SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (1,0 điểm):

a) Cho biểu thức $A=\sqrt{16}-\sqrt{25}+\sqrt{4}$. So sánh A với $\sqrt{2}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=-5 \\ 2x+y=11 \end{cases}$.

Bài 2 (2,5 điểm):

1. Cho parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=x-2$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy

b) Viết phương trình đường thẳng (d') song song với (d) và tiếp xúc với (P).

2. Cho phương trình $x^2-4x+m=0$ (m là tham số)

a) Biết phương trình có một nghiệm bằng -1. Tính nghiệm còn lại.

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(3x_1+1)(3x_2+1)=4$

Bài 3 (2,0 điểm):

Một đội công nhân đặt kế hoạch sản xuất 250 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu, họ thực hiện đúng kế hoạch. Mỗi ngày sau đó, họ đều làm vượt mức 5 sản phẩm nên đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày đội công nhân đó làm được bao nhiêu sản phẩm? Biết rằng năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau?

Bài 4 (3,5 điểm):

Cho tam giác nhọn ΔABC $(AB<AC)$, đường cao AH, nội tiếp đường tròn (O). Gọi D và E thứ tự là hình chiếu vuông góc của H lên AB và AC.

a) Chứng minh các tứ giác $AEHD$ và $BDEC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ đường kính AF của đường tròn (O). Chứng minh $BC=\sqrt{AB.BD}+\sqrt{AC.CE}$ và $AF\perp DE$.

c) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBDE. Chứng minh O' là trung điểm của đoạn thẳng HF.

d) Tính bán kính của đường tròn (O') biết $BC=8cm$, $DE=6cm$, $AF=10cm$.

Bài 5 (1 điểm):

Cho hình vuông $ABCD$. Gọi S_1 là diện tích phần giao của hai nửa đường tròn đường kính AB và CD; S_2 là diện tích phần còn lại của hình vuông $ABCD$ nằm ngoài hai nửa hình tròn nói trên (*như hình vẽ bên*). Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1:

Phương pháp:

a) Rút gọn A, sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$.

b) Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế hoặc cộng đại số.

Cách giải:

a) Cho biểu thức $A = \sqrt{16} - \sqrt{25} + \sqrt{4}$***. So sánh*** A ***với*** $\sqrt{2}$***.***

$A = \sqrt{16} - \sqrt{25} + \sqrt{4} = \sqrt{4^2} - \sqrt{5^2} + \sqrt{2^2} = 4 - 5 + 2 = 1$

Ta có: $1 < 2 \Rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 < \sqrt{2}$.

Vậy $A < \sqrt{2}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=-5 \\ 2x+y=11 \end{cases}$.

$\begin{cases} x-y=-5 \\ 2x+y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=6 \\ x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=7 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(2;7)$.

Bài 2:

Phương pháp:

1. a) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số

b) Đường thẳng $(d): y=ax+b$ và đường thẳng $(d'): y=a'x+b'$ song song với nhau khi $\begin{cases} a=a' \\ b\neq b' \end{cases}$

Đường thẳng $(d): y=ax+b$ tiếp xúc với parabol $(P): y=px^2$ khi phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có nghiệm kép.

2. a) Thay $x=-1$ vào phương trình ta tìm được m. Giải phương trình với m tìm được ta tính được nghiệm còn lại.

b) Biến đổi để có tổng và tích hai nghiệm, sau đó sử dụng hệ thức Vi-ét.

