SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn thi: Toán
Thời gian: 120 phút *(không kể thời gian phát đề)*
Ngày thi: *08/06/2018*
Đề thi có: 01 trang giấy gồm 05 câu.

Câu I: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2+8x+7=0$
2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=-6 \\ 5x+y=20 \end{cases}$

Câu II: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\dfrac{x}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$, với $x>0$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $A\ge \dfrac{1}{3\sqrt{x}}$

Câu III: (2,0 điểm)

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a,b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y=2x+3$ và đi qua điểm $A(1;-1)$
2. Cho phương trình $x^2-(m-2)x-3=0$ (m là tham số). Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:
$$\sqrt{x_1^2+2018}-x_1=\sqrt{x_2^2+2018}+x_2$$

Bài IV: (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm (O), đường kính $AB=2R$. Gọi $d_1;d_2$ lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B, I là trung điểm của đoạn thẳng OA, E là điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho E không trùng với A và B. Đường thẳng d đi qua E và vuông góc với đường thẳng EI cắt $d_1;d_2$ lần lượt tại M, N.

1. Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $IB.NE=3IE.NB$
3. Khi điểm E thay đổi, chứng minh tích $AM.BN$ có giá trị không đổi và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R.

Câu V: (1,0 điểm)

Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn: $a+b+c=1$. Chứng minh $\dfrac{1}{a^2+b^2+c^2}+\dfrac{1}{abc}\ge 30.$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu I.

Phương pháp:

1) Giải phương trình bậc hai 1 ẩn sử dụng công thức nhanh có: $a-b+c=0$. Khi đó phương trình luôn có một nghiệm là: $x=-1$ và nghiệm còn lại là: $x=-\frac{c}{a}$
2) giải hệ phương trình bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số.

Cách giải:

1) **Giải phương trình:** $x^2+8x+7=0$
   Ta có: $a-b+c=1-8+7=0$ nên phương trình đã cho luôn có một nghiệm là $x=-1$ và nghiệm còn lại là: $x=-\frac{c}{a}=-7$
   Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1;-7\}$.
2) **Giải hệ phương trình:** $\begin{cases}2x-y=-6\\5x+y=20\end{cases}$
   $\begin{cases}2x-y=-6\\5x+y=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x=14\\y=20-5x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=20-5.2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=10\end{cases}$
   Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là: $(x;y)=(2;10)$

Câu II.

Phương pháp:

1. Phân tích mẫu thành nhân tử sau đó quy đồng các mẫu thức rồi rút gọn.

2. Cho $A\ge\frac{1}{3\sqrt{x}}$ sau đó tìm x và đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\frac{x}{x+2\sqrt{x}}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$, **với** $x>0$

1. **Rút gọn biểu thức A.**

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\frac{x}{x+2\sqrt{x}}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+2\right)^{2}}:\left(\frac{x}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+2\right)^{2}}:\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+2\right)^{2}}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

Vậy với $x>0$ thì $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

2. Tìm tất cả các giá trị của x để $A\ge\dfrac{1}{3\sqrt{x}}$

$$A\ge\frac{1}{3\sqrt{x}}\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}\ge\frac{1}{3\sqrt{x}}$$

$$\Leftrightarrow\frac{3-\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}\ge0$$

$$\Leftrightarrow\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}\ge0$$

Với $x>0$ ta có: $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)>0$ khi đó $\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}\ge0\Leftrightarrow1-\sqrt{x}\ge0\Leftrightarrow x\le1$

Kết hợp với điều kiện ta được: $0<x\le1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu III.

Phương pháp:

1.Hai đường thẳng $(d): y=ax+b; (d'): y=a'x+b'$ song song với nhau khi và chỉ khi $\begin{cases}a=a'\\b\ne b'\end{cases}$.

Đường thẳng (d’) đi qua điểm A(1;-1) tức là tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình đường thẳng.

2.Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m: Ta xét biệt thức $\Delta=b^2-4ac$ sau đó chứng minh cho $\Delta>0,\forall m$.

Kết hợp hệ thức Viet với đầu bài để tìm được m.

Hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$

Cách giải:

1. Cho đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a,b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d'): y=2x+3$ và đi qua điểm $A(1;-1)$

Đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d’) khi và chỉ khi: $\begin{cases} a=a' \\ b\ne b' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b\ne 3 \end{cases}$

Khi đó (d) trở thành: $y=2x+b(b\ne 3)$

Đường thẳng (d’) đi qua điểm $A(1;-1)$ nên ta có:

$-1=2.1+b \Leftrightarrow b=-3(tm)$

Vậy đường thẳng (d) cần tìm là: $y=2x-3$

2. Cho phương trình $x^2-(m-2)x-3=0$ (m là tham số). Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi m. Tìm m để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức:

$$\sqrt{x_1^2+2018}-x_1=\sqrt{x_2^2+2018}+x_2$$

Xét biệt thức $\Delta=(m-2)^2+12\ge 12>0,\forall m$

Vậy phương trình $x^2-(m-2)x-3=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi m. Giả sử $x_1>x_2$

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m-2 \\ x_1x_2=-3 \end{cases}$

Theo đề ra ta có:

$\sqrt{x_1^2+2018}-x_1=\sqrt{x_2^2+2018}+x_2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x_1^2+2018}-\sqrt{x_2^2+2018}=x_1+x_2$

$\Leftrightarrow x_1^2+2018+x_2^2+2018-2\sqrt{\left(x_1^2+2018\right).\left(x_2^2+2018\right)}=x_1^2+x_2^2+2x_1x_2\ \left(Do\ x_1-x_2>0\right)$

$\Leftrightarrow 4036-2\sqrt{\left(x_1^2+2018\right).\left(x_2^2+2018\right)}=2x_1x_2$

$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x_1^2+2018\right).\left(x_2^2+2018\right)}=2018-x_1x_2$

$\Leftrightarrow \left(x_1^2+2018\right).\left(x_2^2+2018\right)=2018^2-4036x_1x_2+x_1^2x_2^2$

$\Leftrightarrow x_1^2x_2^2+2018\left(x_1^2+x_2^2\right)+2018^2=2018^2-4036x_1x_2+x_1^2x_2^2$

$\Leftrightarrow \left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]=-2x_1x_2$

$\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2=0$

$\Leftrightarrow \left(m-2\right)^2=0$

$\Leftrightarrow m=2$

Vậy m = 2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

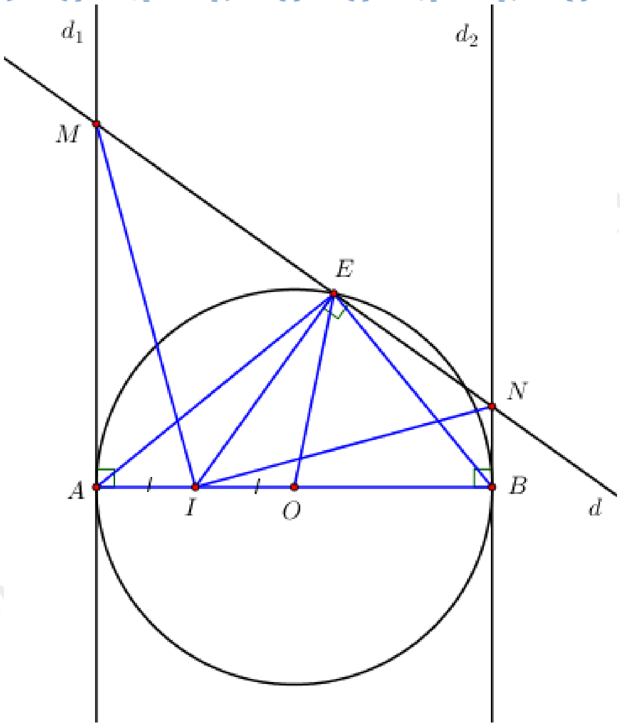
Bài IV.

Phương pháp:

1. Chứng minh tứ giác AMEI có tổng hai góc đối bằng 180^0.
2. Chứng minh tam giác IEA đồng dạng với tam giác NEB.

Cách giải:

Cho đường tròn tâm (O), đường kính $AB=2R$. Gọi $d_1;d_2$ lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B, I là trung điểm của đoạn thẳng OA, E là điểm thay đổi trên đường tròn (O) sao cho E không trùng với A và B. Đường thẳng d đi qua E và vuông góc với đường thẳng EI cắt $d_1;d_2$ lần lượt tại M, N.



1. **Chứng minh AMEI là tứ giác nội tiếp.**

Ta có: MA là tiếp tuyến của (O) tại A nên $\angle IAM = 90^0$

Xét tứ giác $AMEI$ có $\angle IAM + \angle IEM = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AMEI$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0)

2. **Chứng minh $IB.NE = 3IE.NB$**

Ta có $\angle IEA + \angle IEB = \angle AEB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn);

$\angle NEB + \angle IEB = \angle NEI = 90^0\ (gt)$;

$\Rightarrow \angle IEA = \angle NEB$

Xét ΔIEA và ΔNEB có:

$\angle IEA = \angle NEB\ (cmt)$;

$\angle IAE = \angle BAE = \angle NBE$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BE);

$\Rightarrow \Delta IEA \sim \Delta NEB\ (g.g) \Rightarrow \dfrac{IE}{IA} = \dfrac{NE}{NB} \Rightarrow IA.NE = IE.NB \Rightarrow 3IA.NE = 3IE.NB$

Do I là trung điểm của OA $\Rightarrow IA = \dfrac{1}{2}OA = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{4}AB \Rightarrow IA = \dfrac{1}{3}IB$ hay $IB = 3IA$.

