SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (1,5 điểm):

Cho hai biểu thức: $A=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-3\sqrt{12}+2\sqrt{27}\right),\ B=\left(1+\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right).\left(1-\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)\ \ (x>0,\ x\ne 1).$

a) Rút gọn biểu thức $A, B.$

b) Tìm các giá trị của x sao cho $AB\le 0.$

Câu 2 (1,5 điểm):

a) Cho đồ thị hàm số $y=ax+b$ song song với đường thẳng $y=2x-1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $3.$ Xác định các giá trị $a, b.$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x+\sqrt{y+6}=11\\ 5x-\sqrt{y+6}=13\end{cases}.$

Câu 3 (2,5 điểm):

1. Cho phương trình ẩn x: $x^2-2(m+1)x+m^2+1=0\ \ (*)$ (m là tham số)

a) Giải phương trình $(*)$ với $m=2.$

b) Xác định các giá trị của tham số m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1-2x_2=-1.$

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 144km. Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường. Sauk hi ô tô đi được 20 phút, ô tô thứ hai cũng đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 6km/h (vận tốc không đổi trên cả quãng đường). Biết rằng cả hai ô tô đến thành phố B cùng một lúc.

a) Tính vận tốc của hai xe ô tô.

b) Nếu trên đường có biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa là 50km/h thì hai xe ô tô trên, xe nào vi phạm giới hạn về tốc độ?

Bài 4 (3,5 điểm)

1. Cho tam giác ABC $(AB<AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), AH là đường cao của tam giác ABC. Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Từ hai điểm B và C kẻ $BE\perp AD$ tại E, $CF\perp AD$ tại F.

a) Chứng minh tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $HE//CD$.

c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh $IE=IF$.

2. Tính diện tích toàn phần của một hình nón có chiều cao $h = 16cm$ và bán kính đường tròn đáy là $r = 12cm$?

Bài 5 (1,0 điểm)

a) Chứng minh với mọi số thực a, b, c ta có $ab + bc + ca \le \frac{(a+b+c)^2}{3}$

b) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = \frac{3}{4}$. Chứng minh

$$6\left(x^2 + y^2 + z^2\right) + 10\left(xy + yz + xz\right) + 2\left(\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}\right) \ge 9$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1:

Phương pháp:

+) Sử dụng công thức $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & khi\ \ A \ge 0 \\ -A\sqrt{B} & khi\ \ A < 0 \end{cases}.$

+) Quy đồng mẫu và biến đổi để rút gọn biểu thức $B.$

+) Lấy các kết quả đã rút gọn của các biểu thức của $A,\ B$ ở câu trên sau đó giải bất phương trình $AB \le 0.$ Tìm được x thì kết hợp với điều kiện đã cho của x và kết luận.

Cách giải:

Cho hai biểu thức: $A = \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 2\sqrt{27}\right),\ B = \left(1 + \dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right).\left(1 - \dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)\ \ (x > 0,\ x \ne 1).$

a) Rút gọn biểu thức $A, B.$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + 2\sqrt{27}\right) \\ &= \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 3\sqrt{2^2.3} + 2\sqrt{3^2.3}\right) \\ &= \sqrt{3}\left(\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3}\right) \\ &= \sqrt{3}.\sqrt{3} = 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(1 + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right).\left(1 - \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) \\ &= \left(1 + \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}\right).\left(1 - \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}-1}\right) \\ &= \left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}\right) \\ &= 1 - x. \end{aligned}$$

Vậy $A = 3,\ B = 1 - x.$

b) Tìm các giá trị của x sao cho $AB \le 0.$

Điều kiện: $x > 0,\ x \ne 1.$

Ta có: $AB \le 0\ \Leftrightarrow 3\left(1-x\right) \le 0 \Leftrightarrow 1 - x \le 0 \Leftrightarrow x \ge 1.$

Kết hợp với điều kiện bài cho ta có $x > 1$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $x > 1.$

Câu 2:

Phương pháp:

a) Hai đường thẳng $\begin{cases} d_1: \ y = a_1x + b_1 \\ d_2: \ y = a_2x + b_2 \end{cases}$ song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$.

b) Đặt điều kiện để hệ phương trình có nghĩa. Giải hệ phương trình bằng cách đặt ẩn phụ và sử dụng phương pháp thế hoặc phương pháp cộng đại số.

Cách giải:

a) Cho đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3. Xác định các giá trị a, b.

Đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases} \Rightarrow y = 2x + b.$

Đường thẳng $y = 2x + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $3 \Rightarrow 3 = 2.0 + b \Leftrightarrow b = 3 \quad (tm).$

Vậy $a = 2, \ b = 3.$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + \sqrt{y+6} = 11 \\ 5x - \sqrt{y+6} = 13 \end{cases}.$

Điều kiện: $y \geq 6.$

Đặt $\sqrt{y+6} = a \ (a \geq 0)$. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + a = 11 \\ 5x - a = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 - 3x \\ 8x = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 - 3x \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ a = 2 \ (tm) \end{cases}.$$

$\Rightarrow \sqrt{y+6} = 2 \Leftrightarrow y + 6 = 4 \Leftrightarrow y = -2 \ (tm).$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; -2).$

Câu 3:

Phương pháp:

1. a) Thay giá trị của $m = 2$ vào phương trình đã cho và giải phương trình bậc hai một ẩn.

b) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0.$

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$ và áp dụng hệ thức bài cho để tìm giá trị của m.

