SỞ GD & ĐT VĨNH PHÚC
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2018 – 2019
ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1 Cho biểu thức $P = a\sqrt{2}$ với $a < 0$. Khi đó biểu thức P bằng

A. $\sqrt{-2a}$ **B.** $-\sqrt{-2a}$ **C.** $\sqrt{2a^2}$ **D.** $-\sqrt{2a^2}$

Câu 2 Hàm số $y = (m-4)x + 7$ đồng biến trên R, với:

A. $m \geq 4$ **B.** $m > 4$ **C.** $m < 4$ **D.** $m \neq 4$

Câu 3 Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$ là:

A. 1 **B.** 2 **C.** vô số **D.** 0

Câu 4 Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2\sqrt{3}\ cm,\ BC = 2\ cm.$ Độ dài đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng:

A. $2\ cm$ **B.** $2\sqrt{3}\ cm$ **C.** $4\ cm$ **D.** $8\ cm$

II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Câu 5 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0\ (1),$ với m là tham số và x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi m = 3.
b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Câu 6 (2,0 điểm)

a) Trên mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và A, B là 2 điểm thuộc (P) có hoành độ tương ứng bằng -2 và 4. Tìm tọa độ hai điểm A, B và viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B.

b) Cho một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu giảm chiều rộng đi 3m và tăng chiều dài thêm 8m thì diện tích mảnh vườn đó giảm đi $54m^2$ so với diện tích ban đầu, nếu tăng chiều rộng thêm 2m và giảm chiều dài đi 4m thì diện tích mảnh vườn đó tăng $32m^2$ so với diện tích ban đầu. Tính chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn đó?

Câu 7 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O;R) (đường tròn tâm O, bán kính R) và điểm A cố định nằm trên đường tròn (O;R). BC là một đường kính thay đổi của đường tròn (O;R) và không đi qua điểm A. Đường tròn đường kính AO cắt các đoạn AB, AC tại các điểm thứ hai tương ứng là M, N. Tia OM cắt (O;R) tại điểm P. Gọi H là trực tâm của tam giác AOP. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AMON là hình chữ nhật.
b) Tứ giác PHOB nội tiếp được trong một đường tròn và $\frac{OH.PC}{AC}$ không phụ thuộc vị trí của các điểm B, C.
c) Xác định vị trí của các điểm B, C sao cho tam giác AMN có diện tích lớn nhất.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải phương trình : $\sqrt{2\left(x^4+4\right)}=3x^2-10x+6$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1 - D	Câu 2 - B	Câu 3 - A	Câu 4 - C

Câu 1.

Phương pháp:

Sử dụng công thức: $a=\begin{cases}\sqrt{a^2} & khi\ \ a\ge 0\\ -\sqrt{a^2} & khi\ \ a<0\end{cases}$.

Cách giải:

Ta có: $P=a\sqrt{2}=-\sqrt{2a^2}$ với $a<0$.

Chọn D.

Câu 2:

Phương pháp:

Hàm số $y=ax+b$ đồng biến trên $R\Leftrightarrow a>0$.

Cách giải:

Hàm số $y=(m-4)x+7$ đồng biến trên $R\Leftrightarrow m-4>0\Leftrightarrow m>4$.

Chọn B.

Câu 3:

Phương pháp:

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số rồi kết luận số nghiệm của hệ phương trình.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases}x-y=1\\3x+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2y=2\\3x+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x=6\\y=x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{6}{5}\\y=\dfrac{1}{5}\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Chọn A.

Câu 4:

Phương pháp:

Tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật là giao điểm của hai đường chéo $\Rightarrow R=\dfrac{AC}{2}$.

Cách giải:

Xét ΔABC vuông tại B ta có:

$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+2^2}=4.$$

$$\Rightarrow R=\frac{AC}{2}=2.$$

Chọn A.

