SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 06/06/2018
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I (2,0 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)+1$
2. Tìm tham số m để đường thẳng $y=(m-1)x+2018$ có hệ số góc bằng 3.

Câu II (3,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+4y=8 \\ 2x+5y=13 \end{cases}$
2. Cho biểu thức $B=\left(\dfrac{6}{a-1}+\dfrac{10-2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1}\right).\dfrac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$ (với $a>0, a\neq 1$)
   a) Rút gọn biểu thức B.
   b) Đặt $C=B.\left(a-\sqrt{a}+1\right)$. So sánh C và 1.
3. Cho phương trình $x^2-(m+2)x+3m-3=0\ (1)$, với x là ẩn, m là tham số.
   a) Giải phương trình (1) khi $m=-1$.
   b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $x_1; x_2$ là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Câu III (1,5 điểm)

Bạn Linh đi xe đạp từ nhà đến trường với quãng đường 10 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên cung đường ấy, do lượng xe tham gia giao thông nhiều hơn nên bạn Linh phải giảm vận tốc 2 km/h so với khi đến trường. Vì vậy thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường.

Câu IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm M, N $(M\neq B, N\neq C)$. Gọi H là giao điểm của BN và CM; P là giao điểm của AH và BC.

1. Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Chứng minh $BM.BA=BP.BC$.
3. Trong trường hợp đặc biệt khi tam giác ABC đều cạnh bằng $2a$. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$.
4. Từ điểm A kẻ các tiếp tuyến AE và AF của đường tròn tâm O đường kính BC (E, F là các tiếp điểm). Chứng minh ba điểm E, H, F thẳng hàng.

Câu V (0,5 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{81x^2+18225x+1}{9x}-\dfrac{6\sqrt{x}+8}{x+1}$ với $x>0$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu I.

Phương pháp:

1. Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2}=|A|$
2. Hệ số góc của đường thẳng $y=ax+b$ là a.

Cách giải:

1. **Tính giá trị của biểu thức** $A=\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)+1$

$A=\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-\sqrt{5}\right)+1$

$A=\sqrt{5}\left(\sqrt{2^2.5}-\sqrt{5}\right)+1$

$A=\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)+1$

$A=\sqrt{5}.\sqrt{5}+1$

$A=5+1$

$A=6$

2. **Tìm tham số *m* để đường thẳng** $y=(m-1)x+2018$ **có hệ số góc bằng 3.**

Đường thẳng $y=(m-1)x+2018$ có hệ số góc bằng 3 $\Leftrightarrow m-1=3 \Leftrightarrow m=4$.

Câu II.

Phương pháp:

1. Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số.
2. a) Thay $m=-1$ và giải phương trình bậc hai.
   b) Quy đồng, rút gọn biểu thức B.
   Tính C và sử dụng BĐT Cauchy để so sánh C với 1.

Cách giải:

1. **Giải hệ phương trình** $\begin{cases}x+4y=8\\2x+5y=13\end{cases}$

$$\begin{cases}x+4y=8\\2x+5y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+8y=16\\2x+5y=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y=3\\x=8-4y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=4\end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(4;1)$.

2. **Cho biểu thức** $B=\left(\dfrac{6}{a-1}+\dfrac{10-2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1}\right).\dfrac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$ **(với** $a>0,a\neq 1$**)**

   a) Rút gọn biểu thức *B*.

   Với $a>0,a\neq 1$ ta có:

$$B=\left(\frac{6}{a-1}+\frac{10-2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1}\right).\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\left(\frac{6}{a-1}+\frac{10-2\sqrt{a}}{a\left(\sqrt{a}-1\right)-\left(\sqrt{a}-1\right)}\right).\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\left(\frac{6}{a-1}+\frac{10-2\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(a-1\right)}\right).\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\frac{6\left(\sqrt{a}-1\right)+10-2\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(a-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\frac{6\sqrt{a}-6+10-2\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(a-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\frac{4\left(\sqrt{a}+1\right)}{\left(\sqrt{a}-1\right)^2\left(\sqrt{a}+1\right)}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\frac{4}{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{4\sqrt{a}}$$

$$B=\frac{1}{\sqrt{a}}$$

b) Đặt $C=B.\left(a-\sqrt{a}+1\right)$. So sánh C và 1.

$$B=\frac{1}{\sqrt{a}}\Rightarrow C=B.\left(a-\sqrt{a}+1\right)$$

$$\Rightarrow C=\frac{1}{\sqrt{a}}\left(a-\sqrt{a}+1\right)=\sqrt{a}-1+\frac{1}{\sqrt{a}}$$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có $\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\ge 2\sqrt{\sqrt{a}.\frac{1}{\sqrt{a}}}=2\Rightarrow \sqrt{a}-1+\frac{1}{\sqrt{a}}\ge 2-1=1$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{a}=\frac{1}{\sqrt{a}}\Leftrightarrow a=1.$

Vậy $C\ge 1$ và $C=1\Leftrightarrow a=1.$

3. Cho phương trình $x^2-\left(m+2\right)x+3m-3=0\ \left(1\right)$, với x là ẩn, m là tham số.

a) **Giải phương trình (1) khi** $m=-1$.

