

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3})$.

c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.

b) Cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ và có hệ số góc bằng -3 .

Câu 3 (1 điểm) Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm được ra bao nhiêu chiếc nón lá? Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Câu 4 (2 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32$.

Câu 5 (3,0 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là điểm bất kì trên cạnh AC (M không trùng A và C). Một đường thẳng đi qua M cắt cạnh BC tại I và cắt đường thẳng AB tại N sao cho I là trung điểm của MN. Đường phân giác trong của góc BAC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng A). Chứng minh rằng:

a) $DN = DM$ và $DI \perp MN$

b) Tứ giác BNDI nội tiếp

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định (khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC.

Bài 6 (1,0 điểm) Cho hình chữ nhật ABCD với $AB = 2a$, $BC = a$. Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB một vòng ta được hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1:**Phương pháp:**+) Biểu thức $A = \sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$.+) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0 \end{cases}$.

+) Quy đồng mẫu thức các phân số sau đó biến đổi và rút gọn của biểu thức.

Cách giải:**a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x-1}$ có nghĩa.** A có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.Vậy biểu thức A có nghĩa khi $x \geq \frac{1}{2}$.**b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3})$.**

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{3}(\sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3}) \\ &= \sqrt{3}(3\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 9. \end{aligned}$$

c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1} \\ &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \\ &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{a}-1} \\ &= \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-1} \cdot (\sqrt{a}-1) \\ &= \sqrt{a}-1. \end{aligned}$$

Vậy $C = \sqrt{a}-1$.**Câu 2:**

Phương pháp:

+) Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$), đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn t từ đó tìm ẩn x .

+) Đường thẳng có hệ số góc bằng -3 từ đó ta tìm được m . Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$, ta thay tọa độ điểm A vào công thức hàm số của đường thẳng d để tìm n .

Cách giải:

a) Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$). Khi đó ta có phương trình:

$$t^2 + 3t - 4 = 0. (*)$$

Có $a = 1, b = 3, c = -4 \Rightarrow a + b + c = 1 + 3 - 4 = 0$.

$$\Rightarrow \text{phương trình } (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt: } \begin{cases} t_1 = 1 & (tm) \\ t_2 = -4 & (ktm) \end{cases} \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x = -1$ và $x = 1$.

b) Cho đường thẳng $d: y = (m-1)x + n$. Tìm các giá trị của m và n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -1)$ và có hệ số góc bằng -3 .

Đường thẳng d có hệ số góc bằng $-3 \Rightarrow m-1 = -3 \Leftrightarrow m = -2$.

$$\Rightarrow d: y = -3x + n.$$

Đường thẳng d đi qua $A(1; -1)$ nên ta có: $-1 = -3 \cdot 1 + n \Leftrightarrow n = 2$.

Vậy $m = -2$ và $n = 2$ thỏa mãn bài toán.

Câu 3:**Phương pháp:**

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

+) Gọi ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.

+) Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và đại lượng đã biết.

+) Dựa vào giả thiết của bài toán để lập phương trình hoặc hệ phương trình.

+) Giải phương trình hoặc hệ phương trình vừa lập để tìm ẩn và đối chiếu với điều kiện của ẩn rồi kết luận.

Cách giải:

Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm được ra bao nhiêu chiếc nón lá? Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc.

Gọi số chiếc nón lá mỗi ngày cơ sở đó làm được là x (chiếc) ($x \in N^*$).

Số ngày cơ sở đó dự kiến làm hết 300 chiếc nón lá là: $\frac{300}{x}$ (ngày).

Sau khi làm tăng thêm 5 chiếc nón lá một ngày thì thời gian cơ sở đó làm hết 300 chiếc nón lá là: $\frac{300}{x+5}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3$

$$\Leftrightarrow 300(x+5) - 300x = 3x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 100x + 500 - 100x = x^2 + 5x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-20)(x+25) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-20=0 \\ x+25=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \text{ (tm)} \\ x=-25 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy theo dự kiến, mỗi ngày cơ sở đó làm được 20 chiếc nón lá.

Câu 4:

Phương pháp:

a) Thay giá trị $m = -1$ vào phương trình (1) sau đó giải phương trình (1).

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$.

c) Áp dụng hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$ và hệ thức bài cho để tìm m .

