**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**BÌNH ĐỊNH**
**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
**NĂM HỌC 2019 – 2020**
**Môn thi: TOÁN**
*Thời gian làm bài: 120 phút*

**Câu 1 (2 điểm):**

1. Giải phương trình $3(x-1)=5x+2$.

2. Cho biểu thức: $A=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x\ge 1$.

a) Tính giá trị biểu thức $A$ khi $x=5$.

b) Rút gọn biểu thức $A$ khi $1\le x\le 2$.

**Câu 2 (2 điểm):**

1. Cho phương trình: $x^2-(m-1)x-m=0$. Tìm $m$ để phương trình trên có một nghiệm bằng $2$. Tìm nghiệm còn lại.

2. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho ba đường thẳng $d_1: y=2x-1$; $d_2: y=x$; $d_3:\ y=-3x+2$.

Tìm hàm số có đồ thị là đường thẳng $d$ song song với đường thẳng $d_3$ đồng thời đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$.

**Câu 3 (1,5 điểm)** Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì hoàn thành được $\frac{2}{3}$ công việc. Nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc của mỗi đội là bao nhiêu?

**Câu 4 (3,5 điểm):**

Cho đường tròn tâm $O$, bán kính $R$ và một đường thẳng $d$ không cắt đường tròn $(O)$. Dựng đường thẳng $OH$ vuông góc với đường thẳng $d$ tại điểm $H$. Trên đường thẳng $d$ lấy điểm $K$ (khác điểm $H$), qua $K$ vẽ hai tiếp tuyến $KA, KB$ với đường tròn $(O)$ ($A, B$ là các tiếp điểm) sao cho $A$ và $H$ nằm về hai phía của đường thẳng $OK$.

a) Chứng minh tứ giác $KAOH$ nội tiếp được trong đường tròn

b) Đường thẳng $AB$ cắt đường thẳng $OH$ tại điểm $I$. Chứng minh rằng $IA.IB=IH.IO$ và $I$ là điểm cố định khi điểm $K$ chạy trên đường thẳng $d$ cố định.

c) Khi $OK=2R, OH=R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác $KAI$ theo $R$.

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho $x, y$ là hai số thực thỏa $\begin{cases} x>y \\ xy=1 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2+y^2}{x-y}$

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**

**Câu 1**

**Phương pháp:**

1. Giải phương trình bằng quy tắc chuyển vế, đổi dấu.

2. a) Khi $x = 5\,(tm)$, thay vào biểu thức $A$ để tính giá trị biểu thức.

b) Thêm bớt 1 vào các căn bậc hai và rút gọn biểu thức nhờ công thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \ khi \ A \ge 0 \\ -A \ khi \ A < 0 \end{cases}$.

**Cách giải:**

***1. Giải phương trình*** $3(x-1) = 5x+2$.

$3(x-1) = 5x+2 \Leftrightarrow 3x-3 = 5x+2$

$\Leftrightarrow 5x-3x = -3-2 \Leftrightarrow 2x = -5 \Leftrightarrow x = -\dfrac{5}{2}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = -\dfrac{5}{2}$.

***2. Cho biểu thức:*** $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ ***với*** $x \ge 1$.

***a) Tính giá trị biểu thức*** $A$ ***khi*** $x = 5$.

Điều kiện: $x \ge 1$.

Khi $x = 5\,(tm\ \ x \ge 1)$, thay vào biểu thức ta được:

$$A = \sqrt{5+2\sqrt{5-1}} + \sqrt{5-2\sqrt{5-1}} = \sqrt{5+2\sqrt{4}} + \sqrt{5-2\sqrt{4}}$$
$$= \sqrt{5+2.2} + \sqrt{5-2.2} = \sqrt{9} + \sqrt{1} = 3+1 = 4.$$

Vậy khi $x = 5$ thì $A = 4$.

***b) Rút gọn biểu thức*** $A$ ***khi*** $1 \le x \le 2$.

Điều kiện: $1 \le x \le 2$.

