

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI NGUYÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: Chứng minh $A = \sqrt{2\sqrt{5}+6} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + 2018$ là một số nguyên.

Câu 2: Rút gọn biểu thức $P = \frac{a-1}{\sqrt{b}-1} \sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}}$ với $a < 1$ và $b > 1$.

Câu 3: Tìm các giá trị của $m \neq \frac{1}{2}$ để hàm số $y = (2m-1)x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x=0$.

Câu 5: Một địa phương cấy 10ha giống lúa loại I và 8ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:

+ Tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn;

+ Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ha) của mỗi loại giống lúa.

Câu 6: Cho phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2 = 2020$.

Câu 7: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 10\text{cm}$; $AH = 6\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AC, BC của tam giác ABC .

Câu 8: Cho đường tròn (O) . Đường thẳng d tiếp xúc với (O) tại A . Trên d lấy một điểm B ($B \neq A$), vẽ đường tròn (B, BA) cắt đường tròn (O) tại điểm C ($C \neq A$). Chứng minh BC là tiếp tuyến của (O) .

Câu 9: Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các cung nhỏ AC và AB sao cho BP vuông góc với AC, CQ vuông góc với AB . Gọi I, J lần lượt là giao điểm của PQ với AB và AC . Chứng minh $IJ.AC = AI.CB$.

Câu 10: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC đến đường tròn (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC .

a) Chứng minh $OB^2 = OH.OA$

b) EF là một dây cung của (O) đi qua H sao cho A, E, F không thẳng hàng.

Chứng minh bốn điểm A, E, O, F nằm trên cùng một đường tròn.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Phương pháp:

Rút gọn A , sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$.

Cách giải:

Ta có :

$$A = \sqrt{2\sqrt{5} + 6} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} + 2018$$

$$A = \sqrt{1^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot 1 + (\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} + 2018$$

$$A = \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} - |\sqrt{5} - 1| + 2018$$

$$A = |1 + \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - 1| + 2018$$

$$A = 1 + \sqrt{5} - \sqrt{5} + 1 + 2018 \quad (\text{Do } 1 + \sqrt{5} > 0; \sqrt{5} - 1 > 0)$$

$$A = 2020$$

$$\Rightarrow A \in \mathbb{Z}$$

Vậy A là một số nguyên.

Câu 2

Phương pháp:

+) Sử dụng hằng đẳng thức.

+) Xét dấu, phá trị tuyệt đối và rút gọn.

Cách giải:

Với $a < 1$ và $b > 1$ ta có:

$$P = \frac{a-1}{\sqrt{b-1}} \sqrt{\frac{b-2\sqrt{b}+1}{a^2-2a+1}} = \frac{a-1}{\sqrt{b-1}} \sqrt{\frac{(\sqrt{b}-1)^2}{(a-1)^2}} = \frac{a-1}{\sqrt{b-1}} \cdot \frac{|\sqrt{b}-1|}{|a-1|}$$

$$\text{Do } \begin{cases} a < 1 \Rightarrow a-1 < 0 \\ b > 1 \Rightarrow \sqrt{b} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{b}-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} < 0 \Leftrightarrow \left| \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} \right| = -\frac{\sqrt{b}-1}{a-1}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{a-1}{\sqrt{b-1}} \cdot \frac{\sqrt{b}-1}{a-1} = -1$$

Câu 3

Phương pháp:

Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x=0$ khi $a < 0$.

Cách giải:

Ta thấy hàm số $y = (2m-1)x^2$ ($m \neq \frac{1}{2}$) đạt giá trị lớn nhất bằng 0 tại $x=0$

$$\Leftrightarrow 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

Vậy $m < \frac{1}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Câu 4 : Cho hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$. Xác định các hệ số a, b biết đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x + 2019$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020.

Câu 4

Phương pháp:

Đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x + 2019$ suy ra $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 2019 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020, suy ra tọa độ giao điểm $A(0; 2020)$
Thay tọa độ giao điểm vào $y = 2x + b$ ta tìm được b .

Cách giải :

Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 2x + 2019$ nên $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 2019 \end{cases}$.

$$\Rightarrow y = ax + b \Leftrightarrow y = 2x + b \quad (b \neq 2019)$$

Mà đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2020 \Rightarrow đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2020)$

$$\Rightarrow 2020 = 2 \cdot 0 + b$$

$$\Rightarrow b = 2020 \quad (tm)$$

Vậy $a = 2; b = 2020$.

Câu 5

Phương pháp:

- Bước 1: Gọi ẩn và đặt điều kiện cho ẩn.
- Bước 2: Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Bước 3: Lập hệ phương trình.
- Bước 4: Giải hệ phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

Gọi sản lượng lúa của loại I và II trên mỗi ha lần lượt là x và y (tấn/ha). Điều kiện: $x, y > 0$.

