+1}{ab+b+1}=1$$

Vậy $\frac{1}{a^2+2b^2+3}+\frac{1}{b^2+2c^2+3}+\frac{1}{c^2+2a^2+3}\le\frac{1}{2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=1$.

----- HẾT ----