SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 – 2022 Môn thi: TOÁN Thời gian làm bài: 120 phút *(không tính thời gian phát đề)* *(Đề thi có 01 trang)*

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình $x^2-3x=4$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-5-y=0\\5x+3y=18\end{cases}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}+\dfrac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$ với $a\ge 0,\ a\ne 9$.

b) Cho hàm số bậc nhất $y=ax-4$. Xác định hệ số a, biết đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $(d): y=-3x+2$ tại điểm có tung độ bằng 5.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi $24m$. Nếu tăng chiều dài lên $2m$ và giảm chiều rộng đi $1m$ thì diện tích mảnh đất tăng thêm $1m^2$. Tìm độ dài các cạnh của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu.

b) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m-3=0$ (Với m là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m. Tìm các giá trị của tham số m sao cho: $|x_1-x_2|=4$.

Câu 4 (3,0 điểm):

1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$ và hai đường cao AE,BF cắt nhau tại H ($E\in BC, F\in AC$).

a) Chứng minh rằng bốn điểm A,B,E,F cùng nằm trên một đường tròn

b) Chứng minh rằng $OC\perp EF$

2) Cho tam giác ABC có $\angle B,\angle C$ là góc nhọn và có diện tích không đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2BC^2+AC^2+AB^2$.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho các số thực dương $x,\ y$ thỏa mãn $\sqrt{y}(y+1)-6x-9=(2x+4)\sqrt{2x+3}-3y$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=xy+3y-4x^2-3$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

a) Vận dụng công thức nhẩm nhanh của phương trình bậc hai một ẩn: nếu phương trình $ax^2+bx+c=0$ có $a-b+c=0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=-1;x_2=\frac{-c}{a}$

b) Vận dụng phương pháp cộng đại số để xác định nghiệm của hệ phương trình.

Cách giải:

a) Ta có: $x^2-3x=4\Leftrightarrow x^2-3x-4=0$.

Vì $a-b+c=1-(-3)+(-4)=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-\frac{c}{a}=4\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1;4\}$.

b) Ta có

$$\begin{cases}2x-5-y=0\\5x+3y=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=5\\5x+3y=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x-3y=15\\5x+3y=18\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}11x=33\\y=2x-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2.3-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(3;1)$.

Câu 2

Phương pháp:

a) Vận dụng hằng đẳng thức $A^2-B^2=(A-B)(A+B)$ để xác định mẫu thức chung của biểu thức P

Thực hiện các phép toán với các phân thức đại số để rút gọn biểu thức P

b) Thay $y=5$ vào phương trình đường thẳng $(d): y=-3x+2$, từ đó tính được x

Thay $y=5$ và giá trị x vừa tìm được vào hàm số $y=ax-4$ từ đó tìm được hệ số a

Cách giải:

a) Với $a\ge 0,\ a\ne 9$ ta có:

$$P=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}+\frac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$$

$$P=\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3}-\frac{3+7\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P=\frac{2\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)+(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+3)-(3+7\sqrt{a})}{(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)}$$

$$P=\frac{2a-6\sqrt{a}+a+3\sqrt{a}+\sqrt{a}+3-3-7\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$$

$$P=\frac{3a-9\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$$

$$P=\frac{3\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-3\right)}{\left(\sqrt{a}+3\right)\left(\sqrt{a}-3\right)}$$

$$P=\frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$$

Vậy với $a\ge 0,\ a\ne 9$ thì $P=\dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$.

b) Thay $y=5$ vào phương trình đường thẳng $\left(d\right):\ y=-3x+2$ ta có $5=-3x+2\Leftrightarrow 3x=-3\Leftrightarrow x=-1$.

Do đó đồ thị hàm số $y=ax-4$ cắt đường thẳng $\left(d\right):\ y=-3x+2$ tại điểm $A\left(-1;5\right)$.

Thay $x=-1,\ y=5$ vào hàm số $y=ax-4$ ta có $5=-a-4\Leftrightarrow a=-5-4=-9$.

Vậy $a=-9$.

Câu 3

Phương pháp:

a) Gọi độ dài chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là $x\ \left(m\right)$ (ĐK: $x>0$).

Tính được chiều rộng của hình chữ nhật theo x

Theo giả thiết của đề bài, lập được phương trình, giải phương trình, đối chiếu điều kiện và đưa ra kết luận.

b) Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ với mọi m $\Leftrightarrow \Delta>0,\forall m$

Theo hệ thức Vi – ét, tính được $x_1x_2\,;x_1+x_2$ theo m

Biến đổi hệ thức của đề bài để xuất hiện $x_1x_2\,;x_1+x_2$, thay vào và giải phương trình chứa m

Cách giải:

a) Gọi độ dài chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là $x\ \left(m\right)$ (ĐK: $x>0$).

