

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi có 02 trang)

Thí sinh làm bài (cả phần trắc nghiệm và tự luận) vào tờ giấy thi.

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm)

Câu 1. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-5}$ là:

- A. $x \geq 5$ B. $x \leq 5$ C. $x > 5$ D. $x < 5$

Câu 2. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $y = 12x + 5 - m$ và $y = 3x + m + 3$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?

- A. 5. B. -3. C. 1. D. 4.

Câu 3. Hàm số $y = (m + 2)x + 4$ đồng biến trên \mathbb{R} khi

- A. $m < -2$ B. $m \geq -2$ C. $m \neq -2$ D. $m > -2$

Câu 4. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 10 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$ là

- A. (3;1) B. (1;3) C. (-1;-3) D. (-3;-1)

Câu 5. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = (m - 2)x^2$ đi qua điểm A.(1;2)?

- A. 0. B. 2. C. 4. D. -2.

Câu 6. Phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- A. $m > 1$ B. $m = 1$ C. $m \geq 1$ D. $m < 1$

Câu 7. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $x^2 + x + 1 = 0$ B. $x^2 - 4x + 4 = 0$ C. $x^2 + x - 1 = 0$ D. $x^2 + 5x + 6 = 0$

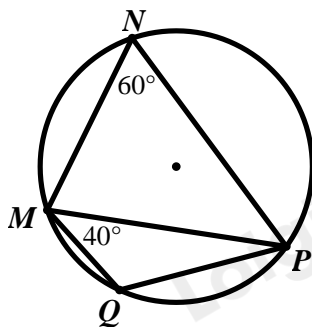
Câu 8. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AC = 5cm$, $HC = 4cm$. Khi đó độ dài cạnh BC là

- A. 9cm. B. $\frac{25}{4}cm$. C. $\frac{25}{16}cm$. D. $\frac{5}{4}cm$.

Câu 9. Cho đường tròn tâm O, bán kính $R = 13(cm)$, dây cung $AB = 24(cm)$. Khoảng cách từ tâm O đến dây AB là

- A. 3(cm). B. 4(cm). C. 5(cm). D. 6(cm).

Câu 10. Cho tứ giác $MNPQ$ nội tiếp một đường tròn. Biết $\angle MNP = 60^\circ, \angle PMQ = 40^\circ$. Số đo $\angle MPQ$ bằng:
(Tham khảo hình vẽ)



A. 10°

B. 20°

C. 40°

D. 50°

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,5 điểm):

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{x - 4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \cdot (x \geq 0, x \neq 4)$

- a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$
- b) Rút gọn biểu thức A .

Bài 2. (2,0 điểm)

1) (ID: 550946) Cho đường thẳng $(d): y = 2mx + 2m - 3$ và Parabol $(P): y = x^2$

- a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua $A(1;5)$.
- b) Tìm m để đường thẳng (d) tiếp xúc với Parabol (P)

2) (ID: 550949) Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m - 1 \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases}$ (m là tham số)

- a) Giải hệ phương trình với $m = 2$
- b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $2x^2 - 3y = 2$

Bài 3. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên tia đối tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E .

- a) Chứng minh rằng tứ giác $AODE$ nội tiếp.
- b) Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B). Chứng minh $\angle EHK = \angle KBA$

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M . Chứng minh $\frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1$

Bài 4. (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = (1 + 2a)(1 + 2bc)$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. D	4. B	5. C	6. D	7. A	8. B	9. C	10. B
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

Câu 1**Phương pháp:**

Biểu thức $\sqrt{f(x)}$ xác định $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$

Cách giải:

Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-5}$ là $x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

Chọn A.**Câu 2****Phương pháp:**

Tìm điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau

Tọa độ giao điểm thuộc trục tung có dạng $(0; a)$

Cách giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng là:

$$12x + 5 - m = 3x + m + 3$$

$$\Leftrightarrow 9x = 2m - 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2m - 2}{9}$$

Để giao điểm của hai đường thẳng trục tung $\Leftrightarrow \frac{2m - 2}{9} = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Vậy $m = 1$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung

Chọn C.**Câu 3****Phương pháp:**

Hàm số $y = ax + b$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow a > 0$

Cách giải:

Hàm số $y = (m+2)x + 4$ đồng biến trên \mathbb{R} khi $m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$

Chọn A.