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\\ &= \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1}+\sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1}\\ &= \sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}\\ &= \left|\sqrt{x-1}+1\right|+\left|\sqrt{x-1}-1\right|\\ &= \sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1}\ \left(do\ \ 1\le x\le 2\Rightarrow 0\le\sqrt{x-1}\le 1\Rightarrow\sqrt{x-1}-1\le 0\right)\\ &= 2.\end{aligned}$$

## Câu 2

**Phương pháp:**

1. Thay nghiệm $x=2$ vào phương trình để tìm $m$ sau đó thay ngược $m$ vừa tìm được vào phương trình, giải phương trình để tìm nghiệm còn lại.

2. Gọi phương trình đường thẳng $d: y=ax+b.$ Đường thẳng $d//d_3 \Rightarrow \begin{cases} a=-3\\ b\ne 2\end{cases}.$

Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1,\ d_2.$ Thay tọa độ giao điểm đó vào phương trình đường thẳng $d$ để tìm $b.$ Đối chiếu với điều kiện của $b$ rồi kết luận phương trình đường thẳng $d.$

**Cách giải:**

***1. Cho phương trình:*** $x^2-(m-1)x-m=0.$ ***Tìm*** $m$ ***để phương trình trên có một nghiệm bằng*** $2.$ ***Tìm nghiệm còn lại.***

Thay nghiệm $x=2$ vào phương trình ta được:

$2^2-(m-1).2-m=0 \Leftrightarrow 4-2m+2-m=0 \Leftrightarrow 3m=6 \Leftrightarrow m=2.$

Thay $m=2$ vào phương trình ta được: $x^2-x-2=0$

Ta có các hệ số: $a=1;b=-1;c=-2 \Rightarrow a-b+c=0$ Nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt là: $x_1=-1;x_2=-\dfrac{c}{a}=2$

Vậy với $m=2$ phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2.

Nghiệm còn lại của phương trình là: $x=-1$

***2. Gọi phương trình đường thẳng*** $d: y=ax+b.$ ***Đường thẳng*** $d//d_3 \Rightarrow \begin{cases} a=-3\\ b\ne 2\end{cases}.$

***Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng*** $d_1,\ d_2.$ ***Thay tọa độ giao điểm đó vào phương trình đường thẳng*** $d$ ***để tìm*** $b.$ ***Đối chiếu với điều kiện của*** $b$ ***rồi kết luận phương trình đường thẳng*** $d.$

Gọi phương trình đường thẳng $d: y=ax+b\ \ (a,b\in\mathbb{R}).$

Đường thẳng $d//d_3 \Rightarrow \begin{cases} a=-3\\ b\ne 2\end{cases} \Rightarrow d:\ y=-3x+b, (b\ne 2)$

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1,\ d_2$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = 2x-1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x-1 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1;\, 1).$$

Đường thẳng $d: y = -3x + b$ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1,\ d_2$ nên $d$ đi qua $A(1;1)$.

Thay tọa độ điểm $A(1;\ 1)$ vào phương trình đường thẳng $d$ ta được:

$1 = -3.1 + b \Leftrightarrow b = 1 + 3 = 4\ (tm).$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $d:\ y = -3x + 4.$

**Câu 3:**

**Phương pháp:**

**Bước 1: Lập phương trình**

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.

- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết

- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

**Bước 2. Giải phương trình.**

**Bước 3: Kết luận**

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

**Cách giải:**

Gọi thời gian làm riêng hoàn thành công việc của đội 1 là : $x$ (giờ) $(x > 5)$

Vì nếu làm riêng thì thời gian hoàn thành công việc đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 5 giờ.

Nên thời gian đội 2 làm riêng để hoàn thành công việc là: $x - 5$ giờ.

