SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẮK LẮK
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2 điểm):

1) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{32}-\sqrt{6}.\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}.$

2) Giải phương trình: $x^2-2x=0.$

3) Xác định hệ số a của hàm số $y=ax^2,$ biết đồ thị của hàm số đó đi qua điểm $A\left(-3;1\right).$

Câu 2 (2 điểm): Cho phương trình $x^2-\left(2m-n\right)x+\left(2m+3n-1\right)=0\ \ (1)\ \ \ (m, n$ là tham số)

1) Với $n=0,$ chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của $m.$

2) Tìm m, n để phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=-1$ và $x_1^2+x_2^2=13.$

Câu 3 (2 điểm):

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $y=-x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$ Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với trục hoành và trục tung; H là trung điểm của đoạn thẳng $AB.$ Tính độ dài đoạn thẳng OH (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimet).

2) Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao là 12 cm, bán kính đáy là 2 cm, lượng nước trong cốc cao 8 cm. Người ta thả vào cốc nước 6 viên bi hình cầu có cùng bán kính 1 cm và ngập hoàn toàn trong nước làm nước trong cốc dâng lên. Hỏi sau khi thả 6 viên bi vào thì mực nước trong cốc cách miệng côc bao nhiêu xentimet? (giả sử độ dày của cốc là không đáng kể).

Câu 4 (3 điểm): Cho đường tròn $\left(O\right)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M thuộc cung nhỏ BD sao cho $\angle BOM=30^0.$ Gọi N là giao điểm của CM và $OB.$ Tiếp tuyến tại M của đường tròn $\left(O\right)$ cắt OB, OD kéo dài lần lượt tại E và $F.$ Đường thẳng qua N và vuông góc với AB cắt EF tại $P.$

1) Chứng minh tứ giác $ONMP$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh ΔEMN là tam giác đều.

3) Chứng minh $CN=OP.$

4) Gọi H là trực tâm $\Delta AEF.$ Hỏi ba điểm A, H, P có thẳng hàng không? Vì sao?

Câu 5 (1 điểm): Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+2y+3z=2.$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S=\sqrt{\dfrac{xy}{xy+3z}}+\sqrt{\dfrac{3yz}{3yz+x}}+\sqrt{\dfrac{3xz}{3xz+4y}}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

1) Sử dụng công thức: $\sqrt{A}.\sqrt{B}=\sqrt{AB};\ \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}=\sqrt{\dfrac{A}{B}};\ \sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B}\ \ khi\ \ A\ge 0\\ -A\sqrt{B}\ \ khi\ \ A<0\end{cases}.$

2) Đưa phương trình về dạng phương trình tích để giải phương trình.

3) Thay tọa độ điểm $A(-3;1)$ vào công thức hàm số $y=ax^2$ để tìm a.

Cách giải:

1) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{32}-\sqrt{6}.\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}.$

$$A=\sqrt{32}-\sqrt{6}.\sqrt{3}+\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{11}}=\sqrt{4^2.2}-\sqrt{6.3}+\sqrt{\frac{22}{11}}$$
$$=4\sqrt{2}-\sqrt{3^2.2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}.$$

Vậy $A=2\sqrt{2}.$

2) Giải phương trình: $x^2-2x=0.$

$$x^2-2x=0\Leftrightarrow x(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right..$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S=\{0;\,2\}.$

3) Xác định hệ số a của hàm số $y=ax^2$, biết đồ thị của hàm số đó đi qua điểm $A(-3;1)$.

Đồ thị hàm số $y=ax^2$ đi qua điểm $A(-3;1)$ nên thay tọa độ điểm A vào công thức hàm số ta được:

$$1=a.(-3)^2\Leftrightarrow a=\frac{1}{9}.$$

Vậy $a=\dfrac{1}{9}.$

Câu 2

Phương pháp:

1) Thay $n=0$ vào phương trình (1), chứng minh $\Delta\ge 0$ $(\Delta'\ge 0)$ với mọi m.

