SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẮK LẮK

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2021 – 2022
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,5 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^2+5x-3=0$.

2) Cho hàm số $y=(m-1)x+2021$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

3) Cho $a=1+\sqrt{2}$ và $b=1-\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b-2ab$.

Câu 2 (2,0 điểm):

Cho biểu thức: $P=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$

1) Rút gọn biểu thức P

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P>1$

Câu 3 (2,0 điểm):

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $y=2x-1$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2(m-1)x-m+3$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=x_1^2+x_2^2$.

Câu 4 (3,5 điểm):

Trên nửa đường tròn tâm O đường kính AB với $AB=2022$, lấy điểm C (C khác A và B) từ C kẻ CH vuông góc với AB $(H\in AB)$. Gọi D là điểm bất kì trên đoạn CH (D khác C, H), đường thẳng AD cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai E.

1) Chứng minh $BHDE$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AD.EC=CD.AC$

3) Chứng minh $AD.AE+BH.BA=2022^2$

4) Khi điểm C di động trên nửa đường tròn C khác A, B và điểm chính giữa cung AB, xác định vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $a\ge 1348, b\ge 1348$. Chứng minh $a^2+b^2+ab\ge 2022(a+b)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (1,5 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

2) Cho hàm số $y = (m-1)x + 2021$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

3) Cho $a = 1 + \sqrt{2}$ và $b = 1 - \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b - 2ab$.

Phương pháp:

1) Tính $\Delta = b^2 - 4ac$ (hoặc $\Delta' = (b')^2 - ac$), sử dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ (hoặc $x_{1,2} = \dfrac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a}$), tính được nghiệm của phương trình, kết luận.

2) Hàm số $y = ax + b$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a > 0$

3) Thay $a = 1 + \sqrt{2}$ và $b = 1 - \sqrt{2}$ vào P, sau đó tính toán.

Cách giải:

1) Xét phương trình $2x^2 + 5x - 3 = 0$

Ta có: $\Delta = 5^2 + 24 = 49 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \dfrac{-5 + \sqrt{49}}{4} = \dfrac{1}{2}$; $x_2 = \dfrac{-5 - \sqrt{49}}{4} = -3$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \left\{-3; \dfrac{1}{2}\right\}$.

2) Hàm số $y = (m-1)x + 2021$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi: $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

Vậy với $m > 1$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

3) Thay $a = 1 + \sqrt{2}$ và $b = 1 - \sqrt{2}$ vào $P = a + b - 2ab$ ta được:

$$P = 1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} - 2\left(1 + \sqrt{2}\right)\left(1 - \sqrt{2}\right)$$
$$= 2 - 2\left[1 - \left(\sqrt{2}\right)^2\right]$$
$$= 2 - 2(1 - 2)$$
$$= 2 + 2 = 4.$$

Vậy $P = 4$ khi $a = 1 + \sqrt{2}$ và $b = 1 - \sqrt{2}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

Cho biểu thức: $P = \dfrac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \dfrac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \dfrac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

1) Rút gọn biểu thức P

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $P > 1$

Phương pháp:

1) Xác định mẫu thức chung của biểu thức
Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.
2) Vì $P>1 \Leftrightarrow P-1>0$
Rút gọn $P-1$
$\dfrac{f(x)}{g(x)}>0$ khi $f(x)$ và $g(x)$ cùng âm hoặc dương.

Cách giải:

1) ĐKXĐ: $x \ge 0, x \ne 4, x \ne 9$

$$P=\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9-\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)+\left(2\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9-\left(x-9\right)+\left(2x-3\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy với $x \ge 0,\ x \ne 4,\ x \ne 9$ ta có $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$.

b) Điều kiện: $x \ge 0,\ x \ne 4,\ x \ne 9$

$$P>1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}>1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}-1>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1-\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}-3}>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3}>0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3>0\ \left(do\ \ 4>0\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}>3$$

$$\Leftrightarrow x>9$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta được $x>9$ thì $P>1$

Vậy $x > 9$ thì $P > 1$.

Câu 3 (2,0 điểm):

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m-1)x - m + 3$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2$.

Phương pháp:

1) Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ và song song với $d: y = a'x + b'$ ($a'; b'$ đã biết)

Gọi phương trình đường thẳng Δ là $y = ax + b$ $(a \ne 0)$

Vì $\Delta // d \Rightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \ne b' \end{cases}$

$\Rightarrow d: y = a'x + b$

Δ đi qua điểm $A(x_A; y_A)$, từ đó tìm được b, đối chiếu điều kiện ở trên

Kết luận phương trình đường thẳng cần tìm.

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d) (1)

Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$.

$\Leftrightarrow \Delta > 0$

Áp dụng hệ thức Vi – ét, tính được $x_1 + x_2; x_1.x_2$ theo m

Thay vào $M = x_1^2 + x_2^2$, vận dụng hằng đẳng thức tìm được giá trị nhỏ nhất của M

Cách giải:

1) Gọi phương trình đường thẳng Δ là $y = ax + b$ $(a \ne 0)$

Vì Δ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ nên $\begin{cases} a = 2 \\ b \ne -1 \end{cases}$.

Vì Δ đi qua điểm $A(1;-2)$ nên ta có: $-2 = a + b$.

Thay $a = 2$ vào ta được: $-2 = 2 + b \Leftrightarrow b = -4$ (tm).

Vậy đường thẳng Δ cần tìm có phương trình là $y = 2x - 4$.

2) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 2(m-1)x - m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0 \ (*)$$

Phương trình (*) có:

$$\Delta' = (m-1)^2 - (m-3) = m^2 - 2m + 1 - m + 3$$
$$= m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ với mọi m.