Thay $m=-1$ vào phương trình (1) ta có:

$x^2 - x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x(x-3) + 2(x-3) = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Vậy khi $m = -1$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2;3\}$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 sao cho x_1; x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Hai nghiệm $x_1; x_2$ là hai cạnh của một tam giác vuông nên $x_1; x_2 > 0$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt dương x_1; x_2

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S = x_1 + x_2 > 0 \quad (*) \\ P = x_1.x_2 > 0 \end{cases}$

Khi đó theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1x_2 = 3m - 3 \end{cases}$

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - 4(3m-3) > 0 \\ m + 2 > 0 \\ 3m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-4)^2 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ 3m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m > -2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1; m \neq 4$

Vì x_1; x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5 nên áp dụng định lí Pi-ta-go ta có:

$x_1^2 + x_2^2 = 5^2 = 25$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 25$

$\Leftrightarrow (m+2)^2 - 2(3m-3) = 25$

$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 6m + 6 = 25$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 15 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 3m - 15 = 0$

$\Leftrightarrow m(m-5) + 3(m-5) = 0$

$\Leftrightarrow (m-5)(m+3) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5\,(tm) \\ m = -3\,(ktm) \end{array}\right.$

Vậy $m = 5$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu III.

Phương pháp:

- Gọi vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường là $x\ (km/h)$ (ĐK: $x > 2$)
- Tính vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ trường về nhà.

- Tính thời gian đi từ nhà đến trường và thời gian đi từ trường về nhà.
- Do thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút $=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}(h)$ nên ta có phương trình:

  Thời gian đi từ trường về nhà – thời gian đi từ nhà đến trường $=\frac{1}{4}$.

Cách giải:

Bạn Linh đi xe đạp từ nhà đến trường với quãng đường 10 km. Khi đi từ trường về nhà, vẫn trên cung đường ấy, do lượng xe tham gia giao thông nhiều hơn nên bạn Linh phải giảm vận tốc 2 km/h so với khi đến trường. Vì vậy thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường.

Gọi vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường là $x\left(km/h\right)$ (ĐK: $x>2$)

Khi đó vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ trường về nhà là $x-2\left(km/h\right)$.

Thời gian bạn Linh đi từ nhà đến trường là $\frac{10}{x}\left(h\right)$

Thời gian bạn Linh đi từ trường về nhà là $\frac{10}{x-2}\left(h\right)$

Do thời gian về nhà nhiều hơn thời gian đến trường là 15 phút $=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}(h)$ nên ta có phương trình:

$$\frac{10}{x-2}-\frac{10}{x}=\frac{1}{4}$$
$$\Leftrightarrow 40x-40\left(x-2\right)=x\left(x-2\right)$$
$$\Leftrightarrow 40x-40x+80=x^2-2x$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x-80=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-10x+8x-80=0$$
$$\Leftrightarrow x\left(x-10\right)+8\left(x-10\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left(x-10\right)\left(x+8\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=10\ \left(tm\right) \\ x=-8\ \left(ktm\right) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của xe đạp khi bạn Linh đi từ nhà đến trường là 10 km/h.

Câu IV.

Phương pháp:

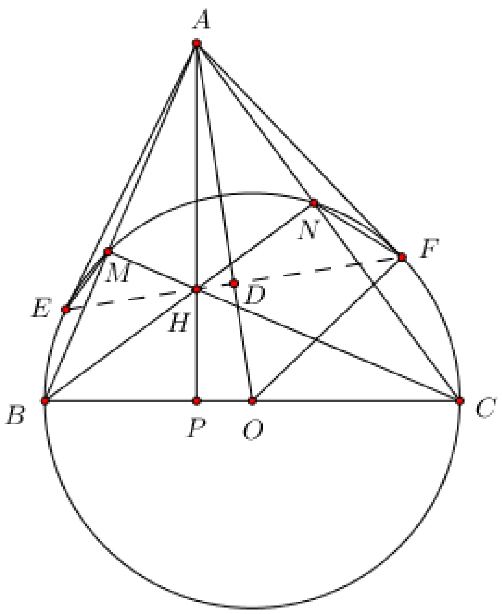
1. Chứng minh tứ giác *AMHN* có tổng hai góc đối bằng 180^0 và xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác *AMHN*.
2. Chứng minh tam giác *ABP* và tam giác *CBM* đồng dạng.
3. Chứng minh *H* là trực tâm tam giác *ABC*.

   Tam giác ABC đều $\Rightarrow$ Trực tâm H là trọng tâm của tam giác ABC $\Rightarrow AH=\frac{2}{3}AP$. Tính *AH*, suy ra bán kính và tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác tứ giác *AMHN*.

4. Gọi $D = AO \cap EF$, chứng minh $HD \perp AO$ và $EF \perp AO \Rightarrow EF \equiv HD$.

Cách giải:

Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn tâm *O* đường kính *BC* cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại các điểm M, N $(M \ne B, N \ne C)$. Gọi *H* là giao điểm của *BN* và *CM; P* là giao điểm của *AH* và *BC*.