Nửa chu vi mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là: $24:2=12\ \left(m\right)$

$\Rightarrow$ Chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu là: $12-x\ \left(m\right)$

Khi tăng chiều dài lên $2m$ thì độ dài chiều dài là: $x+2\ (m)$

Khi giảm chiều rộng đi $1m$ thì độ dài chiều rộng là: $12-x-1=11-x(m)$

Vì khi tăng chiều dài lên $2m$ và giảm chiều rộng đi $1m$ thì diện tích mảnh đất tăng thêm $1m^2$ nên ta có:

$$\begin{aligned}&\left(x+2\right)\left(11-x\right)-x\left(12-x\right)=1\\ \Leftrightarrow\ &11x-x^2+22-2x-12x+x^2=1\\ \Leftrightarrow\ &3x=21\\ \Leftrightarrow\ &x=7\ \left(tm\right)\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Chiều rộng hình chữ nhật là: $12-7=5\left(m\right)$.

Vậy chiều dài và chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật ban đầu lần lượt là $7m$ và $5m$.

b) Ta có: $x^2-2\left(m-1\right)x+m-3=0$ (1)

Phương trình (1) có: $\Delta'=(m-1)^2-m+3=m^2-3m+4=\left(m-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}>0\ \forall m$

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ với mọi m.

Khi đó theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m-2 \\ x_1.x_2=m-3 \end{cases}$

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{aligned}
&\left|x_1-x_2\right|=4\\
&\Leftrightarrow x_1{}^2-2x_1x_2+x_2=16\\
&\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=16\\
&\Rightarrow \left(2m-2\right)^2-4.\left(m-3\right)=16\\
&\Rightarrow 4m^2-8m+4-4m+12=16\\
&\Leftrightarrow 4m^2-12m=0\\
&\Leftrightarrow 4m\left(m-3\right)=0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m\in\left\{0;3\right\}$.

Câu 4

Phương pháp:

1) a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp: Tứ giác có 2 đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau nên $ABEF$ nội tiếp một đường tròn từ đó ta có điều phải chứng minh.

b) Chứng minh $\angle ACO=\angle CAO=90^0-\dfrac{1}{2}\angle AOC$ (1)

Mà $\angle AOC=2\angle ABC$ (2)

$\angle ABC=\angle DFC$ (3)

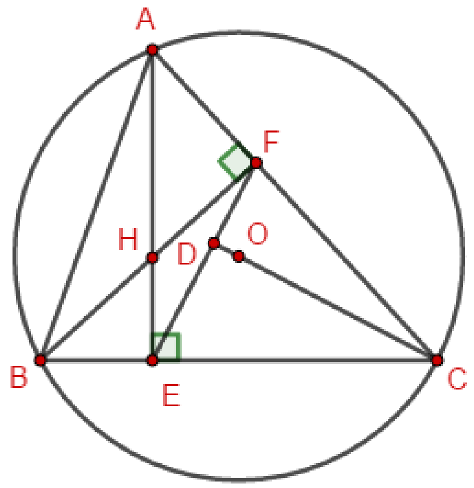
Từ (1), (2) và (3) suy ra được $\angle FDC=90^0$ nên $OC\perp EF$

2) Kẻ đường cao AH của tam giác ABC

Áp dụng định lí Py – ta – go, tính được $P=\left(BC^2+AH^2\right)+\left(BH^2+CH^2\right)$

Áp dụng các bất đẳng thức, tìm được giá trị nhỏ nhất của P.

Cách giải:



a) Ta có: AE, BF là đường cao của tam giác ABC nên $AE \perp BC,\ BF \perp AC$.

$\Rightarrow \angle AEB = \angle AFB = 90^0$.

$\Rightarrow ABEF$ nội tiếp một đường tròn (tứ giác có 2 đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau)

b) Gọi D là giao điểm của OC và EF.

Ta có: $\begin{cases} \angle ACO + \angle CAO = 180^0 - \angle AOC \\ \angle ACO = \angle CAO \end{cases}$ (do tam giác OAC cân tại O).

$\Rightarrow \angle ACO = \angle CAO = 90^0 - \frac{1}{2}\angle AOC\ (1)$

Mà $\angle AOC = 2\angle ABC$ (2) (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AC).

$\angle ABC = \angle DFC$ (3) (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp $ABEF$).