$\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m-3 \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$M = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$$
$$\Leftrightarrow M = [2(m-1)]^2 - 2.(m-3)$$
$$\Leftrightarrow M = 4m^2 - 8m + 4 - 2m + 6$$
$$\Leftrightarrow M = 4m^2 - 10m + 10$$
$$\Leftrightarrow M = (2m)^2 - 2.2m.\frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow M = \left(2m - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} \ge \frac{15}{4}\ \forall m \text{ (Vì } \left(2m - \frac{5}{2}\right)^2 \ge 0\ \forall m)$$

Vậy $M_{min} = \frac{15}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2m = \frac{5}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$.

Câu 4 (3,5 điểm):

Trên nửa đường tròn tâm O đường kính AB với $AB = 2022$, lấy điểm C (C khác A và B) từ C kẻ CH vuông góc với AB $(H \in AB)$. Gọi D là điểm bất kì trên đoạn CH (D khác C, H), đường thẳng AD cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai E.

1) Chứng minh $BHDE$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AD.EC = CD.AC$

3) Chứng minh $AD.AE + BH.BA = 2022^2$

4) Khi điểm C di động trên nửa đường tròn C khác A, B và điểm chính giữa cung AB, xác định vị trí điểm C sao cho chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất.

Phương pháp:

1) Vận dụng dấu hiệu nhận biết: Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0 là tứ giác nội tiếp.

2) Ta sẽ chứng minh: ΔACD" ΔAEC $(g.g) \Rightarrow AD.EC = CD.AC$ $(dpcm)$

3) Ta sẽ chứng minh: ΔAHD" ΔAEB $(g.g) \Rightarrow AD.AE = AH.AB$

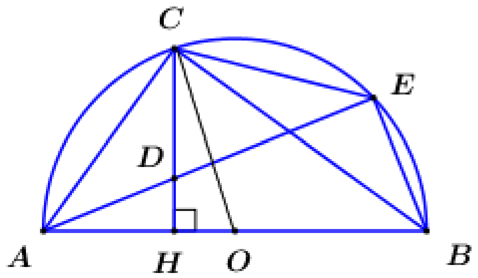
Ta có: $AD.AE + BH.AB = AH.AB + BH.AB = (AH + BH).AB = AB^2 = 2022^2$ $(dpcm)$

4) Tính chu vi của tam giác COH

Chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OH+CH$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow (OH+CH)^2$ đạt giá trị lớn nhất

Áp dụng định lý cô-si cho OH, CH tìm được giá trị lớn nhất.

Cách giải:



1) Trong (O) ta có $\angle AEB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Tứ giác $BHDE$ có: $\angle BED + \angle BHD = 180^0$.

Suy ra tứ giác $BHDE$ nội tiếp (dhnb).

2) Ta có:

$\angle ACD = \angle CBA$ (cùng phụ với $\angle BCD$).

$\angle CEA = \angle CBA$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung CA).

$\Rightarrow \angle ACD = \angle CEA$.

Xét tam giác ACD và tam giác AEC có: $\begin{cases} \angle CAD = \angle CAE \\ \angle ACD = \angle CEA \ (cmt) \end{cases}$

Suy ra $\Delta ACD \backsim \Delta AEC \ (g.g) \Rightarrow \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{CD}{EC} \Rightarrow AD.EC = CD.AC \ (dpcm)$.

3) Xét tam giác AHD và tam giác AEB có: $\begin{cases} \angle AHD = \angle AEB = 90^0 \\ \angle HAD = \angle BAE \end{cases}$

$\Rightarrow \Delta AHD \backsim \Delta AEB \ (g.g)$.

Suy ra $\dfrac{AH}{AE} = \dfrac{AD}{AB} \Rightarrow AD.AE = AH.AB \ (1)$

Ta có:

$AD.AE + BH.AB = AH.AB + BH.AB$

$= (AH + BH).AB = AB^2 = 2022^2 \ (dpcm)$

4) Chu vi tam giác COH là: $CO + OH + CH = \dfrac{AB}{2} + OH + CH = 1011 + OH + CH$

Chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OH+CH$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow (OH+CH)^2$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có: $0 < OH, CH < OC = 1011$.

Áp dụng định lý cô-si cho OH, CH ta có:

$$\left(OH+CH\right)^{2}\le 2\left(OH^{2}+CH^{2}\right)=2.OC^{2}\Rightarrow OH+CH\le OC\sqrt{2}$$

Dấu "=" xảy ra khi $OH=CH=\dfrac{OC\sqrt{2}}{2}$ hay ΔOHC vuông cân tại H $\Rightarrow \angle COA=45^{0}$.

Vậy chu vi tam giác COH đạt giá trị lớn nhất khi góc COA bằng 45^{0}.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $a\ge 1348, b\ge 1348$. Chứng minh $a^{2}+b^{2}+ab\ge 2022\left(a+b\right)$.

Phương pháp:

Xuất phát từ bất đẳng thức: $a^{2}+b^{2}\ge 2ab$.

Cách giải:

Ta có: $a^{2}+b^{2}\ge 2ab\Leftrightarrow a^{2}+b^{2}+ab\ge 3ab$

$\Rightarrow a^{2}+b^{2}+ab\ge \dfrac{3}{2}ab+\dfrac{3}{2}ab\ge \dfrac{3}{2}.a.1348+\dfrac{3}{2}.b.1348$ (Do $a\ge 1348, b\ge 1348$)

$\Rightarrow a^{2}+b^{2}+ab\ge 2022\left(a+b\right)$ $\left(dpcm\right)$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=1348$.