

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1:

Cho hai biểu thức: $A = 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3$ và $B = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ với $x > 0$.

- a) Rút gọn biểu thức A và biểu thức B .
b) Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B .

Bài 2:

a) Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Xác định các giá trị của a và b biết (d) song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ và (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5 .

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases}$$

Bài 3:

1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

- a) Giải phương trình (1) với $m = 7$.
b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Một nhà máy theo kế hoạch phải sản xuất 2100 thùng nước sát khuẩn trong một thời gian quy định (số thùng nước sát khuẩn nhà máy phải sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để đẩy nhanh tiến độ công việc trong giai đoạn tăng cường phòng chống đại dịch COVID-19, mỗi ngày nhà máy đã sản xuất nhiều hơn dự định 35 thùng nước sát khuẩn. Do đó, nhà máy đã hoàn thành công việc trước thời hạn 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy sản xuất bao nhiêu thùng nước sát khuẩn?

Bài 4:

1. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của của đoạn thẳng AC , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O) , K là giao điểm của đoạn thẳng AC , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O) . Chứng minh:

- a) Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB .
b) $BF \cdot CK = CF \cdot BK$.

c) Tam giác FCE đồng dạng với tam giác CBE và EA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF .

2. Một hình nón có bán kính đáy là 5 cm , diện tích xung quanh bằng $65\pi\text{ cm}^2$. Tính chiều cao của hình nón đó.

Bài 5:

a) Cho x, y là hai số thực bất kì. Chứng minh $x^2 - xy + y^2 \geq \frac{1}{3}(x^2 + xy + y^2)$

b) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh

$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \geq \frac{2}{3}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (1,5 điểm)**Cách giải:**

Cho hai biểu thức: $A = 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3$ và $B = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức A và biểu thức B .

+) Rút gọn biểu thức A :

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{7} - \sqrt{28} + \sqrt{175} - 3 \\ &= 3\sqrt{7} - \sqrt{2^2 \cdot 7} + \sqrt{5^2 \cdot 7} - 3 \\ &= 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 3 \\ &= 6\sqrt{7} - 3. \end{aligned}$$

+) Rút gọn biểu thức B :

Điều kiện: $x > 0$.

$$\begin{aligned} B &= \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x+1}} \\ &= \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x} \\ &= 2\sqrt{x} - 1. \end{aligned}$$

Vậy với $A = 6\sqrt{7} - 3$ và $B = 2\sqrt{x}$ với $x > 0$.

b) Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức A bằng ba lần giá trị của biểu thức B .

Điều kiện: $x > 0$.

Theo đề bài ta có: $A = 3B$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{7} - 3 = 3 \cdot (2\sqrt{x} - 1)$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{7} - 3 = 6\sqrt{x} - 3$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x} = 6\sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow x = 7 \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 7$ thì $A = 3B$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cách giải:

a) Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Xác định các giá trị của a và b biết (d) song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ và (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5 .

Vì đường thẳng $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 2020$ nên:
$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b \neq 2020 \end{cases}$$

Khi đó phương trình đường thẳng (d) có dạng $(d): y = -\frac{1}{2}x + b$, với $b \neq 2020$.

Vì (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -5 nên đường thẳng (d) đi qua điểm $(-5; 0)$.

Thay tọa độ điểm $(-5; 0)$ và phương trình đường thẳng (d) ta có:

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + b \Leftrightarrow 0 = \frac{5}{2} + b \Leftrightarrow b = -\frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{1}{2} \text{ và } b = -\frac{5}{2}.$$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3(x-1) + 2(x-2y) = 10 \\ 4(x-2) - (x-2y) = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 3x - 3 + 2x - 4y = 10 \\ 4x - 8 - x + 2y = 2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 5x - 4y = 13 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 13 \\ 6x + 4y = 20 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 11x = 33 \\ 3x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3 \cdot 3 + 2y = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = \left(3; \frac{1}{2}\right)$.

Bài 3 (2,5 điểm)**Cách giải:**

1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) với $m = 7$.

Với $m = 7$ ta có phương trình:

$$\begin{aligned} & x^2 - 2(7+1)x + 7^2 - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 16x + 48 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 4x - 12x + 48 = 0 \\ \Leftrightarrow & x(x-4) - 12(x-4) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x-12)(x-4) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x-12=0 \\ x-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=4 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy với $m = 7$ thì phương trình có tập nghiệm là $S = \{4; 12\}$.

b) Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) có hai nghiệm x_1, x_2

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \Delta' \geq 0 \\ \Leftrightarrow & (m+1)^2 - m^2 + 1 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & m^2 + 2m + 1 - m^2 + 1 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & 2m + 2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & m \geq -1. \end{aligned}$$

Với $m \geq -1$ thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) = 2m + 2 \\ x_1x_2 = m^2 - 1 \end{cases}.$$