Cách giải:

1. Cho parabol $(P): y=-x^2$ ***và đường thẳng*** $(d): y=x-2$

a) Vẽ (P) ***và*** (d) ***trên cùng một mặt phẳng tọa độ*** Oxy

Bảng giá trị của hàm số $y=-x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4

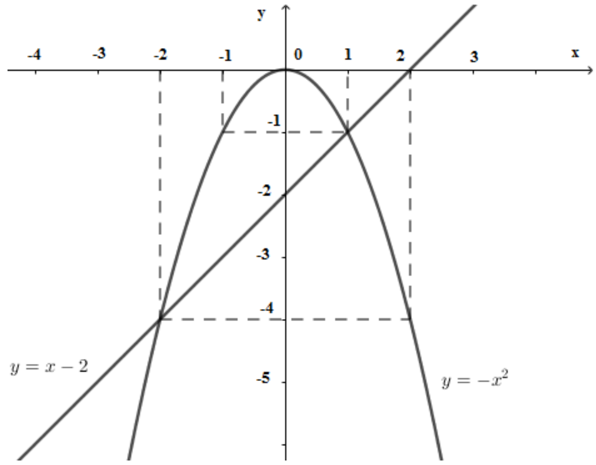
Vẽ đường cong qua các điểm có tọa độ $(-2;-4),(-1;-1),(0;0),(1;-1),(2;-4)$ ta được parabol $(P): y=-x^2$ và parabol nhận trục tung làm trục đối xứng.

Bảng giá trị của hàm số $y=x-2$

x	2	0
$y=x-2$	0	-2

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm có tọa độ $(2;0),(0;-2)$ ta được đường thẳng $(d): y=x-2$

Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy



b) Viết phương trình đường thẳng (d') ***song song với*** (d) ***và tiếp xúc với*** (P).

Gọi phương trình đường thẳng $(d'): y = ax + m$.

Vì $(d')//(d)$ nên $\begin{cases} a = 1 \\ m \neq -2 \end{cases}$ suy ra $(d'): y = x + m$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d') và parabol (P) ta có

$$-x^2 = x + m \Leftrightarrow x^2 + x + m = 0 \ (*)$$

Để đường thẳng (d') tiếp xúc với parabol (P) thì phương trình (*) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \ (luon\ dung) \\ 1 - 4m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{4} \ (tm)$$

Vậy phương trình đường thẳng $(d'): y = x + \frac{1}{4}$.

2. Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ ***(1) (***m ***là tham số)***

a) Biết phương trình có một nghiệm bằng -1. ***Tính nghiệm còn lại.***

Thay $x = -1$ vào phương trình **(1)** ta được $(-1)^2 - 4.(-1) + m = 0 \Leftrightarrow 5 + m = 0 \Leftrightarrow m = -5$

Thay $m = -5$ vào phương trình (1) ta có phương trình :

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 5x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+1) - 5(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 5 \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm còn lại là $x = 5$.

b) Xác định m ***để phương trình có hai nghiệm*** x_1, x_2 ***thỏa mãn*** $(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 4$

Xét phương trình (1) có $\Delta' = (-2)^2 - 1.m = 4 - m$

Để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \ (luon\ dung) \\ 4 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 4$

Khi đó, theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1.x_2 = m \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$(3x_1 + 1)(3x_2 + 1) = 4 \Leftrightarrow 9x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) + 1 = 4$$
$$\Leftrightarrow 9m + 3.4 - 3 = 0 \Leftrightarrow 9m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = -1\ (tm)$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Bài 3:

Phương pháp:

+) Gọi số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được theo kế hoạch là x (sản phẩm) $(x \in \mathbb{N}^*)$. Tính số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được thực tế.

+) Tính số ngày hoàn thành công việc theo kế hoạch và thực tế.

+) Dựa vào giả thiết "đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày", lập và giải phương trình.

+) Đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

Gọi số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được theo kế hoạch là x (sản phẩm) $(x \in \mathbb{N}^*)$.

Khi đó số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được thực tế là $x + 5$ (sản phẩm).

Số ngày làm hết 250 sản phẩm theo kế hoạch là $\dfrac{250}{x}$ (ngày).

Trong 4 ngày đầu đội công nhân làm được: $4x$ (sản phẩm).

Số sản phẩm cần làm thêm để hoàn thành kế hoạch là $250 - 4x$ (sản phẩm).

Số ngày làm xong $250 - 4x$ sản phẩm là $\dfrac{250 - 4x}{x + 5}$ (ngày).