PHẦN 2: TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+3=0\ (1)$, với m là tham số và x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi m = 3.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Phương pháp:

a) Thay $m=3$ vào phương trình sau đó giải phương trình bằng công thức nghiệm hoặc đưa phương trình về dạng phương trình tích.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0.$

Cách giải:

a) Giải phương trình (1) khi m = 3

Khi m = 3 thì phương trình (1) trở thành:

$$x^2-2(3+1)x+3^2+3=0\Leftrightarrow x^2-8x+12=0\Leftrightarrow x^2-2x-6x+12=0\Leftrightarrow (x-6)(x-2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=6\\x=2\end{array}\right.$$

Vậy với m = 3 thì tập nghiệm của phương trình là: $S=\{2;6\}$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'>0\Leftrightarrow (m+1)^2-m^2-3>0\Leftrightarrow 2m-2>0\Leftrightarrow m>1$

Vậy m > 1 thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Câu 6 (2,0 điểm)

a) Trên mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y=\frac{1}{4}x^2$ và A, B là 2 điểm thuộc (P) có hoành độ tương ứng bằng -2 và 4. Tìm tọa độ hai điểm A, B và viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B.

Phương pháp:

+) Tìm tọa độ giao điểm A, B bằng cahcs thay các hoành độ đã biết vào công thức của hàm số để tìm tung độ.

+) Gọi phương trình đường thẳng AB cần tìm có dạng $y=ax+b$

+) Thay tọa độ điểm A, B vừa tìm được vào công thức trên để tìm a, b từ đó ta lập được phương trình đường thẳng AB.

Cách giải:

Ta có điểm A có hoành độ bằng -2 nên thay $x=-2$ vào (P) ta có: $y=\frac{1}{4}.(-2)^2=1\Rightarrow A(-2;1)$

Ta có điểm B có hoành độ bằng 4 nên thay $x=4$ vào (P) ta có: $y=\frac{1}{4}.4^2=4\Rightarrow B(4;4)$

Gọi phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B là: $y=ax+b$

Ta có A, B thuộc vào đường thẳng d nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}-2a+b=1\\4a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6a=3\\b=1+2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=1+2.\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=2\end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng d có dạng: $y=\frac{1}{2}x+2$

b) Cho một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu giảm chiều rộng đi 3m và tăng chiều dài thêm 8m thì diện tích mảnh vườn đó giảm đi $54m^2$ so với diện tích ban đầu, nếu tăng chiều rộng thêm 2m và giảm chiều dài đi 4m thì diện tích mảnh vườn đó tăng $32m^2$ so với diện tích ban đầu. Tính chiều rộng và chiều dài ban đầu của mảnh vườn đó?

Phương pháp:

Gọi chiều rộng ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật là: $x\,(m),(x>3)$.

Chiều dài ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật là: $y(m),(y>4,\ y>x)$.

Sử dụng các dữ liệu bài cho để lập hệ phương trình, giải hệ phương trình tìm *x*, *y* sau đó đối chiếu với điều kiện xác định rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi chiều rộng ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật là: $x\,(m),(x>3)$.

Chiều dài ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật là: $y(m),(y>4,\ y>x)$.

Khi đó ta có diện tích ban đầu của mảnh vườn hình chữ nhật là: $xy(m^2)$

Chiều rộng sau khi giảm đi 3m là: $x-3(m)$

Chiều dài sau khi tăng thêm 8m là $y+8(m)$

Khi đó diện tích sau khi giảm chiều rộng 3m và tăng chiều dài 8m là: $(x-3)(y+8)(m^2)$ và diện tích mảnh vườn giảm $54m^2$ so với diện tích ban đầu nên ta có phương trình: $xy-(x-3)(y+8)=54$ (1)

Chiều rộng sau khi tăng thêm 2m là: $x+2(m)$

Chiều dài sau khi giảm đi 4m là $y-4(m)$

Khi đó diện tích sau khi tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 4m là: $(x+2)(y-4)(m^2)$ và diện tích mảnh vườn tăng $32m^2$ so với diện tích ban đầu nên ta có phương trình: $xy+32=(x+2)(y-4)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} xy-(x-3)(y+8)=54 \\ xy+32=(x+2)(y-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-(xy+8x-3y-24)=54 \\ xy+32=xy-4x+2y-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x+3y=30 \\ 2x-y=-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \\ y=50 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là 15m và chiều dài của mảnh vườn là 50m.