10ha giống lúa loại I thu về sản lượng $10x$ tấn; 8ha giống lúa loại II thu về sản lượng $8y$ tấn

Tổng sản lượng thu về là 139 tấn nên ta có phương trình: $10x + 8y = 139$ (1).

4ha giống lúa loại I thu về sản lượng $4x$ tấn; 3ha giống lúa loại II thu về sản lượng $3y$ tấn.

Sản lượng thu về từ 4ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3ha giống lúa loại II là 6 tấn nên ta có phương trình: $4x - 3y = 6$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases}$$

Giải hệ:
$$\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20x + 16y = 278 \\ 20x - 15y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 31y = 248 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 7,5 \end{cases} (TM)$$

Vậy năng suất lúa trung bình của giống lúa loại I là 7,5 tấn/ha; năng suất lúa trung bình của giống lúa loại II là 8 tấn/ha.

Câu 6

Phương pháp:

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases}$

Biến đổi để xuất hiện tổng và tích hai nghiệm rồi sử dụng hệ thức Vi-et.

Cách giải:

Phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (*) có $\Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot (m + 1) = 3 - m$

Để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ 3 - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 3$

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 x_2 &= 2020 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 12x_1 x_2 &= 2020 \\ \Leftrightarrow 4^2 - 12(m + 1) &= 2020 \\ \Leftrightarrow 12m &= -2016 \\ \Leftrightarrow m &= -168 (tm) \end{aligned}$$

Vậy $m = -168$ là giá trị cần tìm.

Câu 7:

Phương pháp:

- + Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông. Tính BH
- + Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác. Tính BC
- + Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác ABC. Tính AC.

Cách giải:

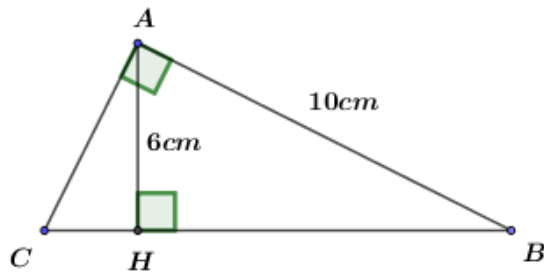
Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác ABH vuông tại H . Ta có:

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$\Rightarrow BH^2 = AB^2 - AH^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\Rightarrow BH^2 = 8^2$$

$$\Rightarrow BH = 8(\text{cm})$$



Trong tam giác vuông ABC vuông tại A có AH là đường cao

$$\Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{10^2}{8} = \frac{100}{8} = 12,5(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác vuông ABC ta có:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 12,5^2 - 10^2 = 56,25$$

$$\Rightarrow AC = 7,5(\text{cm}).$$

Vậy: $AC = 7,5(\text{cm}); BC = 12,5(\text{cm}).$

Câu 8

Phương pháp:

Chứng minh $\Delta OAB = \Delta OCB$ (c.c.c) và suy ra điều phải chứng minh.

Cách giải:

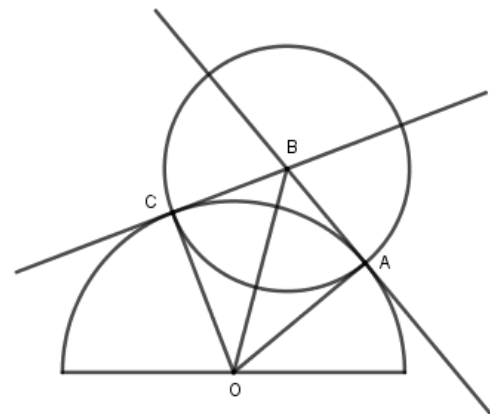
d là tiếp tuyến với (O) tại $A \Rightarrow OA \perp d \Rightarrow \angle OAB = 90^\circ$

$$C = (O) \cap (B, BA) \Rightarrow \begin{cases} BC = BA \\ OC = OA \end{cases} \text{ (cùng là các bán kính).}$$

Xét tam giác OAB và OCB có:

$$\left. \begin{array}{l} BC = BA \\ OC = OA \\ OB \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta OAB = \Delta OCB \text{ (c-c-c)} \Rightarrow \angle OCB = \angle OAB = 90^\circ$$

$\Rightarrow OC \perp BC$ hay BC là tiếp tuyến của đường tròn (O) (đpcm).



Câu 9

Phương pháp:

+ Góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn

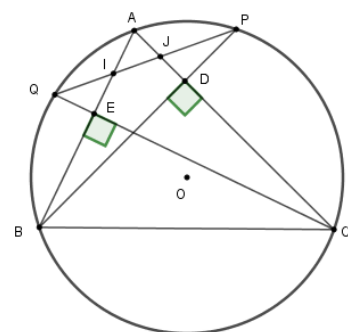
+ Góc nội tiếp có số đo bằng nửa số đo cung bị chắn.