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} M &= x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 \\ &= (2m + 2)^2 - 3(m^2 - 1) \\ &= 4m^2 + 8m + 4 - 3m^2 + 3 \\ &= m^2 + 8m + 7 \\ &= m^2 + 8m + 16 - 9 \\ &= (m + 4)^2 - 9 \end{aligned}$$

$$\text{Với } m \geq -1 \Rightarrow m + 4 \geq 3 \Rightarrow (m + 4)^2 \geq 9 \Rightarrow (m + 4)^2 - 9 \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{Min } M = 0$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m = -1 \text{ (tm).}$$

Vậy $m = -1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Một nhà máy theo kế hoạch phải sản xuất 2100 thùng nước sát khuẩn trong một thời gian quy định (số thùng nước sát khuẩn nhà máy phải sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để đẩy nhanh tiến độ công việc trong giai đoạn tăng cường phòng chống đại dịch COVID-19, mỗi ngày nhà máy đã sản xuất nhiều hơn dự định 35 thùng nước sát khuẩn. Do đó, nhà máy đã hoàn thành công việc trước thời hạn 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy sản xuất bao nhiêu thùng nước sát khuẩn?

Gọi số thùng nước sát khuẩn mỗi ngày nhà máy sản xuất được theo kế hoạch là x (thùng), ($x < 2100$, $x \in \mathbb{N}^*$).

⇒ Thời gian dự định nhà máy sản xuất xong 2100 thùng nước sát khuẩn là: $\frac{2100}{x}$ (ngày).

Thực tế, mỗi ngày nhà máy sản xuất được số thùng nước sát khuẩn là: $x + 35$ (thùng).

⇒ Thời gian thực tế nhà máy sản xuất xong 2100 thùng nước sát khuẩn là: $\frac{2100}{x + 35}$ (ngày).

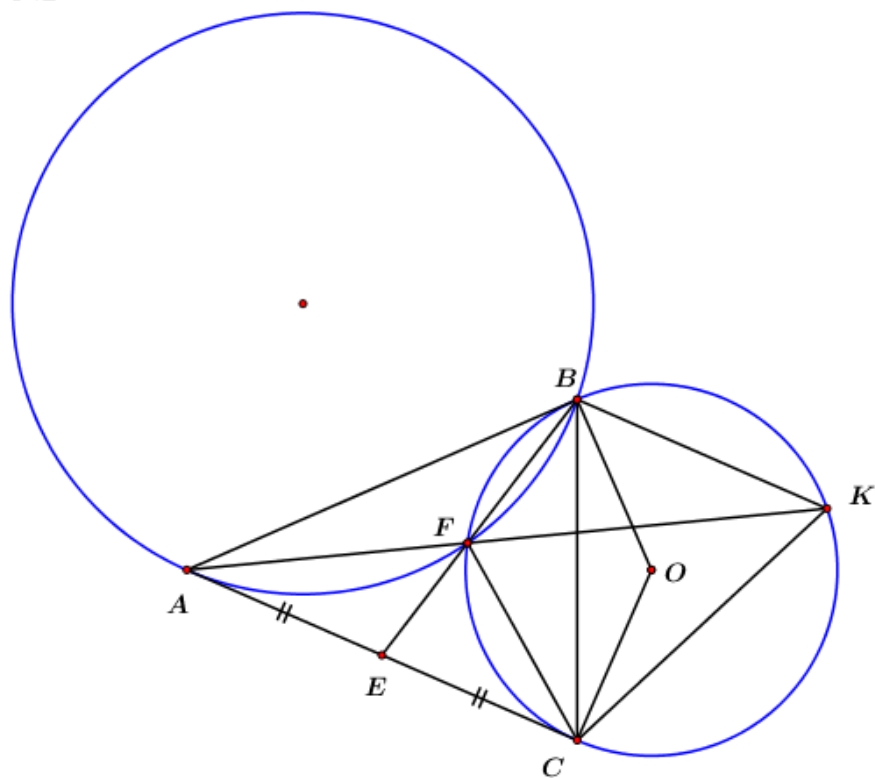
Nhà máy đã hoàn thành xong công việc trước thời hạn 3 ngày nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{2100}{x} - \frac{2100}{x + 35} &= 3 \\ \Leftrightarrow 2100(x + 35) - 2100x &= 3x(x + 35) \\ \Leftrightarrow 2100x + 73500 - 2100x &= 3x^2 + 105x \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 105x - 73500 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 35x - 24500 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 175x - 140x - 24500 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x + 175) - 140(x + 175) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x + 175)(x - 140) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x + 175 = 0 \\ x - 140 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -175 \text{ (ktm)} \\ x = 140 \text{ (tm)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy sản xuất được 140 thùng nước sát khuẩn.

Bài 4 (3,5 điểm)**Cách giải:**

1. Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AB và AC của đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi E là trung điểm của của đoạn thẳng AC , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O) , K là giao điểm của đoạn thẳng AC , F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AF với đường tròn (O) . Chứng minh:



a) Tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và tam giác ABF đồng dạng với tam giác AKB .