Câu 7. (3,0 điểm). Cho đường tròn (O;R) (đường tròn tâm O, bán kính R) và điểm A cố định nằm trên đường tròn (O;R). BC là một đường kính thay đổi của đường tròn (O;R) và không đi qua điểm A. Đường tròn đường kính AO cắt các đoạn AB, AC tại các điểm thứ hai tương ứng là M, N. Tia OM cắt (O;R) tại điểm P. Gọi H là trực tâm của tam giác AOP. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AMON là hình chữ nhật.

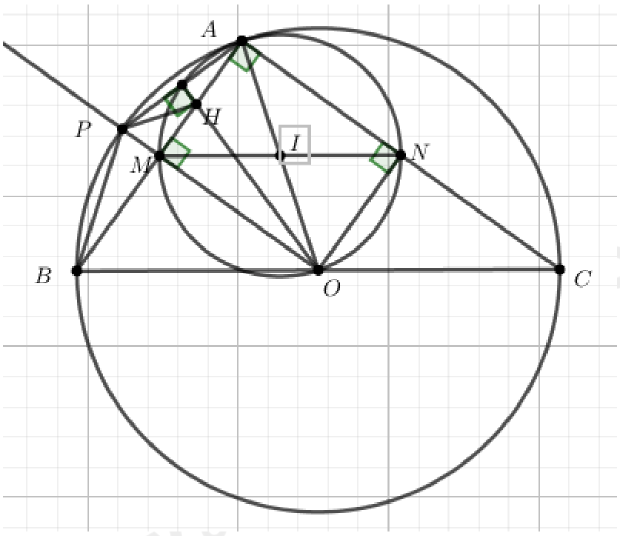
b) Tứ giác PHOB nội tiếp được trong một đường tròn và $\frac{OH.\text{PC}}{AC}$ không phụ thuộc vị trí của các điểm B, C.

c) Xác định vị trí của các điểm B, C sao cho tam giác AMN có diện tích lớn nhất.

Phương pháp:

+) Sử dụng dấu hiện nhận biết hình chữ nhật

Cách giải:



a) Tứ giác AMON là hình chữ nhật.

Ta có: $BAC=90^0$ (Do A thuộc đường tròn đường kính BC)

Ta có: $AMO=ANO=90^0$ (Do M, N thuộc đường tròn đường kính AO)

Xét tứ giác AMON ta có: $BAC=AMO=ANO=90^0$. Suy ra tứ giác AMON là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông).

b) Tứ giác PHOB nội tiếp được trong một đường tròn và $\frac{OH.\text{PC}}{AC}$ không phụ thuộc vị trí của các điểm B, C.

Ta có: tam giác AOP cân tại O mà OH là đường cao nên OH đồng thời cũng là đường phân giác trong tam giác AOP.

Suy ra: $POH = AOH = \frac{1}{2}AOP$

Mà $ABP = \frac{1}{2}AOP$ (quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AP của đường tròn (O)).

Nên ta có: $ABP = POH \quad hay \quad HBP = POH$

Mà 2 đỉnh B, O là 2 đỉnh kề nhau và cùng nhìn cạnh PH các góc bằng nhau.

Suy ra tứ giác PHOB nội tiếp đường tròn đường kính PH

Ta có $\angle OMA = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính OA) $\Rightarrow OM \perp MA \Rightarrow OP \perp AB$
$\Rightarrow P$ là điểm chính giữa của cung nhỏ AB và M là trung điểm của AB (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)
$\Rightarrow PA = PB$ (hai dây căng hai cung bằng nhau)
$\Rightarrow \Delta PAB$ cân tại P $\Rightarrow \angle PAB = \angle PBA$.
Lại có $\angle PAB = \angle POE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ME)
$\Rightarrow \angle PBA = \angle POE$.
$\Rightarrow$ Tứ giác PHOB là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai góc nội tiếp cùng chắn một cung bằng nhau).
Ta có:
$\angle ACP = \angle ABP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AP của đường tròn (O))
$\angle ABP = \angle HOP$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HP)
$\Rightarrow \angle ACP = \angle HOP \ (1)$
Ta lại có:
$\angle APC = \angle ABC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC của đường tròn (O))
$\angle ABC = \angle HPO$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OH)
$\Rightarrow \angle APC = \angle HPO \ (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta APC \sim \Delta HPO\ (g.g) \Rightarrow \frac{AC}{OH} = \frac{PC}{PO} \Rightarrow \frac{OH.PC}{AC} = PO = R$

Vậy $\frac{OH.PC}{AC} = R$ không phụ thuộc vào vị trí của các điểm B, C.

c) Xác định vị trí của các điểm B, C sao cho tam giác MAN có diện tích lớn nhất?