Do đội đó hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày nên ta có phương trình :

$$\frac{250}{x}-1=4+\frac{250-4x}{x+5}\Leftrightarrow\frac{250}{x}-\frac{250-4x}{x+5}=5$$

$$\Leftrightarrow\frac{250(x+5)-x(250-4x)}{x(x+5)}=5$$

$$\Leftrightarrow 250x+1250-250x+4x^2=5x^2+25x$$

$$\Leftrightarrow x^2+25x-1250=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-25x+50x-1250=0$$

$$\Leftrightarrow x(x-25)+50(x-25)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-25)(x+50)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-25=0\\x+50=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=25\quad(tm)\\x=-50\ (ktm)\end{array}\right.$$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày đội công nhân làm được theo kế hoạch là ***25*** sản phẩm.

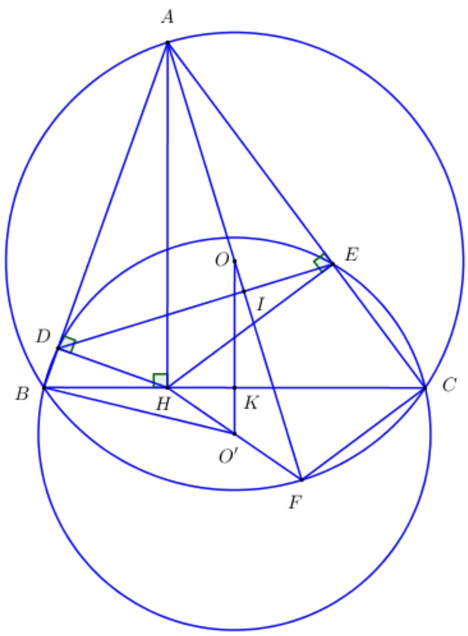
Bài 4:

Phương pháp:

a) Chứng minh tứ giác nội tiếp bằng các dấu hiệu nhận biết.

b) Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để chứng minh đẳng thức.

Cách giải:



a) Chứng minh các tứ giác $AEHD$ và $BDEC$ nội tiếp được đường tròn.

Xét tứ giác $AEHD$ ta có: $\left\{\begin{array}{l}\angle ADH=90^0\ (HD\perp AB)\\\angle AEH=90^0\ (HE\perp AC)\end{array}\right.\Rightarrow\angle ADH+\angle AEH=90^0+90^0=180^0$

Mà hai góc này là hai góc đối diện $\Rightarrow AEHD$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

Vì tứ giác $AEHD$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow\angle ADE=\angle AHE$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE).

Lại có $\angle AHE = \angle ACH = \angle ECB$ (cùng phụ với $\angle CHE$)

$\Rightarrow \angle ADE = \angle ECB$.

$\Rightarrow BDEC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong tại đỉnh đối diện). (đpcm)

b) Vẽ đường kính AF của đường tròn (O). Chứng minh $BC = \sqrt{AB.BD} + \sqrt{AC.CE}$ và $AF \perp DE$.

+) Áp dụng hệ thức lượng trong ΔAHC vuông tại H có đường cao HE ta có:

$$HC^2 = CE.AC \Leftrightarrow HC = \sqrt{CE.AC}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔAHB vuông tại H có đường cao HD ta có:

$$BH^2 = BD.BA \Leftrightarrow BH = \sqrt{BD.BA}.$$

Mà $BH + HC = BC \Leftrightarrow BC = \sqrt{AB.BD} + \sqrt{AC.CE}$ $(dpcm)$.

+) Chứng minh $AF \perp DE$:

Gọi $I = DE \cap AF$.

Tứ giác $BDEC$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AED = \angle ABC$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Mà $\angle ABC = \angle AFC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\Leftrightarrow \angle AED = \angle AFC$.

Ta có $\angle ACF = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \Delta ACF$ vuông tại C.

$\Leftrightarrow \angle CAF + \angle AFC = 90^0 \Rightarrow \angle EAI + \angle AED = 90^0$.

