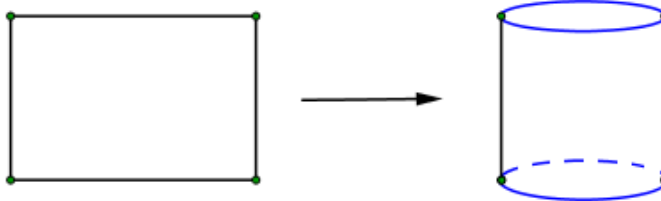


Câu 10: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều dài bằng $2m$, chiều rộng bằng $1m$ gò thành mặt xung quanh của một hình trụ có chiều cao $1m$, (hai cạnh chiều rộng của hình chữ nhật sau khi gò trùng khít nhau). Thể tích của hình trụ đó bằng:



A. $\frac{1}{\pi} m^3$

B. $\frac{1}{2\pi} m^3$

C. $2\pi m^3$

D. $4\pi m^3$

PHẦN II: TỰ LUẬN (7,5 ĐIỂM)

Câu 1 (1,5 điểm)

Lớp 9A và lớp 9B của một trường THCS dự định làm 90 chiếc đèn ông sao để tặng các em thiếu nhi nhân dịp Tết Trung Thu. Nếu lớp 9A làm trong 2 ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn; nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn. Biết rằng số đèn từng lớp làm được trong mỗi ngày là như nhau. Hỏi nếu cả hai lớp cùng làm thì hết bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đã dự định.

Câu 2 (2 điểm):

Cho phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $(x_1 + 6)(x_2 + 6) = 2019$.

Câu 3 (3 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AD ($D \in BC$). Gọi I là trung điểm của AC , kẻ AH vuông góc với BI tại H .

- Chứng minh tứ giác $ABDH$ nội tiếp. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDH$.
- Chứng minh tam giác BDH đồng dạng với tam giác BIC .
- Chứng minh $AB \cdot HD = AH \cdot BD = \frac{1}{2} AD \cdot BH$

Câu 4 (1 điểm):

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y-1} = 4 \\ \frac{x+2}{x+1} + \frac{y-2}{y-1} = y-x \end{cases}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 ĐIỂM)

1. D	2. C	3. B	4. A	5. C
6. A	7. B	8. D	9. C	10. A

Câu 1- Ôn tập chương 1: Căn bậc hai. Căn bậc ba**Phương pháp:**

Biểu thức $\sqrt{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$.

Giải phương trình $\sqrt{x} = a \Leftrightarrow x = a^2$ ($a \geq 0$).

Cách giải:

Điều kiện: $x \geq 0$.

$$\sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 4^2 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (tm)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 16$.

Chọn D.**Câu 2 - Hàm số bậc nhất****Phương pháp:**

Hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 0$ và nghịch biến trên \mathbb{R} khi $a < 0$.

Cách giải:

Trong các đáp án, chỉ có đáp án C có hàm số $y = 2x + 1$ có $a = 2 > 0$ nên hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

Chọn C.**Câu 3 - Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$)****Phương pháp:**

Đường thẳng $d: y = ax + b$ đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = ax_0 + b$.

Cách giải:

+) Xét điểm $M(3; -5)$ ta có: $3 \cdot 3 - 5 = 4 \neq -5 \Rightarrow M \notin d: y = 3x - 5$.

+) Xét điểm $N(1; -2)$ ta có: $3 \cdot 1 - 5 = -2 \Rightarrow N \in d: y = 3x - 5$.

Chọn B.**Câu 4 - Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế****Phương pháp:**

Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế.

Cách giải:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 3x + 2(1 - 2x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 3x + 2 - 4x = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ -x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2 \cdot (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-2; 5)$.

Chọn A.

Câu 5 - Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

Phương pháp:

Thay $x = -2$ vào hàm số đã cho để tìm $y(-2)$.

Cách giải:

$$\text{Thay } x = -2 \text{ ta được: } y(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = 2.$$

Chọn C.

Câu 6 - Ôn tập tổng hợp chương 2, 3, 4 - Đại số

Phương pháp:

Xét phương trình hoành độ giao điểm (*) của hai đồ thị hàm số.

Giải phương trình hoành độ (*) để tìm hoành độ các giao điểm và tính biểu thức đề bài yêu cầu.

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -3x + 4$ và parabol $(P): y = x^2$ là:

$$x^2 = -3x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) + 4(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-4 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } x_1 < x_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot (-4) + 3 \cdot 1 = -5.$$

Chọn A.

Câu 7 - Tỷ số lượng giác của góc nhọn

Phương pháp:

Áp dụng các công thức tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông: $\tan = \text{cạnh đối} / \text{cạnh kề}$.

Cách giải:

Xét tam giác ABC vuông tại A ta có: $\tan C = \frac{AB}{AC}$.

Chọn B.

Câu 8 - Góc nội tiếp

Phương pháp:

Góc nội tiếp có số đo bằng nửa số đo cung bị chắn.

Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo là 90° .

Cách giải:

Ta có: $\angle DBC = 55^\circ$ là góc nội tiếp chắn cung $DC \Rightarrow DC = 2.55 = 110^\circ$.

Vì AC là đường kính của đường tròn $\Rightarrow AC = 180^\circ$.

$\Rightarrow AD = AC - DC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

Ta có: $\angle ACD$ là góc nội tiếp chắn cung nhỏ AD .

$\Rightarrow \angle ACD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}.70^\circ = 35^\circ$.

Chọn D.

Câu 9 - Đường tròn

Phương pháp:

Tam giác vuông nội tiếp đường tròn có đường kính là cạnh huyền và tâm là trung điểm của cạnh huyền.

Cách giải:

Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại A và có $AB = a \Rightarrow BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

$\triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow \triangle ABC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC

\Rightarrow Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là: $R = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn C.

Câu 10 - Hình trụ - Diện tích xung quanh và thể tích của Hình trụ

Phương pháp:

Thể tích hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là: $V = \pi R^2 h$.

Cách giải:

Ta gò tấm tôn hình chữ nhật đã cho thành hình trụ như đề bài ta được hình trụ có chiều cao $h = 1m$ và chu vi đáy của hình trụ là: $C = 2\pi R = 2m$.

$$\Rightarrow R = \frac{2}{2\pi} = \frac{1}{\pi} m.$$

$$\text{Vậy thể tích của hình trụ là: } V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 \cdot 1 = \frac{1}{\pi} m^3.$$

Chọn A.

PHẦN II: TỰ LUẬN (7,5 ĐIỂM)

Câu 1 - Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Phương pháp:

Bước 1: Lập phương trình

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình

Bước 3: Trả lời

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

Cách giải:

Gọi số đèn lồng lớp 9A làm được trong 1 ngày là x (chiếc đèn) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 90$).

Số đèn lồng lớp 9B làm được trong 1 ngày là y (chiếc đèn) ($y \in \mathbb{N}^*, y < 90$).

Nếu lớp 9A làm trong 2 ngày và lớp 9B làm trong 1 ngày thì được 23 chiếc đèn nên ta có phương trình:
 $2x + y = 23$ (1)

Nếu lớp 9A làm trong 1 ngày và lớp 9B làm trong 2 ngày thì được 22 chiếc đèn nên ta có phương trình:
 $x + 2y = 22$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y = 23 \\ x + 2y = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 23 \\ 2x + 4y = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 21 \\ x = 22 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = 22 - 2 \cdot 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \text{ (tm)} \\ y = 7 \text{ (tm)} \end{cases}$$

\Rightarrow Trong 1 ngày, cả hai lớp làm được số đèn là: $8 + 7 = 15$ chiếc đèn.

Như vậy cả 2 lớp cùng làm hết 90 chiếc đèn xong trong số ngày là: $90 : 15 = 6$ (ngày).

Câu 2 - Ôn tập chương 4: Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) - Phương trình bậc hai một ẩn

Phương pháp:

- Thay $m = 2$ vào phương trình rồi giải phương trình bậc hai một ẩn.
- Phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \Leftrightarrow \Delta > 0 \forall m$.
- Áp dụng hệ thức Vi-et và hệ thức bài toán để tìm m rồi kết luận.

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 2$.

Thay $m = 2$ vào phương trình ta được:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-3) + (x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}.$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có tập nghiệm: $S = \{-1; 3\}$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

$$\text{Ta có: } \Delta = m^2 - 4 \cdot (-3) = m^2 + 12 > 0 \forall m.$$

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $(x_1 + 6)(x_2 + 6) = 2019$.

Theo câu b), phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } (x_1 + 6)(x_2 + 6) = 2019$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 6x_1 + 6x_2 + 36 = 2019$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 6(x_1 + x_2) - 1983 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3 + 6m - 1983 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6m = 1986$$

$$\Leftrightarrow m = 331.$$

Vậy $m = 331$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 3 - Ôn tập tổng hợp chương 1, 2, 3 - Hình học

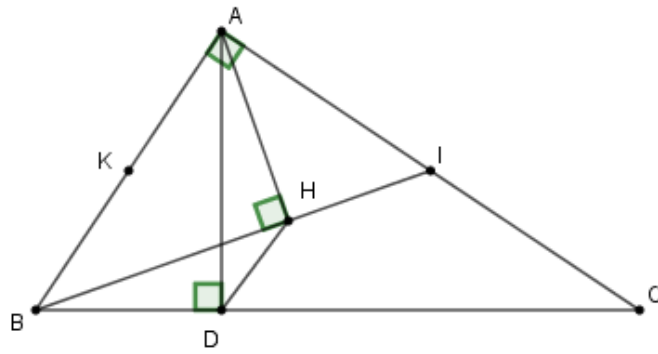
Phương pháp:

a) Chỉ ra tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh hai tam giác đồng dạng theo trường hợp góc - góc.

c) Chứng minh các cặp tam giác đồng dạng tương ứng để suy ra các đẳng thức cần chứng minh.