2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình để tìm vận tốc của mỗi xe.

+) Sau đó so sánh vận tốc mỗi xe với vận tốc tối đa mà xe được chạy là 50km/h để rút ra kết luận đúng.

Cách giải:

1. Cho phương trình ẩn x: $x^2-2(m+1)x+m^2+1=0\quad(*)$ (m là tham số)

a) Giải phương trình $(*)$ với $m=2$.

Với $m=2$ ta có phương trình $x^2-6x+5=0$

Ta thấy phương trình có $a+b+c=1-6+5=0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=1$ và $x=5$.

Vậy với $m=2$ thì phương trình có tập nghiệm $S=\{1;\ 5\}$.

b) Xác định các giá trị của tham số m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1-2x_2=-1$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow (m+1)^2-m^2-1>0\\&\Leftrightarrow m^2+2m+1-m^2-1>0\\&\Leftrightarrow 2m>0\\&\Leftrightarrow m>0.\end{aligned}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+1) & (1)\\ x_1x_2=m^2+1 & (2)\end{cases}$.

Theo đề bài ta có: $x_1-2x_2=-1\quad(3)$

Từ (1) và (3) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x_1+x_2=2m+2\\ x_1-2x_2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=2x_1-1\\ x_2=\dfrac{2m+3}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{4m+3}{3}\\ x_2=\dfrac{2m+3}{3}\end{cases}$.

Thế vào (2) ta được: $\dfrac{4m+3}{3}.\dfrac{2m+3}{3}=m^2+1$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow 8m^2+12m+6m+9=9m^2+9\\&\Leftrightarrow m^2-18m=0\\&\Leftrightarrow m(m-18)=0\\&\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m-18=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}m=0 & (ktm)\\ m=18 & (tm)\end{array}\right..\end{aligned}$$

Vậy $m=18$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 144km. Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường. Sauk hi ô tô đi được 20 phút, ô tô thứ hai cũng đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 6km/h (vận tốc không đổi trên cả quãng đường). Biết rằng cả hai ô tô đến thành phố B cùng một lúc.

a) Tính vận tốc của hai xe ô tô.

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là $x\ \left(km/h\right),\ \left(x>0\right)$.

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\dfrac{144}{x}\ \left(h\right)$.

Vận tốc của ô tô thứ hai lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất $6km/h$ nên vận tốc của ô tô thứ hai là: $x+6\ \left(km/h\right)$.

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\dfrac{144}{x+6}\ \left(h\right)$.

Ô tô thứ hai xuất phát sớm hơn ô tô thứ nhất 20 phút $=\dfrac{1}{3}\left(h\right)$ mà hai xe đến B cùng lúc nên ta có phương trình:

$$\frac{144}{x}-\frac{144}{x+6}=\frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow 3.144\left(x+6\right)-3.144x=x\left(x+6\right)$$
$$\Leftrightarrow x^2+6x-2592=0$$
$$\Leftrightarrow \left(x-48\right)\left(x+54\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-48=0\\x+54=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=48\ \left(tm\right)\\x=-54\ \left(ktm\right)\end{array}\right..$$

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là $48km/h,$ vận tốc của ô tô thứ hai là: $48+6=54km/h.$

b) Nếu trên đường có biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa là 50km/h thì hai xe ô tô trên, xe nào vi phạm giới hạn về tốc độ?

Vì biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa là $50km/h$ nên xe thứ hai đã vi phạm giới hạn tốc độ vì $54km/h>50km/h.$

Câu 4.

1. Cho tam giác ABC $\left(AB<AC\right)$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $\left(O\right)$, AH là đường cao của tam giác ABC. Kẻ đường kính AD của đường tròn $\left(O\right)$. Từ hai điểm B và C kẻ $BE\perp AD$ tại E, $CF\perp AD$ tại F.

a) Chứng minh tứ giác ABHE nội tiếp đường tròn.

Xét tứ giác ABHE có: $\angle AHB=\angle AEB$ (gt);

$\Rightarrow$ Hai điểm H và E cùng nhìn AB dưới một góc 90^0.

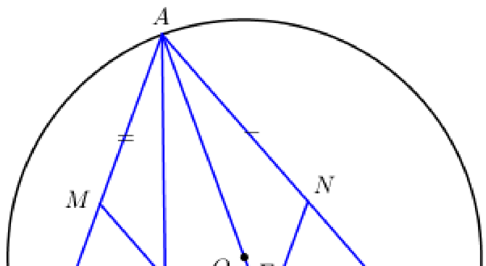
$\Rightarrow$ Tứ giác ABHE là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AB (dấu hiệu nhận biết)

b) Chứng minh $HE//CD$.