1. **Chứng minh tứ giác *AMHN* nội tiếp được trong một đường tròn.**

   Ta có $BMC = BNC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

   $\Rightarrow AMH = ANH = 90^0$

   $\Rightarrow$ Tứ giác $AMHN$ có $AMH + ANH = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác *AMHN* là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính *AH* (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

2. **Chứng minh $BM.BA = BP.BC$.**

   Xét ΔABP và ΔCBM có:

   $APB = CMB = 90^0$;

   ABC chung;

   $\Rightarrow \Delta ABP \sim \Delta CBM \ (g.g) \Rightarrow \dfrac{BA}{BP} = \dfrac{BC}{BM} \Rightarrow BM.BA = BP.BC$

3. **Trong trường hợp đặc biệt khi tam giác ABC đều cạnh bằng $2a$. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tứ giác *AMHN*.**

   Ta có $BN \perp AC;\ CM \perp AB;\ BN \cap CM = H \Rightarrow H$ là trực tâm tam giác *ABC*.

   ΔABC đều $\Rightarrow ABP = ABC = 60^0$

   Xét tam giác vuông *ABP* có $AP = AB.\sin 60^0 = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

   Do H là trực tâm tam giác ABC nên đồng thời H cũng là trọng tâm của tam giác ABC $\Rightarrow AH = \dfrac{2}{3}AP = \dfrac{2}{3}a\sqrt{3} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

   Vì *AH* là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác *AMHN* nên bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác *AMHN* là $\dfrac{AH}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy chu vi đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMHN$ là $C = 2\pi.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$.

4. **Từ điểm *A* kẻ các tiếp tuyến *AE* và *AF* của đường tròn tâm *O* đường kính *BC* (*E, F* là các tiếp điểm). Chứng minh ba điểm E, H, F thẳng hàng.**

Gọi D là giao điểm của OA và EF.

H là trực tâm tam giác ABC $\Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow AP \perp BC \Rightarrow APC = 90^0$

$BNC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ANH = 90^0$

Xét ΔAHN và ΔACP có :

$ANH = APC = 90^0$ (cmt)

PAC chung ;

$\Rightarrow \Delta AHN \sim \Delta ACP(g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AN}{AP} \Rightarrow AH.AP = AN.AC \ (1)$

Xét ΔAFN và ΔACF có :

FAC chung ;

$AFN = ACF$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung NF).

$\Rightarrow \Delta AFN \sim \Delta ACF\ (g.g) \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AN}{AF} \Rightarrow AN.AC = AF^2 \ (2)$

Ta có $AF \perp OF\ (gt) \Rightarrow \Delta OAF$ vuông tại *F*.

Có $AE = AF$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) ; $OE = OF\ (= R) \Rightarrow OA$ là trung trực của *EF*.

$\Rightarrow OA \perp EF \Rightarrow FD$ là đường cao của tam giác vuông *OAF*.

$\Rightarrow AF^2 = AD.AO\ (3)$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow AH.AP = AD.AO \Rightarrow \frac{AH}{AO} = \frac{AD}{AP}$

Xét ΔAHD và ΔAOP có:

OAP chung;

$\frac{AH}{AO} = \frac{AD}{AP}\ (cmt)$;

$\Rightarrow \Delta AHD \sim \Delta AOP\ (c.g.c)$.

$\Rightarrow ADH = APO = 90^0 \Rightarrow HD \perp OA$

Từ đó ta có qua điểm *D* ta kẻ được $EF \perp OA$ (cmt) và $HD \perp OA \Rightarrow EF \equiv HD$.

Vậy ba điểm E, H, F thẳng hàng.

Câu V.

Cách giải :

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{81x^2 + 18225x + 1}{9x} - \frac{6\sqrt{x} + 8}{x + 1}$ **với** $x > 0$

Ta có:

$$P=\frac{81x^2+18225x+1}{9x}-\frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}$$

$$P=9x+2025+\frac{1}{9x}-\frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}$$

Ta chứng minh $\frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}\le 9\ \forall x>0$.

Giả sử :

$$\frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}\le 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}-\frac{9x+9}{x+1}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6\sqrt{x}+8-9x-9}{x+1}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9x+6\sqrt{x}-1}{x+1}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-\left(3\sqrt{x}-1\right)^2}{x+1}\le 0$$

Ta có $x>0\Leftrightarrow x+1>1;\ \left(3\sqrt{x}-1\right)^2\ge 0\Rightarrow \frac{-\left(3\sqrt{x}-1\right)^2}{x+1}\le 0\ \forall x>0$

$$\Rightarrow \frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}\le 9\ \forall x>0\Rightarrow -\frac{6\sqrt{x}+8}{x+1}\ge -9\forall x>0$$

$$\Rightarrow P\ge 2\sqrt{9x.\frac{1}{9x}}+2025-9$$

$$\Leftrightarrow P\ge 2018$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}9x=\frac{1}{9x}\\ 3\sqrt{x}-1=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}81x^2=1\\ \sqrt{x}=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1}{9}$.

Vậy $P_{\min}=2018\Leftrightarrow x=\frac{1}{9}$.