$\Rightarrow \Delta AIE$ vuông tại $I \Rightarrow AF \perp DE$.

c) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBDE. Chứng minh O' là trung điểm của đoạn thẳng HF.

Gọi K là trung điểm của BC $\Rightarrow O'K \perp BC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

Lại có $OK \perp BC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

$\Rightarrow O;\ O';\ K$ thẳng hàng $\Rightarrow OO' \perp BC$. Mà $AH \perp BC \Rightarrow OO'//BC$.

Xét tam giác AHF có:

O là trung điểm của AF;

$OO'//AH$ (cmt);

$\Rightarrow O'$ là trung điểm của HF (định lí đường trung bình của tam giác) (đpcm).

d) Tính bán kính của đường tròn (O') biết $BC = 8cm,\ DE = 6cm,\ AF = 10cm.$

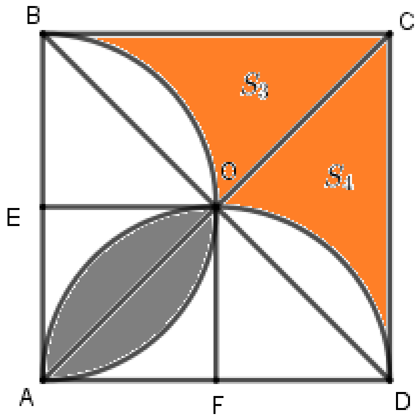
Bài 5:

Phương pháp:

Gọi O là tâm hình vuông.

Tính các diện tích S_1, S_2 bằng cách sử dụng mối quan hệ giữa diện tích các hình. Từ đó suy ra tỉ số.

Cách giải:



Gọi O là giao điểm của AC và BD, gọi E, F là trung điểm của AB và AD.

Suy ra $AC \perp BD$ tại O $\Rightarrow \angle AOB = \angle AOD = 90^0$

$\Rightarrow O$ nằm trên các đường tròn đường kính AB và đường tròn đường kính AD (cùng nhìn AB và AD dưới các góc vuông).

Không mất tính tổng quát, giả sử hình vuông có cạnh bằng 2 suy ra $AC = BD = 2\sqrt{2}$.

$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = \dfrac{AC}{2} = \sqrt{2}$.

Ta có OE là đường trung bình của tam giác $ABD \Rightarrow OE // AD \Rightarrow OE \perp AB$.

Xét tam giác EAO vuông tại E có $S_{EOA} = \dfrac{1}{2}EA.EO = \dfrac{1}{2}.1.1 = \dfrac{1}{2}$.

Diện tích hình quạt $S_{qEOA} = \dfrac{\pi EO^2.90}{360} = \dfrac{\pi}{4}$

$\Rightarrow$ Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây OA và cung OA trong hình tròn đường kính AB là

$$S_{vpOA} = S_{qEOA} - S_{\Delta EOA} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.$$

Tương tự, diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây OA và cung OA trong hình tròn đường kính AD là $S_{vpOA} = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}$.

Suy ra $S_1 = 2S_{vpOA} = 2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2} - 1$.

Diện tích tam giác BOC là $S_{\Delta BOC} = \dfrac{1}{2}OB.OC = \dfrac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2} = 1$.

CMTT: Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây OB và cung OB là $S_{vpOB} = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{1}{2}$

Diện tích phần còn lại giới hạn tam giác OBC và hình viên phân giới hạn bởi dây OB và cung OB là $S_3 = S_{\Delta OBC} - S_{vpOB} = 1 - \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{\pi}{4}$.

Tương tự, diện tích phần còn lại giới hạn tam giác ODC và hình viên phân giới hạn bởi dây OD và cung OD là $S_4 = S_{\Delta ODC} - S_{vpOD} = 1 - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}$

Suy ra $S_2 = S_3 + S_4 = 2\left(\frac{3}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 3 - \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{3 - \frac{\pi}{2}} = \frac{\pi - 2}{2} : \frac{6 - \pi}{2} = \frac{\pi - 2}{6 - \pi}.$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi - 2}{6 - \pi}$.