2) Tìm điều kiện của $m,\ n$ để phương trình (1) có nghiệm: $\Delta\ge 0.$

+) Áp dụng định lý Vi-et và các biểu thức bài cho để tìm $m,\ n.$ Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Cho phương trình $x^2-(2m-n)x+(2m+3n-1)=0\ (1)$ ***(*** m,n ***là tham số)***

1) Với $n=0,$ ***chứng minh rằng phương trình*** (1) ***luôn có nghiệm với mọi giá trị của*** $m.$

Với $n=0$ ta có phương trình $(1)\Leftrightarrow x^2-2mx+2m-1=0$

Phương trình có $\Delta'=m^2-2m+1=(m-1)^2\ge 0\ \forall m$

Vậy với $n=0$ thì phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi $m.$

2) Tìm m,n ***để phương trình*** (1) ***luôn có hai nghiệm*** x_1,x_2 ***thỏa mãn*** $x_1+x_2=-1$ ***và*** $x_1^2+x_2^2=13.$

Ta có: $\Delta=(2m-n)^2-4(2m+3n-1)=4m^2-4mn+n^2-8m-12n+4.$

Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1,x_2\Leftrightarrow\Delta\ge 0$

$\Leftrightarrow 4m^2-4mn+n^2-8m-12n+4\ge 0.\ (*)$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m-n & (2)\\ x_1x_2=2m+3n-1 & (3)\end{cases}.$

Theo đề bài ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-1\\ x_1^2+x_2^2=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=-1 & (4)\\ (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=13 & (5)\end{cases}$

Thế (3) và (4) vào (5) ta được:

$$\begin{aligned}&(5)\Leftrightarrow(-1)^2-2(2m+3n-1)=13\\&\Leftrightarrow 1-4m-6n+2=13\\&\Leftrightarrow 4m+6n=-10\\&\Leftrightarrow 2m+3n=-5\ (6)\end{aligned}$$

Từ (2) và (4) ta có: $2m-n=-1\Leftrightarrow n=2m+1\ (7)$

Thế (7) vào (6) ta được: $2m+3(2m+1)=-5\Leftrightarrow 2m+6m+3=-5\Leftrightarrow 8m=-8\Leftrightarrow m=-1$

$\Rightarrow n=2m+1=2.(-1)+1=-1.$

Thay $m=-1,n=-1$ vào điều kiện $(*)$ ta có:

$4.(-1)^2-4.(-1)(-1)+(-1)^2-8.(-1)-12.(-1)+4=25>0$

$\Rightarrow\begin{cases}m=-1\\ n=-1\end{cases}$ thỏa mãn.

Vậy $m=-1,n=-1$ là các giá trị cần tìm.

Câu 3

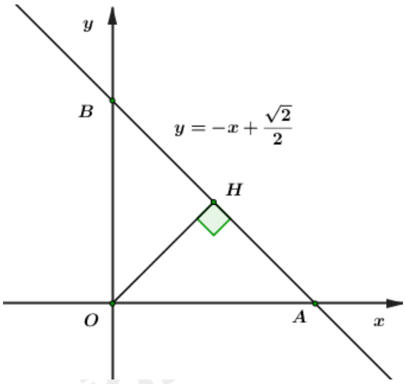
Phương pháp:

1) Tìm tọa độ các điểm $A, B.$ Sử dụng hệ thức lượng trong ΔAOB vuông tại O có đường cao OH để làm bài toán.

2) Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là: $V=\pi R^2h.$

Thể tích khối cầu bán kính R là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3.$

Cách giải:



1) Cho $d:\ y=-x+\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Ta có: $d\cap Ox=\{A\}\Rightarrow A(x_A;0)\Rightarrow -x_A+\frac{\sqrt{2}}{2}=0\Leftrightarrow x_A=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)\Rightarrow OA=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

$d\cap Oy=\{B\}\Rightarrow B(0;y_B)\Rightarrow 0+\frac{\sqrt{2}}{2}=y_B\Leftrightarrow y_B=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow B\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\Rightarrow OB=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Vì tam giác OAB vuông cân tại O $\left(do\, OA=OB=\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ mà OH là đường trung tuyến nên OH cũng là đường cao.

Sử dụng hệ thức lượng trong ΔAOB vuông tại O có đường cao OH ta có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=2+2=4.$$

$$\Rightarrow OH^2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow OH=\frac{1}{2}=0,5\,cm.$$

Vậy $OH=0,5\,cm.$

2) Thể tích nước dâng lên = thể tích 6 viên bi được thả vào cốc.

Thể tích nước có trong cốc ban đầu là: $V_1=\pi.2^2.8=32\pi\ (cm^3).$

Ta có thể tích của 6 viên bi được thả vào cốc là: $V_2=6.\frac{4}{3}\pi.1^3=8\pi\ (cm^3).$

Thể tích sau khi được thả thêm 6 viên bi là: $V=V_1+V_2=32\pi+8\pi=40\pi\ (cm^3).$

$\Rightarrow$ Chiều cao mực nước trong cốc lúc này là: $h = \dfrac{V}{\pi R^2} = \dfrac{40\pi}{\pi.2^2} = 10\left(cm\right)$.