Câu 4

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm được nghiệm y

Sử dụng phương pháp thế, tìm được nghiệm x

Kết luận nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình.

Cách giải:

$$\begin{cases} x + 3y = 10 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 20 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 21 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 2x - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x; y) = (1; 3)$

Chọn B.

Câu 5

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $(P): y = ax^2 (a \neq 0)$ đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi $(P): y_A = ax_A^2 (a \neq 0)$

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = (m-2)x^2$ đi qua điểm $A(1; 2)$ khi $(m-2) \cdot 1^2 = 2 \Leftrightarrow m = 4$

Chọn C.

Câu 6

Phương pháp:

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$ (hoặc $\Delta' > 0$)

Cách giải:

Ta có: $\Delta' = (-1)^2 - m = 1 - m$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow 1 - m > 0$$

$$\Leftrightarrow m < 1$$

Vậy $m < 1$

Chọn D.

Câu 7

Phương pháp:

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$ (hoặc $\Delta' < 0$)

Cách giải:

Xét phương trình: $x^2 + x + 1 = 0$

Ta có: $\Delta = 1 - 4.1 = -3 < 0$

\Rightarrow Phương trình vô nghiệm.

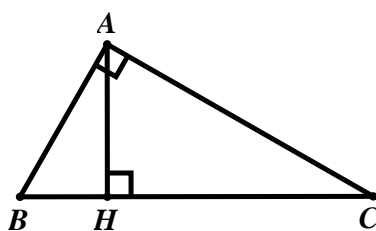
Chọn A.

Câu 8

Phương pháp:

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cách giải:



$\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$$AC^2 = CH.CB$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AC^2}{CH} = \frac{5^2}{4} = \frac{25}{4} (cm)$$

Chọn B.

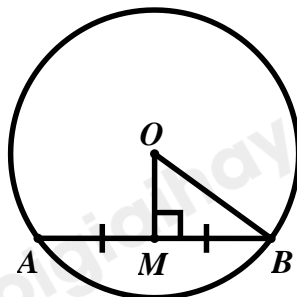
Câu 9

Phương pháp:

Vận dụng kiến thức về đường kính và dây cung

Áp dụng định lý Py – ta – go

Cách giải:



Xét đường tròn (O) kẻ $OM \perp AB$ tại M

$\Rightarrow M$ là trung điểm của AB (quan hệ đường kính và dây cung trong đường tròn)

$$\Rightarrow BM = \frac{1}{2}AB = 12(\text{cm})$$

ΔOBM vuông tại M , áp dụng định lý Py – ta – go, ta có:

$$OB^2 = OM^2 + MB^2$$

$$\Leftrightarrow OM^2 = OB^2 - MB^2$$

$$\Leftrightarrow OM^2 = 13^2 - 12^2$$

$$\Leftrightarrow OM^2 = 25$$

$$\Rightarrow OM = 5(\text{cm})$$

Vậy khoảng cách từ O đến dây AB là $5(\text{cm})$

Chọn C.

Câu 10

Phương pháp:

Sử dụng tính chất góc của tứ giác nội tiếp

Vận dụng định lý tổng ba góc trong một tam giác.

Cách giải:

Tứ giác $MNPQ$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \angle MNP + \angle MQP = 180^\circ$ (tính chất của tứ giác nội tiếp)

$$\Leftrightarrow 60^\circ + \angle MQP = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \angle MQP = 120^\circ$$

Xét ΔMPQ có: $\angle QMP + \angle MPQ + \angle PQM = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Leftrightarrow 40^\circ + \angle MPQ + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow \angle MPQ = 20^\circ$$

Chọn B.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Bài 1

Phương pháp:

a) Kiểm tra $x=16$ có TMĐK xác định

Sử dụng hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Thực hiện các phép tính với căn bậc hai.