Cách giải:



a) Chứng minh tứ giác $ABDH$ nội tiếp. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDH$.

Xét tứ giác $AHDB$ có:

$$\begin{cases} \angle AHB = 90^\circ \text{ (} AH \perp BI \text{)} \\ \angle ADB = 90^\circ \text{ (} AD \perp BC \text{)} \end{cases} \Rightarrow \angle AHB = \angle ADB = 90^\circ.$$

$\Rightarrow AHDB$ là tứ giác nội tiếp (có hai đỉnh D, H kề nhau cùng nhìn cạnh AB dưới các góc vuông).

Gọi K là trung điểm AB .

Ta có $\angle AHB, \angle ADB$ cùng nhìn đoạn AB dưới góc 90° (cmt)

$\Rightarrow A, B, H, D$ cùng thuộc đường tròn đường kính AB .

Vậy K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHDB$.

b) Chứng minh tam giác BDH đồng dạng với tam giác BIC .

Vì tứ giác $AHDB$ nội tiếp (theo câu a) nên $\angle BAD = \angle BHD$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD) (1)

Lại có $\angle BAD = \angle ACB$ (2) (cùng phụ với $\angle ABD$)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle BHD = \angle ICB (= \angle BAD)$

Xét $\triangle BHD$ và $\triangle BCI$ có

$\angle B$ chung

$\angle BHD = \angle ICB$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle BHD \sim \triangle BCI$ (g - g). (dpcm)

c) Chứng minh $AB \cdot HD = AH \cdot BD = \frac{1}{2} AD \cdot BH$

+) Vì $\triangle BHD \sim \triangle BCI$ (theo câu b) nên $\frac{BH}{BC} = \frac{HD}{IC}$ mà $IC = \frac{1}{2} AC$ nên $\frac{BH}{BC} = \frac{HD}{\frac{1}{2} AC} \Leftrightarrow \frac{HB}{HD} = \frac{2BC}{AC}$ (3)

+) Xét $\triangle ADB$ và $\triangle CAB$ có:

$\angle B$ chung

$$\angle ADB = \angle BAC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle ADB \sim \triangle CAB \quad (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{CA} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AD} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có $\frac{HB}{HD} = \frac{2AB}{AD} \Leftrightarrow HD \cdot AB = \frac{1}{2} AD \cdot BH \quad (*)$

+) Vì $\triangle BHD \sim \triangle BCI$ (theo câu b) nên $\frac{IB}{IC} = \frac{BD}{HD}$ mà $IA = IC$ nên ta có $\frac{IB}{IA} = \frac{BD}{HD} \quad (5)$

+) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle IAB$ có:

$\angle ABI$ chung

$$\angle AHB = \angle BAI = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle IAB \quad (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{AB}{AH} \quad (6)$$

Từ (5) và (6) ta có $\frac{DB}{HD} = \frac{AB}{AH} \Leftrightarrow AH \cdot BD = AB \cdot HD \quad (**)$

Từ (*) và (**) ta có $AB \cdot HD = AH \cdot BD = \frac{1}{2} AD \cdot BH$ (đpcm)

Câu 4 - Hệ phương trình không mẫu mực

Phương pháp:

Biến đổi phương trình thứ nhất và quy đồng phương trình thứ hai sau đó trừ vế với vế của các phương trình.

Đưa về phương trình bậc hai ẩn y , giải phương trình tìm y , đối chiếu với điều kiện xác định sau đó tìm x , đối chiếu với điều kiện rồi kết luận nghiệm của hệ phương trình.

Cách giải:

Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y-1} = 4 \\ \frac{x+2}{x+1} + \frac{y-2}{y-1} = y-x \end{cases}$$

ĐK: $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ y-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ y \neq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y-1} = 4 \\ \frac{x+2}{x+1} + \frac{y-2}{y-1} = y-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{x+1} - 2 + \frac{y^2}{y-1} - 2 = 0 \\ \frac{x+2}{x+1} + x + \frac{y-2}{y-1} - y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 2}{x+1} + \frac{y^2 - 2y + 2}{y-1} = 0 & (1) \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1} - \frac{y^2 - 2y + 2}{y-1} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Leftrightarrow \frac{-4x - 4}{x+1} + \frac{2y^2}{y-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow -4 + \frac{2y^2 - 4y + 4}{y-1} = 0 \Leftrightarrow \frac{2y^2 - 4y + 4}{y-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - 4y + 4 = 4y - 4 \Leftrightarrow 2y^2 - 8y + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(y-2)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ (tm)}$$

Thay $y = 2$ vào phương trình $\frac{x^2}{x+1} + \frac{y^2}{y-1} = 4$ ta có:

$$\frac{x^2}{x+1} + \frac{4}{1} = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} + 4 = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (0; 2)$.