Ta có: AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) tại B, C

$$\Rightarrow \begin{cases} OB \perp AB \\ OB \perp AC \end{cases} \Rightarrow \angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $ABOC$ ta có:

$$\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dnhb). (đpcm)

Xét $\triangle ABF$ và $\triangle AKB$ ta có:

$\angle A$ chung

$\angle AKB = \angle ABF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)

$\Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle AKB$ ($g - g$) (đpcm).

b) $BF \cdot CK = CF \cdot BK$.

Ta có: $\triangle ABF \sim \triangle AKB$ (cmt)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{BF}{KB} = \frac{AF}{AB} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).}$$

Xét $\triangle ACF$ và $\triangle AKC$ ta có:

$\angle A$ chung

$\angle AKC = \angle ACF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung CF)

$\Rightarrow \triangle ACF \sim \triangle AKC$ ($g - g$) ($dpcm$).

$\Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{CF}{KC} = \frac{AF}{AC}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ).

Mà $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AC}{AK} = \frac{BF}{KB} = \frac{CF}{KC}$

$\Rightarrow BF \cdot KC = KB \cdot CF$ ($dpcm$).

c) Tam giác FCE đồng dạng với tam giác CBE và EA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABF .

Ta có: $\angle BKC = \angle BCE$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)

Lại có: $BFCK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (O)

$\Rightarrow \angle EFC = \angle BKC$ (góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow \angle EFC = \angle BCE (= \angle BKC)$

Xét $\triangle FCE$ và $\triangle CBE$ ta có:

$\angle E$ chung

$\angle EFC = \angle ECB$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle FCE \sim \triangle CBE$ ($g - g$) ($dpcm$).

Vì $\triangle FCE = \triangle CBE$ (cmt)

$\Rightarrow \frac{FE}{CE} = \frac{CE}{BE} \Rightarrow CE^2 = FE \cdot BE = AE^2$

$\Rightarrow \frac{EA}{EB} = \frac{EF}{EA}$

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle BEA$ ta có:

$\angle AEB$ chung

$\frac{EA}{EB} = \frac{EF}{EA}$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle BEA$ ($c - g - c$)

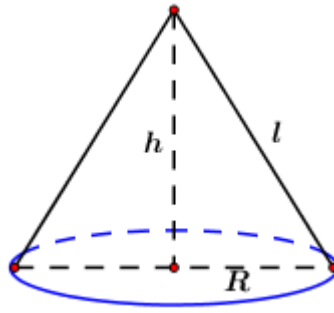
$\Rightarrow \angle FAE = \angle ABE$ (hai góc tương ứng)

Mà $\angle ABE$ là góc nội tiếp chắn cung BF của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$

$\angle FAE$ được tạo bởi dây cung AF và AE (E nằm ngoài đường tròn)

$\Rightarrow AE$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABF$. ($dpcm$)

2. Một hình nón có bán kính đáy là 5 cm , diện tích xung quanh bằng $65\pi\text{ cm}^2$. Tính chiều cao của hình nón đó.



Ta có: $S_{xq} = \pi Rl \Leftrightarrow 5\pi l = 65\pi \Leftrightarrow l = \frac{65\pi}{5\pi} = 13 \text{ cm.}$

Áp dụng định lý Pitago ta có chiều cao của hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm.}$

Bài 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

a) Cho x, y là hai số thực bất kì. Chứng minh $x^2 - xy + y^2 \geq \frac{1}{3}(x^2 + xy + y^2)$

Ta có:

$$x^2 - xy + y^2 \geq \frac{1}{3}(x^2 + xy + y^2)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 3xy + 3y^2 \geq x^2 + xy + y^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4xy + 2y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y$.

Vậy ta có đpcm.

b) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 2$. Chứng minh

$$\frac{x\sqrt{x}}{x + \sqrt{xy} + y} + \frac{y\sqrt{y}}{y + \sqrt{yz} + z} + \frac{z\sqrt{z}}{z + \sqrt{zx} + x} \geq \frac{2}{3}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x} > 0 \\ b = \sqrt{y} > 0 \\ c = \sqrt{z} > 0 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2 \text{ ta được:}$$

$$\begin{aligned} VT &= \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} \\ &= \frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2} \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ ta có:

$$\frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} \geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{a^4}{a^3 + a^2b + ab^2} + \frac{b^4}{b^3 + b^2c + bc^2} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2}$$

$$\geq \frac{(a^2 + b^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2)} + \frac{c^4}{c^3 + c^2a + ca^2}$$

$$\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^3 + a^2b + ab^2) + (b^3 + b^2c + bc^2) + (c^3 + c^2a + ca^2)}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^3 + a^2b + a^2c + b^3 + b^2a + b^2c + c^3 + c^2a + c^2b}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{a^2(a+b+c) + b^2(a+b+c) + c^2(a+b+c)}$$

$$= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{(a^2 + b^2 + c^2)(a+b+c)}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2}{a+b+c}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{1} + \frac{b^2}{1} + \frac{c^2}{1} \right)$$

$$\geq \frac{1}{2} \cdot \frac{(a+b+c)^2}{1+1+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ca + a^2} \geq \frac{2}{3} \text{ (đpcm)}$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3}$.

-----HẾT-----