SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 – 2022

Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (2 điểm):

Cho biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2\sqrt{x}-7}{x-\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0,\ x\ne 4.$

a) Chứng minh: $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}.$

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=3-2\sqrt{2}.$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P.$

Câu 2 (2 điểm):

a) Giải phương trình: $x^2+3x-1=0.$

b) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $60m.$ Nếu giảm chiều dài đi $1m$ và tăng chiều rộng lên $1m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó.

Câu 3 (2 điểm):

Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+1,$ với m là tham số.

a) Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cùng đi qua điểm có hoành độ $x=2.$

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi $m.$

Gọi x_1, x_2 là các hoành độ giao điểm, tìm m để $x_2\left(x_1^2-1\right)=3.$

Câu 4 (3,5 điểm):

Cho ΔABC $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn tâm O đường kính BC cố định, điểm D bất kì thuộc cung nhỏ AC $(D\ne A, D\ne C).$ Tia BA cắt tia CD tại điểm $G.$ Điểm I là giao điểm của BD và $AC.$ Kẻ AE vuông góc với BC tại điểm $E,$ đường thẳng AE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $F.$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên $BD,$ K là giao điểm của BC và $DF.$ Chứng minh:

a) Tứ giác $AIDG$ nội tiếp đường tròn.

b) $BE.BC=BH.BI.$

c) Ba điểm G, I, K thẳng hàng.

d) Đường tròn ngoại tiếp ΔAKD luôn đi qua một điểm cố định khác A khi điểm D di động trên cung nhỏ $AC.$

Câu 5 (0,5 điểm):

Giải phương trình $x^2+6x+1-(2x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0.$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

a) Xác định mẫu thức chung, thực hiện quy đồng sau rút gọn được biểu thức P

b) Vận dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases} A\ khi\ A\ge 0 \\ -A\ khi\ -A<0 \end{cases}$, xác định được $\sqrt{x}$

Thay giá trị của $\sqrt{x}$ vào biểu thức P, tính được giá trị của biểu thức P.

c) Từ điều kiện $x\ge 0,\ x\ne 4$, nhận xét được mẫu thức của P từ đó suy ra giá trị lớn nhất của P

Cách giải:

a) Điều kiện: $x\ge 0,\ x\ne 4.$

$$\begin{aligned}
P&=\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2\sqrt{x}-7}{x-\sqrt{x}-2}\\
&=\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2\sqrt{x}-7}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\\
&=\frac{\sqrt{x}+1-2\left(\sqrt{x}-2\right)+2\sqrt{x}-7}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\\
&=\frac{\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+4+2\sqrt{x}-7}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\\
&=\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\\
&=\frac{1}{\sqrt{x}+1}.
\end{aligned}$$

Vậy với $x\ge 0,\ x\ne 4$ thì $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}.$

b) Điều kiện: $x\ge 0,\ x\ne 4.$

Ta có: $x=3-2\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ thỏa mãn điều kiện.

$$\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=\left|\sqrt{2}-1\right|=\sqrt{2}-1\ \left(do\ \sqrt{2}-1>0\right)$$

Thay $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$ vào biểu thức P ta được: $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1+1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Vậy với $x=3-2\sqrt{2}$ thì $P=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

c) Điều kiện: $x\ge 0,\ x\ne 4.$

Ta có: $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$.

Với $\forall x\ge 0,\ x\ne 4$ ta có: $\sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+1\ge 1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}\le 1\Rightarrow P\le 1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=1\Leftrightarrow \sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0\ (tm)$

Vậy với $x=0$ thì giá trị lớn nhất của P là 1.

Câu 2

Phương pháp:

a) Vận dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn, tìm nghiệm của phương trình.

b) Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là $x,\ y\ (m),\ (0<y<15<x)$.

+ Chu vi của mảnh vườn là $60m\Rightarrow$ Nửa chu vi của mảnh vườn, từ đó lập được phương trình (1)

+ Nếu giảm chiều dài đi $1m$ và tăng chiều rộng lên $1m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta lập phương trình (2)

+ Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình. Giải hệ phương trình, tìm nghiệm và kết luận.

Cách giải:

a) Phương trình $x^2+3x-1-0$ có: $\Delta=(-3)^2-4.(-1)=13>0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$ và $x_2=\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S=\left\{\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2};\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

b) Nửa chu vi của mảnh vườn đã cho là: $60:2=30\ (m)$.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là $x,\ y\ (m),\ (0<y<15<x)$.

$\Rightarrow x+y=30\ \ (1)$.

Nếu giảm chiều dài đi $1m$ và tăng chiều rộng lên $1m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình: $x-1=y+1\Leftrightarrow x-y=2\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=30\\x-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=32\\y=x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=16\ \ (tm)\\y=16-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=16\\y=14\ (tm)\end{cases}$

Vậy chiều dài mảnh vườn là $16\ m$ và chiều rộng mảnh vườn là $14m$.

