SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2019
Môn thi: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2 điểm):

1. Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9}-3\sqrt{4}.$

2. Rút gọn biểu thức: $\sqrt{\dfrac{28(a-2)^2}{7}}$, với $a>2.$

3. Tìm tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x-2.$

Câu 2 (2 điểm): Cho phương trình $x^2+2x+m-1=0,$ với m là tham số.

1. Giải phương trình với $m=1.$

2. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3-6x_1x_2=4\left(m-m^2\right).$

Câu 3 (2 điểm): Hai người thợ cùng làm một công việc trong 9 ngày thì làm xong. Mỗi ngày, lượng công việc của người thứ hai làm được nhiều gấp 3 lần lượng công việc của người thứ nhất. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người làm xong công việc đó trong bao nhiêu ngày?

Câu 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn $(O;\,R),$ hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là điểm thuộc cung nhỏ BC $(E\ne B,\,C),$ tiếp tuyến của đường tròn $(O;\,R)$ tại E cắt đường thẳng AB tại $I.$ Gọi F là giao điểm của DE và $AB,$ K là điểm thuộc đường thẳng IE sao cho KF vuông góc với $AB.$

a) Chứng minh tứ giác $OKEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh $\angle OKF=\angle ODF.$

c) Chứng minh $DE.DF=2R^2.$

d) Gọi M là giao điểm của OK với $CF,$ tính $\tan\angle MDC$ khi $\angle EIB=45^0.$

Câu 5 (0,5 điểm): Cho x,y,z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z\le 1.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{1}{x^2+y^2+z^2}+\dfrac{2019}{xy+yz+zx}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN – TỈNH QUẢNG NINH

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1:

Phương pháp:

1, 2. Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} \ \ khi \ \ A \ge 0 \\ -A\sqrt{B} \ \ khi \ \ A < 0 \end{cases}.$

3. Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số để tìm hoành độ giao điểm rồi thế vào 1 trong 2 công thức hàm số để tìm tung độ giao điểm rồi kết luận.

Cách giải:

1. Thực hiện phép tính: $2\sqrt{9} - 3\sqrt{4}.$

Ta có: $2\sqrt{9} - 3\sqrt{4} = 2\sqrt{3^2} - 3\sqrt{2^2} = 2.3 - 3.2 = 0.$

2. Rút gọn biểu thức: $\sqrt{\dfrac{28(a-2)^2}{7}}$, ***với*** $a > 2.$

$$\sqrt{\frac{28(a-2)^2}{7}} = \sqrt{4(a-2)^2} = \sqrt{\left[2(a-2)\right]^2} = |2(a-2)| = 2(a-2) = 2a-4. \ \left(do \ \ a > 2 \Rightarrow a-2 > 0\right).$$

Vậy với $a > 2$ thì $\sqrt{\dfrac{28(a-2)^2}{7}} = 2a - 4.$

3. Tìm tọa độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2$ ***và đồ thị hàm số*** $y = 3x - 2.$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số ta có:

$$\begin{aligned} & x^2 = 3x - 2 \\ \Leftrightarrow\ & x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x(x-2) - (x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-1) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 2^2 = 4 \Rightarrow A(2;\,4) \\ x = 1 \Rightarrow y = 1^2 = 1 \Rightarrow B(1;\,1) \end{array}\right. . \end{aligned}$$

Vậy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(2;\,4),\ B(1;\,1).$

Câu 2:

Phương pháp:

1. Thay $m = 1$ vào phương trình bài cho rồi giải phương trình bậc hai.

2) Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0.$

Áp dụng hệ thức Vi-ét và biến đổi biểu thức bài cho để tìm $m.$ Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận giá trị của $m.$

Cách giải:

1) Giải phương trình với $m=1$ **.**

Với $m=1$ ta có phương trình: $x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy với $m=1$ phương trình có tập nghiệm $S=\{-2;\,0\}$.

2) Tìm giá trị của m ***để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt*** x_1 ***và*** x_2 ***thỏa mãn*** $x_1^3+x_2^3-6x_1x_2=4(m-m^2)$

Phương trình: $x^2+2x+m-1=0$

Có: $\Delta'=1^2-(m-1)=2-m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và $x_2 \Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 2-m>0 \Leftrightarrow m<2$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=-2 \\ x_1x_2=m-1 \end{array}\right.$.

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned}
& x_1^3+x_2^3-6x_1x_2=4(m-m^2) \\
\Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)-6x_1x_2=4(m-m^2) \\
\Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]-6x_1x_2=4(m-m^2) \\
\Leftrightarrow\ & (-2)\left[(-2)^2-3(m-1)\right]-6(m-1)=4m-4m^2 \\
\Leftrightarrow\ & (-2)(7-3m)-6m+6=4m-4m^2 \\
\Leftrightarrow\ & -14+6m-6m+6-4m+4m^2=0 \\
\Leftrightarrow\ & m^2-m-2=0 \qquad (2)
\end{aligned}$$

Có $a=1;\ b=-1;\ c=-2 \Rightarrow a-b+c=0$. Khi đó phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là: $m_1=-1; m_2=2$

Kết hợp với điều kiện $m<2$ ta thấy $m=-1$ thỏa mãn.