Do tứ giác ABHE nội tiếp (cmt) $\Rightarrow\angle DEH=\angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Mà $\angle ABC=\angle ADC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow\angle DEH=\angle ADC$.



Hai góc này ở vị trí so le trong $\Rightarrow HE//CD$.

c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh $IE = IF$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC.

$\Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABHE (cmt)

Ta có IM là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow IM//AC$

$$\left\{ \begin{array}{l} IM//AC \\ HE//CD \\ AC \bot CD\left(goc\ noi\ tiep\ chan\ nua\ duong\ tron \right) \end{array} \right. \Rightarrow IM \bot HE$$

$\Rightarrow IM$ là đường trung trực của HE $\Rightarrow IH = IE\ (1)$

Chứng minh tương tự ta có:

Xét tứ giác AHFC có: $\angle AHC = \angle AFC = 90^0\ (gt) \Rightarrow$ Tứ giác AHFC nội tiếp đường tròn đường kính AC, tâm N (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow \angle FHC = \angle CAD$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Mà $\angle CAD = \angle CBD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

$\Rightarrow \angle FHC = \angle CBD$. Hai góc này ở vị trí hai góc đồng vị $\Rightarrow HF//BD$

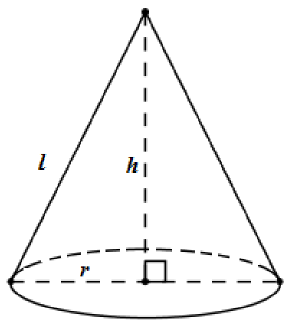
IN là đường trung bình của tam giác ABC $\Rightarrow IN//AB$

$$\left\{ \begin{array}{l} IN//AB \\ HF//BD \\ AB \bot BD\left(goc\ noi\ tiep\ chan\ nua\ duong\ tron \right) \end{array} \right. \Rightarrow IN \bot HF$$

$\Rightarrow IN$ là đường trung trực của HF $\Rightarrow IH = IF\ (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow IE = IF\ (dpcm)$.

2. Tính diện tích toàn phần của một hình nón có chiều cao $h = 16cm$ và bán kính đường tròn đáy là $r = 12cm$?



Gọi l là độ dài đường sinh của hình nón. Áp dụng định lí Pytago ta có:

$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20\ (cm)$

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.12.20 = 240\pi\ (cm^2)$

Diện tích đáy của hình nón là $S_d = \pi r^2 = 144\pi\ (cm^2)$

Vậy diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = S_{xq} + S_d = 240\pi + 144\pi = 395\pi\ (cm^2)$

Bài 5.

a) Chứng minh với mọi số thực a, b, c ta có $ab + bc + ca \le \dfrac{(a+b+c)^2}{3}$

$$ab+bc+ca\le\frac{(a+b+c)^2}{3}$$
$$\Leftrightarrow 3(ab+bc+ca)\le(a+b+c)^2$$
$$\Leftrightarrow 3(ab+bc+ca)\le a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$
$$\Leftrightarrow ab+bc+ca\le a^2+b^2+c^2$$
$$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)\ge 0$$
$$\Leftrightarrow 2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+bc+ca)\ge 0$$
$$\Leftrightarrow (a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\ge 0$$
$$\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\ge 0\ (luon\ dung)$$

b) Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=\frac{3}{4}$. Chứng minh

$$6(x^2+y^2+z^2)+10(xy+yz+xz)+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\ge 9$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

$$6(x^2+y^2+z^2)+10(xy+yz+xz)+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\ge 9$$
$$\Leftrightarrow 6\left(x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)\right)-12(xy+yz+xz)+10(xy+yz+xz)$$
$$+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\ge 9$$
$$\Leftrightarrow 6(x+y+z)^2-2(xy+yz+xz)+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\ge 9$$
$$\Leftrightarrow 6.\left(\frac{3}{4}\right)^2-2(xy+yz+xz)+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\ge 9$$
$$\Leftrightarrow \frac{27}{8}-2(xy+yz+xz)+2\left(\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\right)\ge 9\ (*)$$

Áp dụng BĐT ở ý a) ta có:

$$xy+yz+zx\le\frac{(x+y+z)^2}{3}=\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^2}{3}=\frac{3}{16}\Rightarrow -2(xy+yz+zx)\ge\frac{-3}{8}$$

Áp dụng BĐT phụ: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\frac{9}{a+b+c}\ (a,b,c\ge 0)$

Chứng minh:

Ta có: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\frac{9}{a+b+c}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c)\ge 9$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $\begin{cases} \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \ge 3\sqrt{\frac{1}{abc}} \\ a+b+c \ge 3\sqrt{abc} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)(a+b+c) \ge 3\sqrt{\frac{1}{abc}}.3\sqrt{abc} = 9\ (dpcm)$

Ta có:

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z} \ge \frac{9}{2x+y+z+x+2y+z+x+y+2z} = \frac{9}{4(x+y+z)} = \frac{9}{4.\frac{3}{4}} = 3$$

$$\Rightarrow VT_{(*)} \ge \frac{27}{8} - \frac{3}{8} + 2.3 \ge 9\ (dpcm)$$