Câu 3:

Phương pháp:

a) + Gọi $A(2;\ y_A)$ là điểm mà đường thẳng (d) và parabol (P) đều đi qua.

+ $A(2;y_A)\in(P)\Rightarrow y_A$

+ Thay $x=2$ và tung độ y_A vừa tìm được vào đường thẳng $d\Rightarrow$ tìm được m và kết luận.

b) + Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): phương trình (*) (là một phương trình bậc hai một ẩn x)

+ Đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt với mọi $m\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta>0,\forall m$

+ Gọi x_1,x_2 là các hoành độ giao điểm của (d) và (P) $\Rightarrow$ x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình $(*)$

$\Rightarrow x_1^2=mx_1+1$ (1)

+ Áp dụng hệ thức Vi – ét, tính được $x_1+x_2;x_1x_2$ theo tham số m (2)

+ Thay (1) và (2) vào hệ thức của đề bài, tìm được tham số m.

Cách giải:

a) Gọi $A(2;\,y_A)$ là điểm mà đường thẳng (d) và parabol (P) đều đi qua.

Khi đó ta có: $A(2;y_A)\in(P)\Rightarrow y_A=2^2=4\Rightarrow A(2;\,4)$.

Lại có: $A(2;\,4)\in(d)\Rightarrow 4=m.2+1\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$

Vậy $m=\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn bài toán.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2=mx+1\Leftrightarrow x^2-mx-1=0$ $(*)$

Phương trình $(*)$ có: $\Delta=m^2+4>0\ \forall m$

$\Rightarrow(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

$\Rightarrow(d)$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Gọi x_1,x_2 là các hoành độ giao điểm của (d) và (P) $\Rightarrow$ x_1,x_2 là các nghiệm của phương trình $(*)$

$\Rightarrow x_1^2=mx_1+1$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-1\end{cases}$.

Theo đề bài ta có: $x_2\left(x_1^2-1\right)=3$

$\Leftrightarrow x_2(mx_1+1-1)=3$
$\Leftrightarrow mx_1x_2=3$
$\Leftrightarrow -m=3$
$\Leftrightarrow m=-3.$

Vậy $m=-3$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4:

Phương pháp:

a) Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0 là tứ giác nội tiếp: chứng minh $\angle GAI + \angle GDI = 180^0 \Rightarrow AIDG$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh: $\angle BHE = \angle BCI$; ΔBHE” $\Delta BCI\ (g-g) \Rightarrow BE.BC = BH.BI$

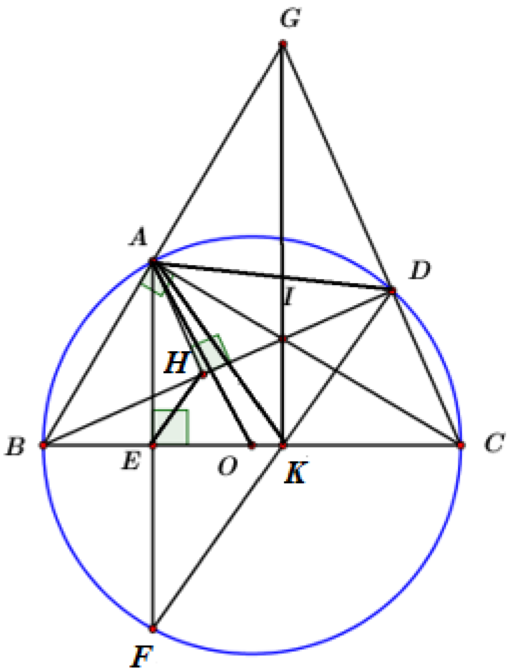
c) Chứng minh: $IK \perp BC$ và $GI \perp BC \Rightarrow G, I, K$ thẳng hàng.

d) Chứng minh: $\angle OAB = \angle CKD = \dfrac{1}{2}\, sd\ cung\ AC$

$\Rightarrow OKDA$ là tứ giác nội tiếp. (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔAKD đi qua điểm O cố định.

Cách giải:



a) Ta có: $\angle BAC, \angle BDC$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $(O) \Rightarrow \angle BAC = \angle BDC = 90^0$.