Vậy sau khi thả 6 viên bi vào cốc thì mực nước cách cốc là $12 - 10 = 2\ cm$.

Câu 4

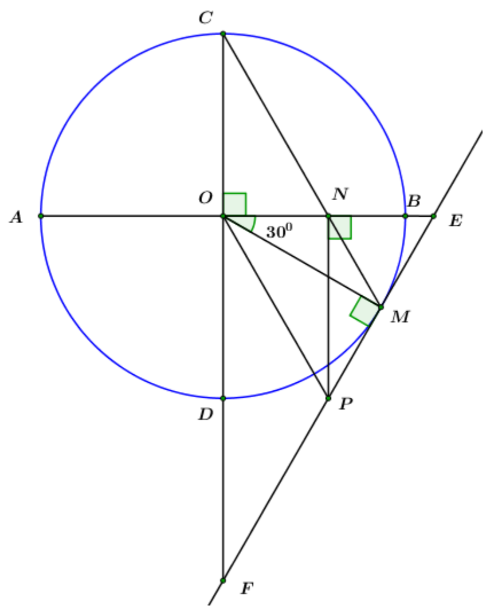
Phương pháp:

1) Chứng minh tứ giác nội tiếp dựa vào các dấu hiệu nhận biết của tứ giác.

2) Chứng minh tam giác có hai góc có số đo bằng 60^0 là tam giác đều.

3) Chứng minh tứ giác $OCNP$ là hình bình hành.

Cách giải:



1) Chứng minh tứ giác $ONMP$ là tứ giác nội tiếp.

Xét tứ giác $ONMP$ ta có:

$\angle ONP = 90^0$ $\left(NP \perp AB\right)$

$\angle OMP = 90^0$ (EF là tiếp tuyến của $\left(O\right)$)

$\Rightarrow \angle ONP = \angle OMP = 90^0$

Mà hai đỉnh N, P là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh OP.

$\Rightarrow ONMP$ là tứ giác nội tiếp. (dhnb) (đpcm).

2) Chứng minh ΔEMN là tam giác đều.

Xét $\left(O\right)$ ta có:

$\angle COM$ là góc ở tâm chắn cung CM

$\angle CME$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung CM

$\Rightarrow \angle CME = \dfrac{1}{2}\angle COM = \dfrac{1}{2}\left(\angle COB + \angle BOM\right) = \dfrac{1}{2}\left(90^0 + 30^0\right) = 60^0.$ (tính chất góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung).

Hay $\angle NME = 60^0.$

Xét ΔOME vuông tại M ta có:

$\angle OEM = 90^0 - \angle EOM = 90^0 - 30^0 = 60^0.$

Xét ΔMNE ta có: $\angle NEM = \angle NME = 60^0\ (cmt)$

$\Rightarrow \Delta NME$ là tam giác đều. (định nghĩa) (đpcm).

3) Chứng minh $CN = OP.$

Ta có: ΔMNE là tam giác đều (cmt)

$\Rightarrow \angle ENM = 60^0 = \angle ONC$ (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \angle OCN = 90^0 - \angle ONC = 90^0 - 60^0 = 30^0$

Ta có: $\angle OMN = 90^0 - \angle NME = 90^0 - 60^0 = 30^0.$

Vì $ONMP$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle OPN = \angle OMN = 30^0$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ON)

Ta có: $\begin{cases} OC \perp AB = \{O\} \\ NP \perp AB = \{N\} \end{cases} \Rightarrow OC//NP \Rightarrow OCPN$ là hình thang.

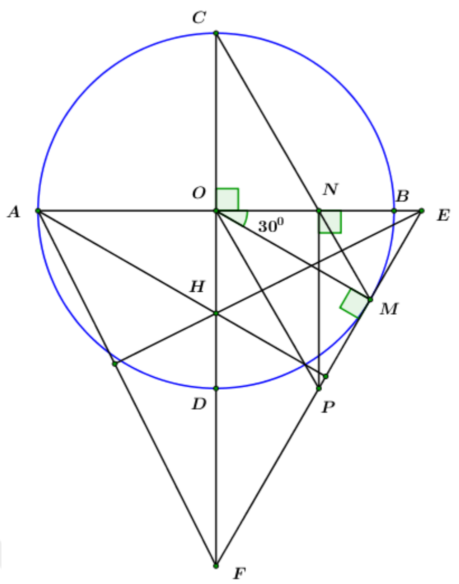
Mà $\angle OCN = \angle OPN = 30^0\ (cmt).$

Lại có hai góc này là hai góc đối nhau

$\Rightarrow OCNP$ là hình bình hành.