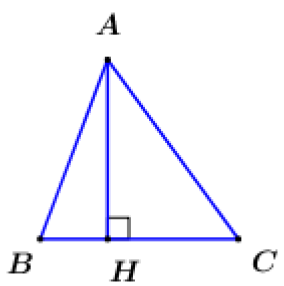
Từ (1), (2), (3) ta được:

$\angle ACO = 90^0 - \angle ABC = 90^0 - \angle DFC \Rightarrow \angle ACO + \angle DFC = 90^0$

$\Rightarrow \angle FDC = 90^0$

Vậy $OC \perp EF$ (đpcm).

2)



Kẻ đường cao AH. Vì $\angle B, \angle C$ là các góc nhọn nên H thuộc đoạn thẳng BC.

Áp dụng định lí Pytago ta có:

$AC^2 = AH^2 + HC^2$

$AB^2 = AH^2 + BH^2$

$\Rightarrow P = 2BC^2 + 2AH^2 + BH^2 + HC^2$.

Ta có $BC^2+AH^2\ge 2BC.AH=4S_{\Delta ABC}$.

$$BH^2+CH^2\ge\frac{\left(BH+CH\right)^2}{2}=\frac{BC^2}{2}.$$

Do đó $P\ge 8S_{\Delta ABC}+\dfrac{BC^2}{2}$.

Do $S_{\Delta ABC}$ không đổi, $A,\ B,\ C$ cố định nên P đạt giá trị nhỏ nhất bằng $8S_{\Delta ABC}+\dfrac{BC^2}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $BH=CH\Rightarrow\Delta ABC$ cân tại A.

Câu 5

Phương pháp:

Tìm điều kiện xác định của phương trình

Đặt $2x+3=t\ \left(t\ge 0\right)$ ta có phương trình mới chứa ẩn y và ẩn t, biến đổi phương trình này về dạng tích, từ đó tìm được mối liên hệ của y và x

Thay vào biểu thức M, biểu thức M chứa ẩn x, vận dụng hằng đẳng thức tìm được giá trị lớn nhất của biểu thức M.

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases}y\ge 0\\2x+3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y\ge 0\\x\ge-\dfrac{3}{2}\end{cases}$.

Đặt $2x+3=t\ \left(t\ge 0\right)$ ta có:

$$\sqrt{y}\left(y+1\right)-6x-9=\left(2x+4\right)\sqrt{2x+3}-3y$$
$$\Leftrightarrow\sqrt{y}\left(y+1\right)-3\left(2x+3\right)=\left(2x+4\right)\sqrt{2x+3}-3y$$
$$\Rightarrow\sqrt{y}\left(y+1\right)-3t=\sqrt{t}\left(t+1\right)-3y$$
$$\Leftrightarrow\sqrt{y}\left(y+1\right)-\sqrt{t}\left(t+1\right)+3y-3t=0$$
$$\Leftrightarrow y\sqrt{y}-t\sqrt{t}+\left(\sqrt{y}-\sqrt{t}\right)+3\left(y-t\right)=0$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{y}-\sqrt{t}\right)\left(y+\sqrt{yt}+t\right)+\left(\sqrt{y}-\sqrt{t}\right)+3\left(\sqrt{y}-\sqrt{t}\right)\left(\sqrt{y}+\sqrt{t}\right)=0$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{y}-\sqrt{t}\right)\left(y+\sqrt{yt}+t+1+4\right)=0$$
$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{y}-\sqrt{t}\right)\left(y+\sqrt{yt}+t+5\right)=0$$
$$\Leftrightarrow\sqrt{y}-\sqrt{t}=0\ \left(do\ \ y+\sqrt{yt}+t+5>0\ \forall y,\ t\ge 0\right)$$
$$\Leftrightarrow y=t\Leftrightarrow y=2x+3$$

Khi đó biểu thức M trở thành:

$M = x(2x+3)+3(2x+3)-4x^2-3$

$M = 2x^2+3x+6x+9-4x^2-3$

$M = -2x^2+9x+6$

$M = -2\left(x^2-\frac{9}{2}x\right)+6$

$M = -2\left(x^2-2.x.\frac{9}{4}+\frac{81}{16}\right)+\frac{81}{8}+6$

$M = -2\left(x-\frac{9}{4}\right)^2+\frac{129}{8}$

Vì $-2\left(x-\frac{9}{4}\right)^2 \le 0\ \forall x$ nên $-2\left(x-\frac{9}{4}\right)^2+\frac{129}{8} \le \frac{129}{8}$.

Do đó $M \le \frac{129}{8} \Rightarrow M_{\max} = \frac{129}{8}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{9}{4}\ (tm) \Rightarrow y = \frac{15}{2}$.

Vậy GTLN của M bằng $\frac{129}{8}$ đạt được khi $(x;y) = \left(\frac{9}{4};\frac{15}{2}\right)$.