$\Rightarrow IB.NE = 3IE.NB\ (dpcm)$.

3. **Khi điểm E thay đổi chứng minh tích $AM.BN$ có giá trị không đổi và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R.**

+) **Chứng minh tích $AM.BN$ có giá trị không đổi**

Xét tứ giác $BNEI$ có $\angle IBN + \angle IEN = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $BNEI$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0)

$\Rightarrow \angle NEB = \angle NIB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung NB)

Ta có $\angle AMI = \angle AEI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AI) ;

Mà $\angle AEI = \angle NEB\ (cmt)$

$\Rightarrow \angle AMI = \angle NIB$.

Xét ΔAMI và ΔBIN có:

$\angle AMI = \angle NIB\ (cmt);$

$\angle MAI = \angle IBN = 90^0\ (gt);$

$\Rightarrow \Delta AMI \sim \Delta BIN\ (g.g) \Rightarrow \dfrac{AM}{BI} = \dfrac{AI}{BN} \Rightarrow AM.BN = AI.BI$

Ta có $AI = \dfrac{1}{4}AB = \dfrac{1}{4}.2R = \dfrac{R}{2}$; $BI = \dfrac{3}{4}AB = \dfrac{3}{4}.2R = \dfrac{3R}{2}$

$\Rightarrow AM.BN = \dfrac{R}{2}.\dfrac{3R}{2} = \dfrac{3R^2}{4} = const$.

+) **Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MNI theo R.**

Tứ giác BNEI là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle ENI = \angle EBI$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EI)

Do tứ giác $AMEI$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle IME = \angle IAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung IE)

$\Rightarrow \angle ENI = \angle IME = \angle EBI + \angle IAE = 90^0$ (ΔABE vuông tại E)

$\Rightarrow \angle MIN = 90^0 \Rightarrow \Delta IMN$ vuông tại I $\Rightarrow S_{IMN} = \dfrac{1}{2}IM.IN$

Đặt $\angle AIM = \alpha \Rightarrow \angle BNI = \alpha\ \left(0^0 < \alpha < 90^0\right)\left(Do\ \Delta AMI \sim \Delta BIN\right)$.

Xét tam giác vuông AIM có $\cos\angle AIM = \cos\alpha = \dfrac{AI}{MI} \Rightarrow MI = \dfrac{AI}{\cos\alpha} = \dfrac{\frac{R}{2}}{\cos\alpha} = \dfrac{R}{2\cos\alpha}$

Xét tam giác vuông BIN có : $\sin\angle BNI = \sin\alpha = \dfrac{BI}{IN} \Rightarrow IN = \dfrac{BI}{\sin\alpha} = \dfrac{\frac{3R}{2}}{\sin\alpha} = \dfrac{3R}{2\sin\alpha}$

$\Rightarrow S_{IMN} = \dfrac{1}{2}IM.IN = \dfrac{1}{2}.\dfrac{R}{2\cos\alpha}.\dfrac{3R}{2\sin\alpha} = \dfrac{3R^2}{8\sin\alpha\cos\alpha}$

Do $0^0 < \alpha < 90^0 \Rightarrow \sin\alpha > 0, \cos\alpha > 0$ và $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$.

$\Rightarrow \sin\alpha.\cos\alpha = \sin\alpha.\sqrt{1-\sin^2\alpha} \overset{Cauchy}{\le} \dfrac{\sin^2\alpha + 1 - \sin^2\alpha}{2} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow S_{IMN} \ge \dfrac{3R^2}{8.\frac{1}{2}} = \dfrac{3R^2}{4}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \Leftrightarrow 2\sin^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \alpha = 45^0$

Vậy $S_{IMN\ \min} = \dfrac{3R^2}{4} \Leftrightarrow \angle AIM = 45^0$.

Câu V.

Ta có:

$$\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{abc}=\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{9abc}+\frac{8}{9abc}$$

$$\geq \frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{3(bc+ac+ab)^2}+\frac{8}{9\frac{(a+b+c)^3}{27}}$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{1}{a^2+b^2+c^2}\cdot\frac{1}{3(bc+ac+ab)^2}}+24$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{1}{3\frac{(a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac)^2}{27}}}+24=30$$