+ Chứng minh hai tam giác AIJ và tam giác ACB đồng dạng để suy ra hệ thức cần chứng minh.

Cách giải:

Gọi $BP \cap AC = \{D\}; AB \cap CQ = \{E\}$.

Xét đường tròn (O) ta có:



$$\angle BDC = \frac{1}{2} (sd \text{ cung } BC + sd \text{ AP})$$

$$\angle BEC = \frac{1}{2} (sd \text{ cung } BC + sd \text{ AQ}) \quad (1) \quad (\text{góc có đỉnh bên trong đường tròn})$$

Mà theo giả thiết thì $BD \perp AC$ tại D , $CQ \perp AB$ tại $E \Rightarrow \angle BDC = \angle BEC = 90^\circ \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra: $sd \text{ cung } AP = sd \text{ cung } AQ \quad (3)$.

$$\text{Ta lại có: } \angle AIJ = \frac{1}{2} (sd \text{ cung } BQ + sd \text{ cung } AP) \quad (4) \quad (\text{góc có đỉnh bên trong đường tròn})$$

$$\text{Và } \angle ACB = \frac{1}{2} sd \text{ cung } AB = \frac{1}{2} (sd \text{ cung } BQ + sd \text{ cung } AQ) \quad (5) \quad (\text{góc nội tiếp chắn cung } AB)$$

Từ (3), (4), (5) suy ra $\angle ACB = \angle AIJ$

Xét $\triangle AIJ$ và $\triangle ACB$ có:

$\angle A$ chung

$$\angle ACB = \angle AIJ \quad (\text{cmt})$$

$$\Rightarrow \triangle AIJ \sim \triangle ACB \quad (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{IJ}{BC} \Leftrightarrow AI \cdot BC = IJ \cdot AC \quad (\text{dpcm}).$$

Câu 10:

Phương pháp:

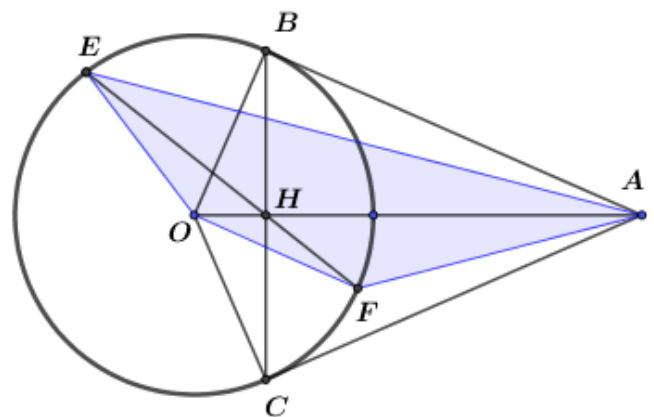
- a) Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OBA .
 - b) Chứng minh hai tam giác OHF và OFA đồng dạng suy ra các góc tương ứng bằng nhau.
- Từ đó sử dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp để chứng minh tứ giác $OEAF$ nội tiếp.

Cách giải:

- a) Vì AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) , B là tiếp điểm.
 $\Rightarrow AB \perp OB$
 $\Rightarrow \triangle OBA$ vuông tại B .
 Lại có: $OB = OC \Rightarrow O$ nằm trên trung trực của BC .
 $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow A$ nằm trên trung trực của BC .
 Do đó AO là trung trực của BC hay $AO \perp BC$ tại H
 $\Rightarrow BH \perp OA$
 $\Rightarrow OB^2 = OH \cdot OA$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông OBA)
 Vậy: $OB^2 = OH \cdot OA$ (đpcm).

b) Theo câu a) $OB^2 = OH \cdot OA \Rightarrow \frac{OB}{OH} = \frac{OA}{OB}$

Mà $OB = OF$ (cùng bằng bán kính) $\Rightarrow \frac{OF}{OH} = \frac{OA}{OF}$



Xét $\triangle OHF$ và $\triangle OFA$ có:

$\angle O$ chung

$$\frac{OF}{OH} = \frac{OA}{OF} \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow \triangle OHF \sim \triangle OFA$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle OAF = \angle OFH = \angle OFE$ (1) (góc tương ứng)

Mà tam giác OEF cân tại $O \Rightarrow \angle OEF = \angle OFE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle OEF = \angle OAF (= \angle OFE)$

Xét tứ giác $AEOF$ có $\angle OEF = \angle OAF$ (cmt) \Rightarrow tứ giác $AEOF$ nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh các góc bằng nhau)

Hay bốn điểm A, O, E, F cùng thuộc một đường tròn (đpcm).