SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 – 2022

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong các các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào Câu làm chữ cái in hoa đúng trước lựa chọn đúng (*Ví dụ:* Câu 1 *nếu chọn* A *là đúng thì viết* 1.A)

Câu 1. Biểu thức $P=\sqrt{x-2021}$ có nghĩa khi và chỉ khi:

A. $x\ge 2021$ **B.** $x>2021$ **C.** $x<2021$ **D.** $x\le 2021$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=ax^2$ (a là tham số) đi qua điểm $M\left(-1;4\right)$. Giá trị của a bằng:

A. -4 **B.** 1 **C.** 4 **D.** -1

Câu 3. Tổng hai nghiệm của phương trình: $2x^2+7x-3=0$ là:

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $-\frac{7}{2}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $-\frac{3}{2}$

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\cos\angle ABC=\frac{1}{3};BC=9cm$. Độ dài cạnh AB bằng:

A. $27cm$ **B.** $6\sqrt{2}cm$ **C.** $6cm$ **D.** $3cm$

II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Câu 5. (1,25 điểm) Giải phương trình $x^2-x-2=0$.

Câu 6. (1,25 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-y=-4\\2x+3y=1\end{cases}$

Câu 7. (1,0 điểm) Cho Parabol $\left(P\right):y=x^2$ và đường thẳng $\left(d\right):y=2x-m$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $\left(d\right)$ cắt Parabol $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt $A\left(x_1,y_1\right)$ và $B\left(x_2,y_2\right)$ sao cho $y_1+y_2+{x_1}^2{x_2}^2=6\left(x_1+x_2\right)$.

Câu 8. (1,0 điểm) Hai đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Câu 9. (3,0 điểm) Cho đường tròn $\left(O\right)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến $\left(O\right)$ (B,C là các tiếp điểm). Kẻ tia Ax (nằm giữa hai tia AB,AO) cắt đường tròn tại E và F (E nằm giữa A và F).

a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $AB^2=AE.AF$ và $\angle OEF=\angle OHF$, với H là giao điểm của AO và BC.

c) Đường thẳng qua E song song với BF cắt đường thẳng BC tại K. Đường thẳng AK cắt đường thẳng BF tại M. Chứng minh rằng $MC=2HF$.

Câu 10. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc\le 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a\left(1-b^3\right)}{b^3}+\frac{b\left(1-c^3\right)}{c^3}+\frac{c\left(1-a^3\right)}{a^3}\ge 0$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1. A	2. C	3. B	4. D

Câu 1

Phương pháp:

Biểu thức $\sqrt{f(x)}$ có nghĩa khi và chỉ khi $f(x) \geq 0$

Cách giải:

$P = \sqrt{x - 2021}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x - 2021 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2021$

Chọn A.

Câu 2

Phương pháp:

Thay $x = -1; y = 4$ vào đồ thị hàm số $y = ax^2$, từ đó tìm được giá trị của a .

Cách giải:

Vì đồ thị hàm số $y = ax^2$ (a là tham số) đi qua điểm $M(-1;4)$ nên thay $x = -1; y = 4$ vào $y = ax^2$, ta được:

$4 = a.(-1)^2 \Rightarrow a = 4$

Chọn C.

Câu 3

Phương pháp:

Áp dụng hệ thức Vi – ét, tính được tổng của hai nghiệm.

Cách giải

Ta có: $\Delta = 7^2 - 4.(-3).2 = 73 > 0$

$\Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

Theo hệ thức Vi – ét, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-7}{2}$

Chọn B.

Câu 4

Phương pháp:

Vận dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Cách giải

Tam giác ABC vuông tại A, ta có: $\cos\angle ABC = \frac{AB}{BC}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AB = BC.\cos\angle ABC = 9.\frac{1}{3} = 3(cm)$

Chọn D.

II. TỰ LUẬN

Câu 5

Phương pháp:

Vận dụng công thức nhẩm nghiệm nhanh của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ nếu $a - b + c = 0$

thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1; x_2 = \frac{-c}{a}$

Cách giải:

Ta có $a-b+c=1-(-1)+(-2)=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\dfrac{c}{a}=2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S=\{-1;2\}$.