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.

Thay giá trị $m = -1$ vào phương trình ta được:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy với $m = -1$ thì phương trình có tập nghiệm $S = \{0; 2\}$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - m^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy với $m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32.$$

Với $m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } (x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2) = 32$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 32$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 (x_1 + x_2) = 32$$

$$\Leftrightarrow [(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] (x_1 + x_2) = 32$$

$$\Leftrightarrow [(-2m)^2 - 4(m^2 + m)](-2m) = 32$$

$$\Leftrightarrow (4m^2 - 4m^2 - 4m).m = -16$$

$$\Leftrightarrow -4m^2 = -16$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 & (k\text{tm}) \\ m = -2 & (tm) \end{cases}$$

Vậy $m = -2$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 5.

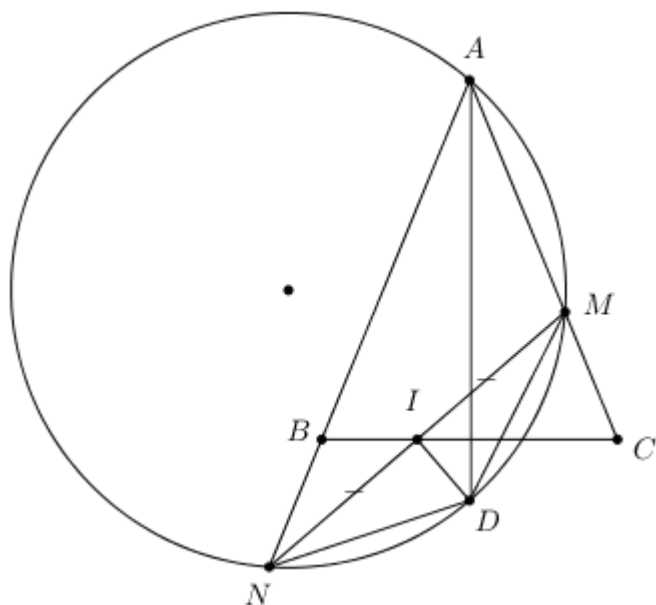
Phương pháp:

a) Chứng minh số cung DN = số cung DM.

b) Chứng minh tứ giác BNDI có tổng hai góc đối bằng 180° .

c) Dựa vào các điểm cố định và điều kiện I là trung điểm của MN.

Cách giải:



a) $DN = DM$ và $DI \perp MN$

Ta có $\widehat{NAD} = \widehat{MAD}$ (gt) (Do AD là tia phân giác của góc MAN)

Nên số cung $\widehat{DN} = \widehat{DM}$ (hai góc nội tiếp bằng nhau thì chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow DN = DM$ (hai dây căng hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

$\Rightarrow \triangle DMN$ cân tại D \Rightarrow Trung tuyến DI đồng thời là đường cao $\Rightarrow DI \perp MN$.

b) Tứ giác BNDI nội tiếp

Ta có $\widehat{DNM} = \widehat{DAM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DM).

Mà $\widehat{DAM} = \widehat{DAN}$ (gt) $\Rightarrow \widehat{DNM} = \widehat{DAN}$

$\Rightarrow 90^\circ - \widehat{DNM} = 90^\circ - \widehat{DAN} \Leftrightarrow \widehat{NDI} = \widehat{ABC}$ (Do tam giác ABC cân tại A nên phân giác AD đồng thời là đường cao, tức là: $AD \perp BC$)

Mà $\widehat{ABC} + \widehat{IBN} = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow \widehat{NDI} + \widehat{IBN} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác BNDI nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°).

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua một điểm cố định (khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC.

Bài 6.

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h$ trong đó R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ.

Cách giải:

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB ta được khối trụ có chiều cao $h_1 = AB = 2a$ và bán kính đáy $R_1 = BC = a$.

$$\Rightarrow V_1 = \pi R_1^2 h_1 = \pi BC^2 \cdot AB = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$$

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh BC ta được khối trụ có chiều cao $h_2 = BC = a$ và bán kính đáy $R_2 = AB = 2a$.

$$\Rightarrow V_2 = \pi R_2^2 h_2 = \pi AB^2 \cdot BC = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{2\pi a^3}{4\pi a^3} = \frac{1}{2}.$$