$\Rightarrow \angle GAI = \angle GDI = 90^0$

Xét tứ giác $AIDG$ ta có: $\angle GAI + \angle GDI = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow AIDG$ là tứ giác nội tiếp. (dhnb)

b) Xét tứ giác $ABEH$ ta có: $\angle AEB = \angle AHB = 90^0\ (gt)$

$\Rightarrow ABEH$ là tứ giác nội tiếp. (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \angle BHE = \angle BAE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BE)

Mà $\angle BAE = \angle BCA$ (hai góc cùng phụ $\angle ABC$)

$\Rightarrow \angle BHE = \angle BCA = \angle BCI$

Xét ΔBHE và ΔBCI có:

$\angle IBC$ chung

$\angle BHE = \angle BCI\ (cmt)$

$\Rightarrow \Delta BHE" \ \Delta BCI\ (g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{BE}{BI} = \dfrac{BH}{BC} \Rightarrow BE.BC = BH.BI\ \ (dpcm).$

c) Ta có: $BC \perp AF \Rightarrow cung\ AB = cung\ FB$ (đường kính vuông góc với một dây thì đi qua điểm ở chính giữa của cung căng dây đó).

$\Rightarrow \angle BDF = \angle BCA$ (hai góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau).

Hay $\angle IDK = \angle ICK$

$\Rightarrow CDJK$ là tức giác nội tiếp. (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \angle IKC + \angle IDC = 180^0$. Mà $\angle IDC = \angle BDC = 90^0\ \ (cmt)$

$\Rightarrow \angle IKC = 90^0 \Rightarrow IK \perp BC\ (1)$

Xét ΔGBC có $\begin{cases} AC \perp BG \\ BD \perp CG \\ AC \cap BD = \{I\} \end{cases}$

$\Rightarrow I$ là trực tâm $\Delta GBC\ \Rightarrow GI \perp BC\ (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow G, I, K$ thẳng hàng. (đpcm)

d) Ta có: $OA = \dfrac{1}{2}BC = OB$ (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

$\Rightarrow \Delta OAB$ cân tại $O\ \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA = \angle ABC = \dfrac{1}{2} sd\ cung\ AC\ \ (3)$

Lại có: $\angle CKD = \dfrac{1}{2}(sd\ cung\ CD + sd\ cng\ BF) = \dfrac{1}{2}(sd\ cung\ CD + sd\ cung\ AB)$

Vì $OH \perp BD\ (gt) \Rightarrow cung\ AB = cung\ AD$

$\Rightarrow \angle CKD = \dfrac{1}{2}(sd\ cung\ CD + sd\ cung\ AD) = \dfrac{1}{2} sd\ cung\ AC\ \ (4)$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \angle OAB = \angle CKD$

$\Rightarrow OKDA$ là tứ giác nội tiếp. (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔAKD đi qua điểm O cố định. (đpcm)

Câu 5:

Phương pháp:

+ Xác định điều kiện của phương trình, $\sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \ge 0$

+ Đặt $\begin{cases} a = 2x+1 \\ b = \sqrt{x^2+2x+3}\ (b \ge 0) \end{cases}$, biến đổi phương trình ban đầu theo a, b

+ Giải phương trình bậc hai ẩn b với tham số a, tìm được mối liên hệ của a,b

+ Với a,b ta tìm được nghiệm x, đối chiếu và kết luận.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x^2+2x+3\ge 0 \Leftrightarrow (x+1)^2+2\ge 0$ (luôn đúng).

Đặt $\begin{cases} a=2x+1 \\ b=\sqrt{x^2+2x+3}\ (b\ge 0) \end{cases}$ ta có $2a+b^2=4x+2+x^2+2x+3=x^2+6x+5$

$\Rightarrow x^2+6x+1=2a+b^2-4$.

Khi đó phương trình trở thành:

$$2a+b^2-4-ab=0 \Leftrightarrow b^2-ab+2a-4=0\ (*)$$

Coi (*) là phương trình bậc hai ẩn b với tham số a ta có

$$\Delta=a^2-4(2a-4)=a^2-8a+16=(a-4)^2\ge 0\ \forall a$$

Khi đó phương trình (*) có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l} b=\dfrac{a+a-4}{2}=a-2 \\ b=\dfrac{a-a+4}{2}=2\ (tm) \end{array}\right.$

+) TH1: $b=2 \Rightarrow \sqrt{x^2+2x+3}=2 \Leftrightarrow x^2+2x+3=4 \Leftrightarrow x^2+2x-1=0$

Ta có $\Delta'=1+1=2>0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=-1+\sqrt{2} \\ x=-1-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

+) TH2: $b=a-2\ge 0 \Leftrightarrow a\ge 2$.

Khi đó ta có $\sqrt{x^2+2x+3}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ x^2+2x+3=4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ 3x^2-6x-2=0\ (1) \end{cases}$

Ta có $\Delta'=3^2-3.(-2)=15>0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{15}}{3}\ (tm) \\ x=\dfrac{3-\sqrt{15}}{3}\ (ktm) \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{-1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2};\dfrac{3+\sqrt{15}}{3}\right\}$.