$\Rightarrow OC = NP\ (dpcm).$

4) Gọi H ***là trực tâm*** ΔAEF. ***Hỏi ba điểm*** A, H, P ***có thẳng hàng không? Vì sao?***



Gọi I là chân đường cao kẻ từ A đến EF thì $H \in AI$.

Giả sử phản chứng A, H, P thẳng hàng thì $P \equiv I$ hay $AP \perp EF$.

Có $\angle EOP = \angle NOP = 90^0 - \angle ONP = 60^0$ và $\angle OEP = 60^0\,(cmt)$ nên ΔOEP là tam giác cân có một góc bằng 60^0 nên là tam giác đều $\Rightarrow OP = PE\ (1)$.

Lại có $\angle POF = 90^0 - \angle EOP = 90^0 - 60^0 = 30^0$ và $\angle PFO = 90^0 - \angle OEP = 90^0 - 60^0 = 30^0$ nên tam giác OPF cân tại P hay $OP = PF\ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $PE = PF\,(= OP)$.

Xét tam giác AEF có $AP \perp EF$ (giả thiết) và $PE = PF$ nên AP vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến.

$\Rightarrow \Delta AEF$ cân tại A. Mà $\angle AEF = 60^0$ nên tam giác AEF đều.

$\Rightarrow FO$ vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến $\Rightarrow OA = OE$ (vô lý vì $OA < OE$).

Vậy ba điểm A, H, P không thẳng hàng.

Câu 5

Phương pháp:

- Biến đổi các mẫu về dạng tích.

- Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\sqrt{ab} \le \dfrac{a+b}{2}$.

Cách giải:

Do $x + 2y + 3z = 2$ nên $\begin{cases} x = 2 - 2y - 3z \\ 2y = 2 - x - 3z \\ 3z = 2 - x - 2y \end{cases}$. Khi đó,

$$xy + 3z = xy + (2 - x - 2y) = (xy - x) - (2y - 2) = x(y-1) - 2(y-1) = (x-2)(y-1)$$
$$3yz + x = 3yz + (2 - 2y - 3z) = (3yz - 3z) - (2y - 2) = (y-1)(3z-2)$$
$$3xz + 4y = 3xz + 2(2 - x - 3z) = (3xz - 6z) - (2x - 4) = 3z(x-2) - 2(x-2) = (x-2)(3z-2)$$

Suy ra:

$$S=\sqrt{\frac{xy}{(x-2)(y-1)}}+\sqrt{\frac{3yz}{(y-1)(3z-2)}}+\sqrt{\frac{3xz}{(x-2)(3z-2)}}$$

$$=\sqrt{\frac{x}{2(1-y)}}.\sqrt{\frac{2y}{2-x}}+\sqrt{\frac{2y}{2-3z}}.\sqrt{\frac{3z}{2(1-y)}}+\sqrt{\frac{x}{2-3z}}.\sqrt{\frac{3z}{2-x}}$$

$$\le\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2(1-y)}+\frac{2y}{2-x}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{2y}{2-3z}+\frac{3z}{2(1-y)}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2-3z}+\frac{3z}{2-x}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2(1-y)}+\frac{2y}{2-x}+\frac{2y}{2-3z}+\frac{3z}{2(1-y)}+\frac{x}{2-3z}+\frac{3z}{2-x}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{x+3z}{2(1-y)}+\frac{2y+3z}{2-x}+\frac{2y+x}{2-3z}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{2-2y}{2(1-y)}+\frac{2-x}{2-x}+\frac{2-3z}{2-3z}\right)=\frac{1}{2}.(1+1+1)=\frac{3}{2}$$

Hay $S\le\frac{3}{2}\Rightarrow \max S=\frac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{x}{2(1-y)}=\frac{2y}{2-x}\\ \frac{2y}{2-3z}=\frac{3z}{2(1-y)}\\ \frac{x}{2-3z}=\frac{3z}{2-x}\end{cases}\Rightarrow 2x-x^2=4y-4y^2=6z-9z^2$ và $x+2y+3z=2$.