Trong 1 giờ đội thứ nhất làm riêng được: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ đội thứ hai làm riêng được: $\frac{1}{x-5}$ (công việc)

Trong 4 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ (công việc)

Trong 4 giờ đội thứ hai làm được $\frac{4}{x-5}$ (công việc)

Trong 4 giờ cả hai đội làm được: $\frac{4}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{3}$ (công việc)

Giải phương trình:

$$\frac{4}{x}+\frac{4}{x-5}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 4.\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-5}\right)=\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{x-5}=\frac{1}{6}\Leftrightarrow \frac{x-5+x}{x\left(x-5\right)}=\frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-5}{x\left(x-5\right)}=\frac{1}{6}\Rightarrow 6\left(2x-5\right)=x\left(x-5\right)$$

$$\Leftrightarrow 12x-30=x^2-5x\Leftrightarrow x^2-17x+30=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(x-15\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\left(KTM\right) \\ x=15\left(TM\right) \end{array}\right.$$

Vậy thời gian hoàn thành công việc của đội 1 là 15 giờ, thời gian hoàn thành công việc của đội hai là $15-5=10$ (giờ).

**Câu 4**

**Phương pháp:**

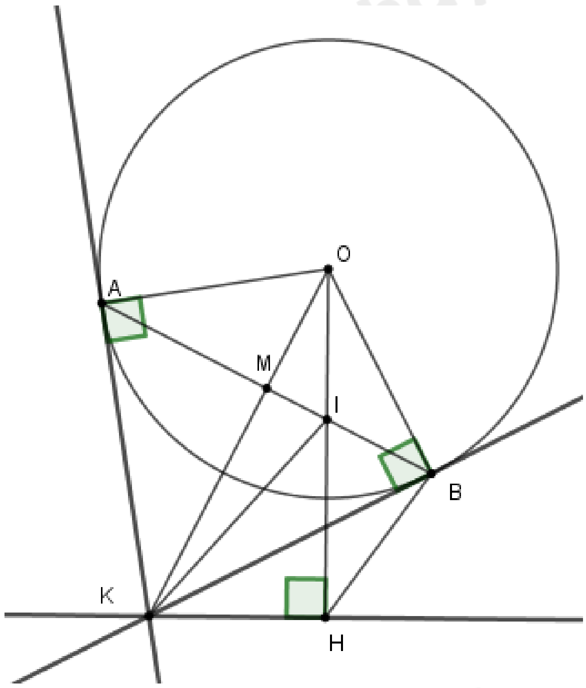
a) Chỉ ra tứ giác có tổng hai góc đối bằng $180^\circ$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp góc –góc để suy ra hệ thức đúng.

Chứng minh $\Delta OIB$ và $\Delta OBH$ đồng dạng để suy ra điểm $I$ cố định

c) Sử dụng định lý Pytago, hệ thức lượng trong tam giác vuông và công thức tính diện tích tam giác.

**Cách giải:**




a) Vì $KA$ là hai tiếp tuyến của $\left(O\right)$ nên $AK\perp OA\Rightarrow \angle KAO=90^\circ$

Lại có $\angle OHK=90^\circ\left(do\ \ OH\perp d\right)$

Xét tứ giác $AOKH$ có $\angle OAK+\angle OHK=90^\circ+90^\circ=180^\circ$ mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $OAKH$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

b) Xét $(O)$ có $\angle OBK = 90^\circ$ (do $KB$ là tiếp tuyến của đường tròn $(O)$)

Từ đó ta có $\angle OAK = \angle OBK = \angle OHK = 90^\circ$ nên 5 điểm $A;O;B;H;K$ cùng thuộc đường tròn đường kính $OK$.