b) Xác định mẫu thức chung của biểu thức

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

Cách giải:

a) Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức ta được

$$A = \frac{-7\sqrt{16} + 6}{16 - 4} + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} - 2}$$

$$A = \frac{-28 + 6}{12} + \frac{4}{4 - 2}$$

$$A = \frac{-11}{6} + 2$$

$$A = \frac{1}{6}$$

Vậy với $x = 16$ thì $A = \frac{1}{6}$

b) Với $x \geq 0, x \neq 4$ có

$$A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

$$A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{-7\sqrt{x} + 6 + x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{x - 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 2}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+2}}$$

Bài 2**Phương pháp:**

1) a) Đường thẳng $(d): y = ax + b$ đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ khi $y_A = ax_A + b$

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) (phương trình $(*)$)

Đường thẳng (d) tiếp xúc với Parabol $(P) \Leftrightarrow (*)$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0$ (hoặc $\Delta' = 0$)

2) a) Thay $m = 2$ vào hệ phương trình

Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm được nghiệm x

Sử dụng phương pháp thế, tìm được nghiệm y

Kết luận nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình.

b) Từ hệ phương trình ban đầu, tìm nghiệm x, y theo tham số m

Thay vào phương trình của đề bài, tìm được m .

Cách giải:

1) a) Tìm m để đường thẳng $(d): y = 2mx + 2m - 3$ đi qua $A(1; 5)$.

Do (d) đi qua $A(1; 5)$. Thay $x = 1; y = 5$ vào phương trình đường thẳng ta được:

$$5 = 2m \cdot 1 + 2m - 3 \Leftrightarrow 4m = 8 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì đường thẳng $(d): y = 2mx + 2m - 3$ đi qua $A(1; 5)$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) tiếp xúc với Parabol (P)

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là

$$x^2 = 2mx + 2m - 3 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2m + 3 = 0(*)$$

$$\Delta' = (-m)^2 - (-2m + 3) = m^2 + 2m - 3$$

Để (d) tiếp xúc với Parabol (P) thì phương trình $(*)$ có nghiệm kép hay

$$\Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow (m - 1)(m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Vậy $m = 1$ hoặc $m = -3$

2) a) Thay $m = 2$ vào phương trình ta được $\begin{cases} 2x - y = 2 - 1 \\ 3x + y = 4 \cdot 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy với $m = 2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$

b) Ta thấy $\frac{2}{3} \neq \frac{-1}{1}$ nên hệ phương trình có nghiệm duy nhất với $\forall m$

$$\begin{cases} 2x - y = m - 1 \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5m \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ 3m + y = 4m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$$

Thay vào phương trình $2x^2 - 3y = 2$ ta được:

$$2m^2 - 3(m + 1) = 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 5 = 0 \Leftrightarrow (2m - 5)(m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m \in \left\{ -1; \frac{5}{2} \right\}$$

Bài 3

Phương pháp:

a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp: Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° là tứ giác nội tiếp.

b) Ta sẽ chứng minh:

$$+ \text{ Tứ giác } AHKE \text{ nội tiếp} \Rightarrow \angle EHK = \angle EAK$$

$$+ \angle EAK = \angle KBA \text{ (cùng phụ với } \angle KAB)$$

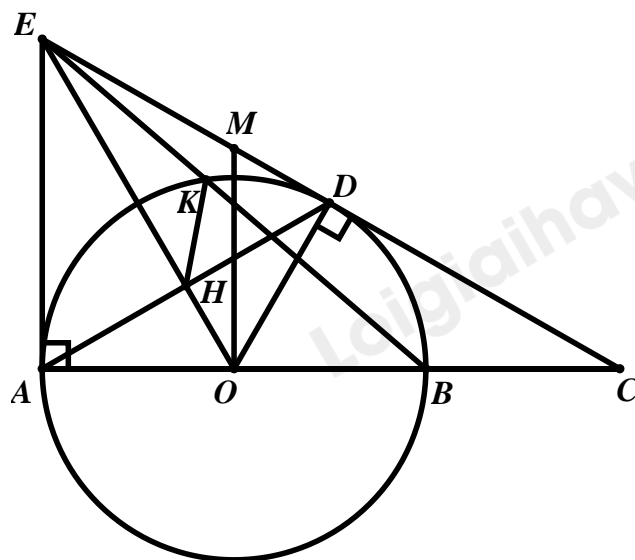
$$\Rightarrow \angle EHK = \angle KBA$$

c) Ta sẽ chứng minh: $\angle MOE = \angle AEO; \angle AEO = \angle MEO \Rightarrow \angle MOE = \angle MEO \Rightarrow \triangle MEO$ cân tại M

$$\Rightarrow ME = MO$$

Áp dụng hệ quả của định lý Ta - lét

Cách giải:



a) Xét đường tròn (O) có:

+ EA là tiếp tuyến của đường tròn $\Rightarrow \angle EAB = 90^\circ$

+ ED là tiếp tuyến của đường tròn $\Rightarrow \angle ODE = 90^\circ$

Tứ giác $AODE$ có: $\angle EAB + \angle ODE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow AODE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (dấu hiệu nhận biết)

b) Xét đường tròn (O) có: EA, ED là hai tiếp tuyến của đường tròn

Mà $EA \cap ED = \{E\}$

$\Rightarrow EA = ED$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có: $OA = OD = R$

$\Rightarrow EO$ là đường trung trực của AD

$\Rightarrow EO \perp AD$

$\Rightarrow \angle EHA = 90^\circ$

Ta có: $\angle AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle EKA = 90^\circ$ (kề bù với $\angle AKB$)

Xét tứ giác $AHKE$ có: $\angle EKA = \angle EHA = 90^\circ$

Mà K, H là hai đỉnh kề nhau

$\Rightarrow AHKE$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle EHK = \angle EAK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EK)

Mà $\angle EAK = \angle KBA$ (cùng phụ với $\angle KAB$)

$\Rightarrow \angle EHK = \angle KBA$

c) Ta có: $\begin{cases} OM \perp AB(gt) \\ EA \perp AB(cmt) \end{cases} \Rightarrow OM // EA$ (quan hệ từ vuông góc đến dây cung)

$$\Rightarrow \angle MOE = \angle AEO \text{ (hai góc so le trong) (1)}$$

Xét đường tròn (O) có: EA, ED là hai tiếp tuyến của đường tròn

$$\text{Mà } EA \cap ED = \{D\}$$

$$\Rightarrow \angle AEO = \angle DEO \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)}$$

$$\Rightarrow \angle AEO = \angle MEO \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2), suy ra $\angle MOE = \angle MEO \Rightarrow \triangle MEO$ cân tại $M \Rightarrow ME = MO$

$\triangle CAE$ có $OM // EA(cmt)$, áp dụng hệ quả của định lí Ta – lét, ta có:

$$\frac{OM}{AE} = \frac{MC}{CE} \Rightarrow \frac{EA}{OM} = \frac{CE}{MC} \Rightarrow \frac{EA}{EM} = \frac{MC + EM}{MC}$$

$$\Rightarrow \frac{EA}{EM} = 1 + \frac{EM}{MC} \Rightarrow \frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1 \text{ (vì } ME = MO)$$

Bài 4

Phương pháp:

Xuất phát từ bất đẳng thức: $2bc \leq b^2 + c^2$

Cách giải:

Ta có: $2bc \leq b^2 + c^2$

Khi đó, $A \leq (1 + 2a)(1 + b^2 + c^2) = (1 + 2a)(2 - a^2)$ (vì $a^2 + b^2 + c^2 = 1$)

$$\text{Có } (1 + 2a)(2 - a^2) = \frac{1}{54}(6 + 12a)(18 - 9a^2) \leq \frac{1}{54}(10 + 9a^2)(18 - 9a^2)$$

$$\leq \frac{1}{54} \left(\frac{10 + 9a^2 + 18 - 9a^2}{2} \right)^2 = \frac{98}{27} \text{ (do } 9a^2 + 4 \geq 12a)$$

$$\text{Do đó } A \leq \frac{98}{27}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi: } \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = c \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1 \\ 10 + 9a^2 = 18 - 9a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = c = \frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \text{Max} A = \frac{98}{27} \text{ khi } a = \frac{2}{3}; b = c = \frac{\sqrt{10}}{6}$$

-----HẾT-----