

Bài I (1,5 điểm):

1) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$.

2) Cho biểu thức: $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{x}{x-4}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức B ;b) Tìm tất cả các giá trị của x để $B < 1$.**Bài II (2,5 điểm):**

1) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

b)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ (1)

2) Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc là 2 và đi qua điểm $M(-1; 3)$ **Bài III (1,5 điểm):**Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = 2x^2$.a) Vẽ đồ thị parabol (P) .b) Bằng phép tính, tìm tất cả những điểm thuộc parabol (P) (khác gốc tọa độ O) có tung độ gấp hai lần hoành độ.**Bài IV (1,5 điểm):**

Quãng đường AB dài 150km. Một xe tải khởi hành đi từ A đến B , cùng lúc đó một ô tô cũng đi trên quãng đường từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải là 5 km/h, nên ô tô đến B sớm hơn xe tải là 20 phút. Tính vận tốc xe tải.

Bài V (3,0 điểm):1) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3cm$ và $AC = 4cm$. Tính độ dài cạnh CB và giá trị của $\tan C$.

Vậy $BC = 5cm$ và $\tan C = \frac{3}{4}$.

2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn (O) sao cho $CA < CB$. Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng OB , đường thẳng vuông góc với AB tại H cắt dây CB và tia AC lần lượt tại D và E .

a) Chứng minh rằng bốn điểm A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi I là trung điểm DE . Chứng minh rằng IC là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) .

c) Chứng minh rằng $AC \cdot AE = 3R^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1:**Phương pháp:**

1) Vận dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

2) a) Vận dụng hằng đẳng thức $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ xác định mẫu thức chung, cụ thể:
 $x - 4 = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán để rút gọn biểu thức B .

b) Yêu cầu đề bài $B < 1 \Leftrightarrow B - 1 < 0$

Xác định mẫu thức chung, quy đồng các phân thức, rút gọn biểu thức $B - 1$.

Chia hai trường hợp để giải bất phương trình $B - 1 < 0$, cụ thể:

+ Trường hợp 1: Tử số > 0 ; Mẫu số < 0

+ Trường hợp 2: Tử số < 0 ; Mẫu số > 0 .

Trong các trường hợp đặc biệt, nếu xác định được dấu của tử số thì ta chỉ cần giải bất phương trình của mẫu số và ngược lại.

Giải các bất phương trình, đối chiếu điều kiện và đưa ra kết luận.

Cách giải:

1) Ta có:

$$A = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$$

$$A = |2 + \sqrt{3}| - \sqrt{3}$$

$$A = 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} \quad (\text{do } 2 + \sqrt{3} > 0)$$

$$A = 2.$$

$$2) B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{x}{x-4} \quad \text{với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4$$

a) ĐKXD: $x \geq 0, x \neq 4$. Ta có:

$$B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{x}{x-4}$$

$$B = \frac{\sqrt{x-2}}{x-4} + \frac{\sqrt{x+2}}{x-4} + \frac{x}{x-4}$$

$$B = \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2} + x}{x-4}$$

$$B = \frac{x + 2\sqrt{x}}{x-4}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy với $x \geq 0$, $x \neq 4$ thì $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

b) Ta có:

$$B < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - (\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-2} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 < 0 \text{ (do } 2 > 0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 2^2 \Leftrightarrow x < 4.$$

Kết hợp với ĐKXD ta có $0 \leq x < 4$ thì $B < 1$.

Bài II:

Phương pháp:

1) a) Phương trình bậc hai một ẩn nhằm nghiệm nhanh bằng công thức $a+b+c=0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$ (với $a \neq 0$)

b) Vận dụng phương pháp cộng đại số xác định nghiệm của hệ phương trình ban đầu.

c) Nhận thấy, phương trình cần giải là phương trình trùng phương nên ta đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)(*) khi đó phương trình ban đầu quy về phương trình bậc hai ẩn là t

Giải phương trình bậc hai ẩn t đối chiếu điều kiện để xác định t

Thay $x^2 = t$ để giải tìm nghiệm x của phương trình ban đầu và kết luận tập nghiệm của phương trình.