$\Rightarrow \angle OAB = \angle OHB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $OB$)

Xét $\Delta IOA$ và $\Delta IBH$ có

$\angle OIA = \angle BIH$ (hai góc đối đỉnh)

$\angle OAB = \angle OHB$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta IOA \backsim \Delta IBH\ (g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{IO}{IB} = \dfrac{IA}{IH} \Leftrightarrow IO.IH = IA.IB$

Xét đường tròn đường kính $OK$ có:

$\angle OHB$ là góc nội tiếp chắn cung $OB$

$\angle OBA$ là góc nội tiếp chắn cung $OA$

Mà $OA = OB = R.$

$\Rightarrow \angle OHB = \angle OBA$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét $\Delta OIB$ và $\Delta OBH$ có

$\angle BOH$ chung

$\angle OHB = \angle OBA\ (cmt)$

$\Rightarrow \Delta OIB \backsim \Delta OBH\ (g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{OI}{OB} = \dfrac{OB}{OH} \Leftrightarrow OI = \dfrac{OB^2}{OH} = \dfrac{R^2}{OH}$

Mà đường thẳng $d$ cố định nên $OH$ không đổi (vì $OH \perp d$).

$\Rightarrow OI = \dfrac{R^2}{OH}$ không đổi hay điểm $I$ cố định khi $K$ chạy trên đường thẳng $d$ cố định.

c) Gọi $M$ là giao điểm của $OK$ và $AB$

Xét đường tròn $(O)$ có $KA, KB$ là hai tiếp tuyến nên $KA = KB$.

Lại có $OA = OB = R$ nên $OK$ là đường trung trực của $AB$, suy ra $AB \perp OK$ tại $M$.

$\Rightarrow S_{AKI} = \dfrac{1}{2} AI.KM.$

Theo câu b) ta có $OI = \dfrac{R^2}{OH} = \dfrac{R^2}{R\sqrt{3}} = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$

Xét tam giác $OAK$ vuông tại $A,$ theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có

+) $OA^2 = OM.OK \Leftrightarrow OM = \dfrac{OA^2}{OK} = \dfrac{R^2}{2R} = \dfrac{R}{2}$.

Suy ra $KM = OK - OM = 2R - \dfrac{R}{2} = \dfrac{3R}{2}$.

+) $AM^2 = OM.KM = \dfrac{R}{2}.\dfrac{3R}{2} = \dfrac{3R^2}{4} \Rightarrow AM = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác $OMI$ vuông tại $M$, theo định lý Pytago ta có:

$$MI = \sqrt{OI^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\dfrac{R}{2}\right)^2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{6}$$

Suy ra $AI = AM + MI = \dfrac{R\sqrt{3}}{2} + \dfrac{R\sqrt{3}}{6} = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow S_{\Delta KAI} = \dfrac{1}{2}KM.AI = \dfrac{1}{2}.\dfrac{3R}{2}.\dfrac{2R\sqrt{3}}{3} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2}$ .

Vậy $S_{\Delta KAI} = \dfrac{R^2\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 5**

**Phương pháp :**

+ Biến đổi biểu thức P về dạng tổng và tích.

+ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương.

**Cách giải :**

Với $x > y;\ \ xy = 1$ ta có :

$$P = \dfrac{x^2 + y^2}{x - y} = \dfrac{(x-y)^2 + 2xy}{x - y} = (x - y) + \dfrac{2}{x - y}$$

Vì $x > y$ nên $x - y > 0; \dfrac{2}{x - y} > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $x - y;\ \dfrac{2}{x - y}$ ta có :

$$P = x - y + \dfrac{2}{x - y} \ge 2\sqrt{(x - y).\dfrac{2}{x - y}} = 2\sqrt{2}$$

$\Rightarrow P \ge 2\sqrt{2}$

Dấu "=" $\Leftrightarrow x - y = \dfrac{2}{x - y} \Leftrightarrow (x - y)^2 = 2 \Leftrightarrow x - y = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y + \sqrt{2}$

Mà $x.y=1\Leftrightarrow\left(y+\sqrt{2}\right).y=1\Leftrightarrow y^2+\sqrt{2}y=1\Leftrightarrow y^2+\sqrt{2}y-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\ (tm)\\ y=\dfrac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\,(ktm)\end{array}\right.$

Khi đó : $x=\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P$ là $2\sqrt{2}$ tại $x=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2};\ y=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.