Vậy $m=-1$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3:

Phương pháp:

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (ngày) $(x>0)$.

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (ngày) $(y>0)$.

Biểu diễn các đại lượng chưa biết thông qua ẩn $x,\ y$ và các đại lượng đã biết.

Dựa vào giả thiết để lập phương trình hoặc hệ phương trình. Giải phương trình hoặc hệ phương trình vừa lập được. Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (ngày) $(x>0)$.

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (ngày) $(y>0)$.

$\Rightarrow$ Mỗi ngày người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).

Mỗi ngày người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

Vì hai người cùng làm một công việc trong 9 ngày thì xong nên mỗi ngày hai người làm chung được $\frac{1}{9}$ công việc, do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{9}\,(1)$.

Lại có mỗi ngày, lượng công việc của người thứ hai làm được gấp ba lần lượng công việc của người thứ nhất nên ta có phương trình: $\frac{1}{y}=\frac{3}{x}\,(2)$.

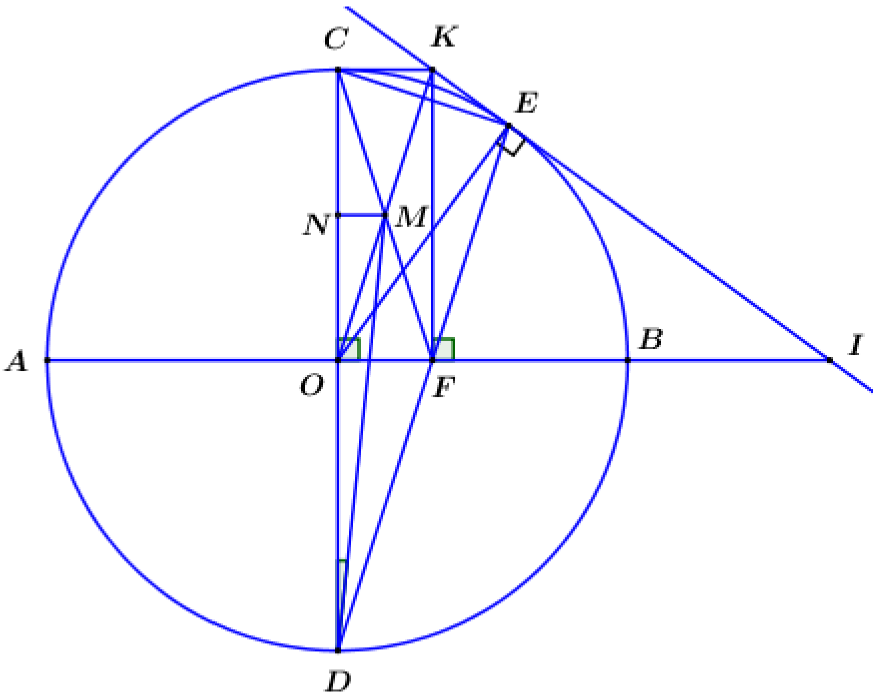
Từ (1), (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{9}\\ \frac{3}{x}=\frac{1}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{3}{x}=\frac{1}{9}\\ \frac{3}{x}=\frac{1}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{4}{x}=\frac{1}{9}\\ \frac{3}{x}=\frac{1}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=36\ \ (tm)\\ \frac{1}{y}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=36\,(tm)\\ y=12\ (tm)\end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 36 ngày và người thứ nhất làm một mình xong công việc hết 12 ngày.

Câu 4:

Cách giải:



a. Chứng minh tứ giác $OKEF$ ***nội tiếp.***

Do EK là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle OEK = 90^0$.

Lại có $\angle OFK = 90^0\ (gt) \Rightarrow$ Tứ giác $OKEF$ có 2 đỉnh E, F kề nhau cùng nhìn OK dưới góc 90^0.

$\Rightarrow E, F$ thuộc đường tròn đường kính OK hay tứ giác $OKEF$ nội tiếp.

b. Chứng minh $\angle OKF = \angle ODF$**.**

Tứ giác $OKEF$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle OKF = \angle OEF$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung OF).

Ta có $OE = OD\ (= R) \Rightarrow \Delta ODE$ cân tại $O \Rightarrow \angle OEF = \angle ODF$.