2) Giả sử phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$

Vì (d) có hệ số góc là 2 nên ta xác định được hệ số a

Vì (d) đi qua điểm $M(-1;3)$ nên ta xác định được hệ số b

Từ đó kết luận được phương trình đường thẳng (d)

Cách giải:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Ta có $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 2 \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{1; 2\}$.

b) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x + y) + (3x - y) = 5 + 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \cdot 2 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (2; 1)$.

c) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ (1)

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)(*) phương trình (1) trở thành: $t^2 - 8t - 9 = 0$ (2).

Ta có $a - b + c = 1 - (-8) - 9 = 0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt: $\begin{cases} t_1 = -1 \text{ (ktm)} \\ t_2 = -\frac{c}{a} = 9 \text{ (tm)} \end{cases}$

Với $t = 9 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{-3; 3\}$.

2) Giả sử phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$

Vì (d) có hệ số góc là 2 nên ta có $a = 2$.

Vì (d) đi qua điểm $M(-1;3)$ nên ta có: $3 = a \cdot (-1) + b \Leftrightarrow -a + b = 3$ (*).

Thay $a = 2$ vào (*) ta có $-2 + b = 3 \Leftrightarrow b = 5$.

Vậy đường thẳng (d) cần tìm có phương trình là $y = 2x + 5$.

Bài III:**Phương pháp:**

a) Lập bảng giá trị xác định các điểm mà Parabol (P) đi qua từ đó vẽ được đồ thị hàm số (P).

b) Gọi điểm có tung độ gấp hai lần hoành độ là $A(m; 2m)$ ($m \neq 0$).

Vì $A \in (P)$ nên thay tọa độ điểm A và phương trình parabol (P) để xác định tham số m , đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

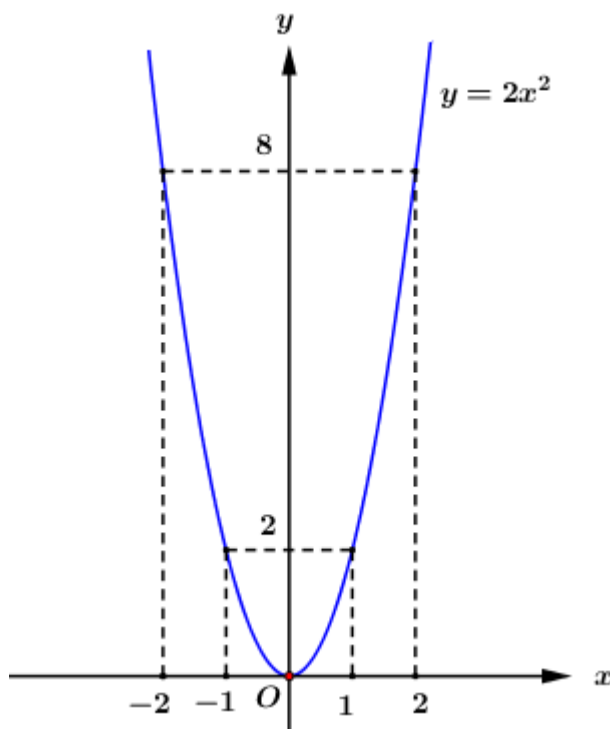
a) Parabol (P): $y = 2x^2$ có bề lõm hướng lên và nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

\Rightarrow Parabol (P): $y = 2x^2$ đi qua các điểm $(-2; 8)$, $(-1; 2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 8)$.

Đồ thị Parabol (P): $y = 2x^2$:



b) Gọi điểm có tung độ gấp hai lần hoành độ là $A(m; 2m)$ ($m \neq 0$).

Vì $A \in (P)$ nên ta có: $2m = 2.m^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m(m-1) = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (do $m \neq 0$).

Vậy điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là $A(1; 2)$.

Bài IV:**Phương pháp:**

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, cụ thể:

Gọi vận tốc xe tải là x (km/h) ($x > 0$), tính được thời gian xe tải đi hết quãng đường.

Gọi vận tốc của ô tô là $x+5$ (km/h), tính được thời gian ô tô đi hết quãng đường

Từ giả thiết thời gian xe ô tô đến B sớm hơn so với xe tải là 20 phút nên lập được phương trình, giải phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Chú ý: các đại lượng giải toán phải cùng đơn vị đo lường.