Câu 6

Phương pháp:

Vận dụng phương cộng đại số để xác định nghiệm của hệ phương trình.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases} 3x-y=-4 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x-3y=-12 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=-11 \\ y=3x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có cặp nghiệm $(x,y)=(-1,1)$.

Câu 7

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P)

Đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2 \Leftrightarrow \Delta'>0$.

Áp dụng định lý Vi – ét, tính được $x_1+x_2;x_1.x_2$

Ta có $A(x_1,y_1)$ và $B(x_2,y_2)$ là điểm thuộc đường thẳng (d) nên $y_1=2x_1-m;y_2=2x_2-m$

Thay $x_1+x_2;x_1.x_2$ và $y_1;y_2$ vào phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của phương trình

$$x^2=2x-m \Leftrightarrow x^2-2x+m=0\ (*)$$

Ta có: $\Delta'=1-m$.

Đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2 \Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 1-m>0 \Leftrightarrow m<1$.

Khi đó, theo định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=m \end{cases}$.

Ta có $A(x_1,y_1)$ và $B(x_2,y_2)$ là điểm thuộc đường thẳng (d) nên $y_1=2x_1-m;y_2=2x_2-m$

$\Rightarrow y_1+y_2+x_1{}^2x_2{}^2=6(x_1+x_2)$

$\Leftrightarrow 2x_1-m+2x_2-m+m^2=6.2$

$\Leftrightarrow 2.(x_1+x_2)-2m+m^2=12$

$\Leftrightarrow 2.2-2m+m^2=12$

$\Leftrightarrow m^2-2m-8=0\ (1)$

Ta có $\Delta_m{}'=1-(-8)=9=3^2>0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} m=1+3=4\ (ktm) \\ m=1-3=-2\ (tm) \end{array}\right.$.

Vậy $m=-2$ thì đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm thỏa mãn bài toán.

Câu 8

Phương pháp:

Gọi thời gian một mình hoàn thành công việc của đội A và B lần lượt là x và y ngày (ĐK: $x,\ y\in\mathbb{N}^*$).

Tính được mỗi ngày đội A và đội B làm được bao nhiêu phần của công việc.

Từ giải thiết: hai đội làm chung và dự định hoàn thành công việc trong 12 ngày nên ta lập được phương trình (1).
Từ giả thiết còn lại ta lập được phương trình (2)
Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình.
Giải hệ phương trình bày bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Cách giải:

Gọi thời gian một mình hoàn thành công việc của đội A và B lần lượt là x và y ngày (ĐK: $x,\ y\in\mathbb{N}^*$).

$\Rightarrow$ Mỗi ngày đội A làm được $\dfrac{1}{x}$ phần công việc, mỗi ngày đội B làm được $\dfrac{1}{y}$ phần công việc.

Vì hai đội làm chung và dự định hoàn thành công việc trong 12 ngày nên ta có phương trình $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\ (1)$.

Khi làm chung được 8 ngày thì 2 đội làm được $8\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)$ phần công việc.

8 ngày tiếp theo đội B làm được $\dfrac{8}{y}$ phần công việc.

Vì khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo nên ta có phương trình

$$8\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+8.\frac{2}{y}=1\Leftrightarrow\frac{1}{x}+\frac{3}{y}=\frac{1}{8}\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{1}{8}\end{cases}$.

Đặt $\begin{cases}a=\dfrac{1}{x}\\ b=\dfrac{1}{y}\end{cases}\ (a,\ b>0)$, hệ phương trình trở thành $\begin{cases}a+b=\dfrac{1}{12}\\ a+3b=\dfrac{1}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=\dfrac{1}{24}\\ a=\dfrac{1}{12}-b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{1}{48}\\ a=\dfrac{1}{16}\end{cases}\ (tm)$.