$\Rightarrow \angle OKF = \angle ODF\ (= \angle OKF)$.

c. Chứng minh $DE.DF = 2R^2$**.**

Nối CE. Ta có $\angle DEC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét tam giác DOF và tam giác DEC có :

$\angle CDE$ chung;

$\angle DOF = \angle DEC = 90^0$;

$\Rightarrow \Delta DOF \backsim \Delta DEC\ (g.g) \Rightarrow \dfrac{DO}{DE} = \dfrac{DF}{DC} \Rightarrow DE.DF = DO.DC = R.2R = 2R^2$.

d. Gọi M ***là giao điểm của*** OK ***với*** CF***, tính*** $\tan \angle MDC$ ***khi*** $\angle EIB = 45^0$**.**

Ta có AB là trung trực của CD. Mà $F \in AB \Rightarrow FC = FD \Rightarrow \Delta FCD$ cân tại $F \Rightarrow \angle ODF = \angle OCF$.

Mà $\angle OKF = \angle ODF$ (cmt) $\Rightarrow \angle OCF = \angle OKF \Rightarrow$ Tứ giác $OCKF$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau).

Mà tứ giác $OKEF$ nội tiếp đường tròn đường kính OK.

$\Rightarrow O, C, K, E, F$ cùng thuộc đường tròn đường kinh $OK \Rightarrow \angle OCK = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét tứ giác $OCKF$ có : $\angle OCK = \angle COF = \angle OFK = 90^0 \Rightarrow$ Tứ giác $OCKF$ là hình chữ nhật (Tứ giác có 3 góc vuông). Mà $M = OK \cap CF \Rightarrow$ M là trung điểm của OK, CF.

Gọi N là trung điểm của OC $\Rightarrow MN$ là đường trung bình của tam giác $OCF \Rightarrow MN = \dfrac{1}{2}OF$ và $MN // OF \Rightarrow MN \perp OC$.

Xét tam giác vuông OEI có : $\sin 45^0 = \dfrac{OE}{OI} \Rightarrow OI = \dfrac{OE}{\sin 45^0} = \dfrac{R}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = R\sqrt{2}$.

$OCKF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow KF = OC = R$.

Xét tam giác vuông IKF có $\angle EIB = \angle KIF = 45^0 \Rightarrow \Delta IKF$ vuông cân tại $F \Rightarrow IF = KF = R$.

$\Rightarrow OF = OI - IF = R\sqrt{2} - R = R\left(\sqrt{2} - 1\right)$.

$\Rightarrow MN = \frac{1}{2}OF = \frac{R\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}$.

Ta có: $DN = OD + ON = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$.

Xét tam giác vuông DMN ($MN \perp OC \Rightarrow MN \perp DN$) có:

$$\tan \angle MDN = \frac{MN}{DN} = \frac{\frac{R\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}}{\frac{3R}{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{3} = \tan \angle MDC$$

Vậy $\tan \angle MDC = \frac{\sqrt{2}-1}{3}$.

Câu 5: Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x+y+z \le 1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{x^2+y^2+z^2} + \frac{2019}{xy+yz+zx}.$$

Cách giải:

Ta chứng minh BĐT phụ : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \ge \frac{9}{x+y+z}$.

Áp dụng BĐT Cosi cho các số dương $\frac{1}{x};\frac{1}{y};\frac{1}{z}$ và $x;y;z$

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)(x+y+z) \ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{x}.\frac{1}{y}.\frac{1}{z}}.3\sqrt[3]{xyz} = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \ge \frac{9}{x+y+z}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z$.

Ta có:

$$P = \frac{1}{x^2+y^2+z^2} + \frac{2019}{xy+yz+zx}$$

$$P = \frac{1}{x^2+y^2+z^2} + \frac{1}{xy+yz+zx} + \frac{1}{xy+yz+zx} + \frac{2017}{xy+yz+zx}$$

$$P \ge \frac{9}{x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)} + \frac{2017}{xy+yz+zx}$$

$$P \ge \frac{9}{(x+y+z)^2} + \frac{2017}{xy+yz+zx}$$

Ta có:

$1\ge (x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+xz)\ge \dfrac{(x+y+z)^2}{3}+2(xy+yz+xz)$

$\Rightarrow 2(xy+yz+xz)\le \dfrac{2(x+y+z)^2}{3}\le \dfrac{2}{3}\Rightarrow xy+yz+xz\le \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{2017}{xy+yz+xz}\ge 2017.3=6051$

$x+y+z\le 1\Leftrightarrow (x+y+z)^2\le 1\Rightarrow \dfrac{9}{(x+y+z)^2}\ge 9$

$\Rightarrow \dfrac{9}{(x+y+z)^2}+\dfrac{2017}{xy+yz+xz}\ge 9+6051=6060$

$\Rightarrow P\ge \dfrac{9}{(x+y+z)^2}+\dfrac{2017}{xy+yz+xz}\ge 6060$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+z^2=xy+yz+zx \\ x+y+z=1 \\ xy+yz+zx=\dfrac{1}{3} \\ x,y,z>0 \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{1}{3}$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6060 khi $x=y=z=\dfrac{1}{3}$.