Gọi I là trung điểm của OA $\Rightarrow I$ là tâm đường tròn đường kính OA.
Ta có $\angle BAC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow \angle MAN = 90^0 \Rightarrow \angle MAN$ nội tiếp chắn nửa đườn tròn $(I) \Rightarrow MN$ là đường kính của đường tròn $(I) \Rightarrow M, I, N$ thẳng hàng.

Ta có ΔOAB cân tại O $\Rightarrow \angle OAB = \angle OBA$
ΔIAM cân tại I $\Rightarrow \angle IAM = \angle IMA = \angle OAB$
$\Rightarrow \angle IMA = \angle OBA$. Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow MN // OB \Rightarrow MN // BC$.
$\Rightarrow N$ là trung điểm của AC (định lí đường trung bình của tam giác)

$\Rightarrow S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2}AM.AN = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}AB.\frac{1}{2}AC = \frac{1}{8}.AB.AC$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có : $AB.AC \le \frac{AB^2 + AC^2}{2} = \frac{BC^2}{2} = \frac{4R^2}{2} = 2R^2$

$\Rightarrow S_{\Delta AMN} \le \frac{1}{8}.2R^2 = \frac{R^2}{4}$.

Vậy $S_{\Delta AMN\ \max} = \frac{R^2}{4}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow AB = AC \Rightarrow A$ là điểm chính giữa của cung BC.

Câu 8. (1,0 điểm). Giải phương trình : $\sqrt{2\left(x^4+4\right)} = 3x^2 - 10x + 6$

Cách giải:

Điều kiện: $3x^2 - 10x + 6 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge \frac{5+\sqrt{7}}{3} \\ x \le \frac{5-\sqrt{7}}{3} \end{array}\right.$

Hai vế không âm, ta bình phương hai vế ta được:

$$\left(\sqrt{2\left(x^4+4\right)}\right)^2 = \left(3x^2 - 10x + 6\right)^2$$
$$\Leftrightarrow 2x^4 + 8 = 9x^4 + 100x^2 + 36 - 6x^3 + 36x^2 - 120x$$
$$\Leftrightarrow 7x^4 - 6x^3 + 136x^2 - 120x + 28 = 0\ (2)$$

+) TH1: Với x = 0 thay vào phương trình (2) ta được: 28 = 0 (vô lý).

Vậy x = 0 không phải là nghiệm của phương trình đã cho.

+) TH2: Với $x \ne 0$, chia cả hai vế cho x^2 ta được:

$$7x^2 - 6x + 136 - \frac{120}{x} + \frac{28}{x^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(7x^2 + \frac{28}{x^2}\right) - \left(6x + \frac{120}{x}\right) + 136 = 0$$
$$\Leftrightarrow 7\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) - 60\left(x + \frac{2}{x}\right) + 136 = 0\ (3)$$

Đặt: $t = x + \frac{2}{x}\left(t \ge 2\sqrt{2}\right)$

Ta có: $t^2 = \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{4}{x^2} + 4 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = t^2 - 4$

Khi đó (3) trở thành:

$$7\left(t^2 - 4\right) - 60t + 136 = 0$$
$$\Leftrightarrow 7t^2 - 60t + 108 = 0$$
$$\Leftrightarrow (t-6)(7t-18) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t - 6 = 0 \\ 7t - 18 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 6\,(tm) \\ t = \frac{18}{7}\,(ktm) \end{array}\right..$$

Với t = 6 ta có:

$x+\frac{2}{x}=6 \Leftrightarrow x^2-6x+2=0$

Ta có:

$\Delta = 9-2=7>0$

$\Rightarrow x_1 = 3-\sqrt{7}; x_2 = 3+\sqrt{7}\,(tm)$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{3-\sqrt{7};3+\sqrt{7}\right\}$