Với $a=\dfrac{1}{16}\Rightarrow\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{16}\Leftrightarrow x=16\ (tm)$.

Với $b=\dfrac{1}{48}\Rightarrow\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{48}\Leftrightarrow y=48\ (tm)$.

Vậy thời gian một mình hoàn thành công việc của đội A và B lần lượt là 16 ngày và 48 ngày.

Câu 9

Phương pháp:

a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp: chứng minh $\angle ABO+\angle ACO=180^0\Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

b) + Chứng minh $\Delta ABE\backsim\Delta AFB\,(g.g)\Rightarrow AB^2=AE.AF$

+ Chứng minh $\Delta AEH\backsim\Delta AOF\ (c.g.c)\Rightarrow\angle AEH=\angle AOF\Rightarrow OHEF$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow\angle OEF=\angle OHF$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OF) (đpcm).

c) Gọi $BC\cap Ax=\{G\}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{EK}{FM}=\dfrac{AE}{AF},\ \dfrac{EK}{BF}=\dfrac{GE}{GF}\ (1)$.

Chứng minh HG là tia phân giác của $\angle EHF$ suy ra được HA là tia phân giác ngoài của $\angle EHF$.

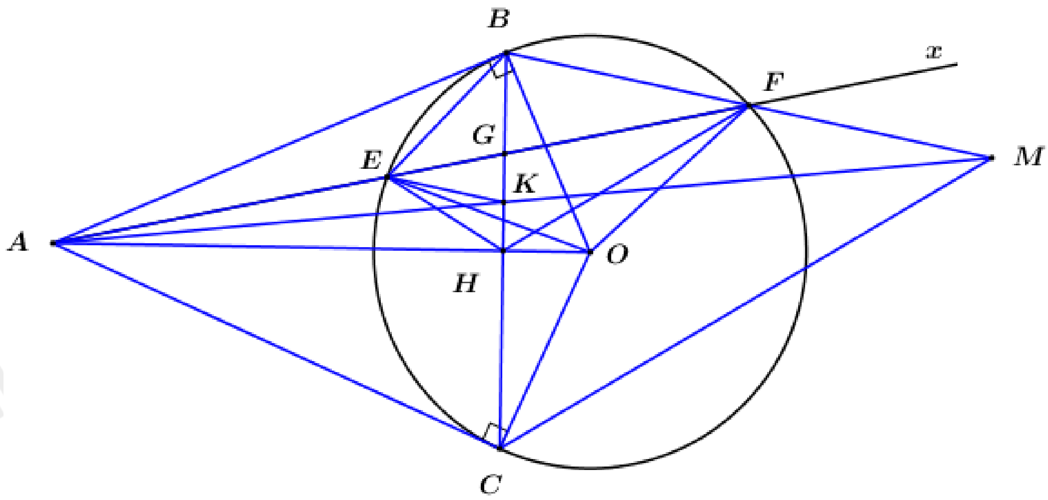
Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\dfrac{GE}{GF}=\dfrac{AE}{AF}=\dfrac{HE}{HF}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{EK}{FM}=\dfrac{EK}{BF}$ $\Rightarrow F$ là trung điểm của BM đồng thời chứng minh H là trung điểm của BC.

$\Rightarrow HF$ là đường trung bình của tam giác BCM.

Vậy $MC=2HF$

Cách giải



a) Ta có: AB là tiếp tuyến của đường tròn và B là tiếp điểm nên $AB\perp BO$ $\Rightarrow \angle ABO=90^0$

AC là tiếp tuyến của đường tròn và C là tiếp điểm nên $AC\perp CO$ $\Rightarrow \angle ACO=90^0$

$\Rightarrow \angle ABO+\angle ACO=180^0$ $\Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

b) Ta có: $\angle ABE=\angle BFA$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung bằng góc nội tiếp chắn cung BE).

Xét ΔABE và ΔAFB ta có:

Góc $\angle BAE$ chung; $\angle ABE=\angle BFA$ (cmt)

Do đó ΔABE đồng dạng ΔAFB (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AF}=\dfrac{AE}{AB}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow AB^2=AE.AF$ (đpcm)

Ta có $AB=AC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow A$ thuộc trung trực của BC.

$OB=OC\Rightarrow O$ thuộc trung trực của BC.

$\Rightarrow OA$ là trung trực của $BC\Rightarrow OA\perp BC$ tại H.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OAB đường cao BH ta có $AB^2=AH.AO$.

$\Rightarrow AE.AF=AH.AO\Rightarrow \dfrac{AE}{AH}=\dfrac{AO}{AF}$.

Xét ΔAEH và ΔAOF có: $\angle OAF$ chung; $\dfrac{AE}{AH}=\dfrac{AO}{AF}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta AEH\sim \Delta AOF$ $(c.g.c)$.

$\Rightarrow \angle AEH=\angle AOF$ (2 cạnh tương ứng) $\Rightarrow OHEF$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng gốc trong tại đỉnh đối diện).

$\Rightarrow \angle OEF=\angle OHF$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OF) (đpcm).

c) Gọi $BC\cap Ax=\{G\}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{EK}{FM}=\dfrac{AE}{AF},\dfrac{EK}{BF}=\dfrac{GE}{GF}$ (1).

Vì $OHEF$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle AHE=\angle AFO$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Mà $\angle AFO=\angle OFE=\angle OEF=\angle OHF$ (do tam giác OEF cân tại O)

$\Rightarrow \angle AHE = \angle OHF$

$\Rightarrow 90^0 - \angle AHE = 90^0 - \angle OHF$

$\Rightarrow \angle EHB = \angle FHB$

$\Rightarrow HG$ là tia phân giác của $\angle EHF$.

Mà $HG \perp HA$ nên HA là tia phân giác ngoài của $\angle EHF$.

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\dfrac{GE}{GF} = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{HE}{HF}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{EK}{FM} = \dfrac{EK}{BF} \Rightarrow FM = BF$ $\Rightarrow F$ là trung điểm của BM.

Lại có OA là trung trực của BC, $OA \cap BC = \{H\}$ $\Rightarrow H$ là trung điểm của BC.

$\Rightarrow HF$ là đường trung bình của tam giác BCM.

Vậy $MC = 2HF$. $(dpcm)$

Câu 10

Phương pháp:

Đặt $a = \dfrac{1}{x}, b = \dfrac{1}{y}, c = \dfrac{1}{z} \Rightarrow xyz \ge 1\ (x; y; z \ge 0)$.

Áp dụng BĐT AM-GM ta có: $\dfrac{y^3}{x} + xy \ge 2y^2$.

Ta cũng làm tương tự và có được điều phải chứng minh.

Cách giải:

BĐT $\Leftrightarrow \dfrac{a}{b^3} + \dfrac{b}{c^3} + \dfrac{c}{a^3} \ge a + b + c$.

Đặt $a = \dfrac{1}{x}, b = \dfrac{1}{y}, c = \dfrac{1}{z} \Rightarrow xyz \ge 1\ (x; y; z \ge 0)$.

BĐT $\Leftrightarrow \dfrac{y^3}{x} + \dfrac{z^3}{y} + \dfrac{x^3}{z} \ge \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}$.

Áp dụng BĐT AM-GM ta có: $\dfrac{y^3}{x} + xy \ge 2y^2$.

Tương tự $\Rightarrow \dfrac{y^3}{x} + \dfrac{z^3}{y} + \dfrac{x^3}{z} \ge 2\left(x^2 + y^2 + z^2\right) - \left(xy + yz + zx\right)$.

Lại có $x^2 + y^2 + z^2 \ge xy + yz + zx$ $\Rightarrow \dfrac{y^3}{x} + \dfrac{z^3}{y} + \dfrac{x^3}{z} \ge xy + yz + zx$.

Mà $xy + yz + zx = \dfrac{xyz}{z} + \dfrac{yzx}{x} + \dfrac{zxy}{y} \ge \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}$.

Vậy ta có điều phải chứng minh.