Cách giải:

Gọi vận tốc xe tải là x (km/h) ($x > 0$)

\Rightarrow Thời gian xe tải đi hết quãng đường AB là $\frac{150}{x}$ (h)

Vận tốc của ô tô là $x+5$ (km/h)

\Rightarrow Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{150}{x+5}$ (h)

Do thời gian xe ô tô đến B sớm hơn so với xe tải là 20 phút $= \frac{1}{3} h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 150.3.(x+5) - 150.3.x = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 450x + 2250 - 450x = x^2 + 5x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0$$

Ta có: $\Delta = 5^2 - 4.1.(-2250) = 9025 = 95^2 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = \frac{-5+95}{2} = 45 \text{ (tm)} \\ x = \frac{-5-95}{2} = -50 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe tải là $45km/h$.

Bài V:

Phương pháp:

1) Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông ABC vuông tại A , tính được độ dài cạnh BC

Vận dụng tỉ số lượng của góc nhọn trong tam giác vuông, tính được $\tan C$.

2) a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp, chứng minh tứ giác $ACHD$ nội tiếp (vì có tổng hai góc đối bằng 180°)

Suy ra A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\angle ICD = \angle HDB$ và $\angle DCO = \angle OBD$ mà $\angle ICO = \angle ICD + \angle DCO = \angle HDB + \angle OBD = 90^\circ$ nên ta có điều phải chứng minh.

c) Chứng minh $\Delta AHE \sim \Delta ACB$ (g.g) suy ra $AC.AE = AB.AH = 2R.AH$

Cách giải:

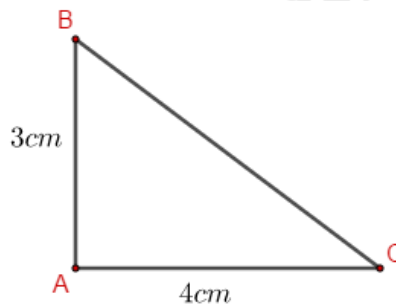
1) Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông ABC vuông tại A ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

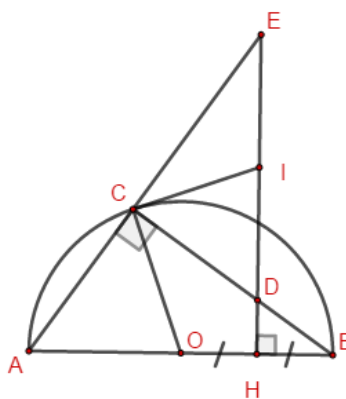
$$\Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy } BC = 5 \text{ cm và } \tan C = \frac{3}{4}$$



2)



a) Ta có $HD \perp AB$ tại H (gt) nên $\angle DHA = 90^\circ$

Mà C thuộc nửa đường tròn nên $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle DHA + \angle ACB = 180^\circ \Rightarrow ACHD$ nội tiếp đường tròn đường kính AD (dnhb).

Vậy A, C, D, H cùng thuộc một đường tròn. (đpcm)

b) Ta có $\angle ECD = 90^\circ$ (Bù góc $\angle ACB = 90^\circ$) nên ΔECD là tam giác vuông tại C .

DE là cạnh huyền của tam giác vuông ECD và I là trung điểm của DE nên $IC = ID = IE = \frac{1}{2} DE$ (trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền).

$$\Rightarrow \Delta ICD \text{ cân tại } I \Rightarrow \angle ICD = \angle IDC = \angle HDB \text{ (đối đỉnh)} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, } \Delta OBC \text{ cân tại } O (OB = OC) \Rightarrow \angle DCO = \angle OBD \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \angle ICO = \angle ICD + \angle DCO = \angle HDB + \angle OBD$$

$$\text{Mà } \angle OBD + \angle HDB = 90^\circ \text{ (do tam giác } HBD \text{ vuông tại } H) \Rightarrow \angle ICO = 90^\circ \text{ hay } IC \perp OC.$$

Vậy IC là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) .

c) Xét tam giác ΔAHE và ΔACB ta có:

$\angle EAB$ chung;

$$\angle ACB = \angle AHE = 90^\circ;$$

$$\Rightarrow \Delta AHE \sim \Delta ACB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AB} \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow AC \cdot AE = AB \cdot AH = 2R \cdot AH \text{ (do } AB = 2R \text{)}$$

Mặt khác, ta có H là trung điểm của OB (gt) nên $HO = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}R \Rightarrow AH = AO + OH = R + \frac{1}{2}R = \frac{3}{2}R$.

Vậy $AC \cdot AE = 2R \cdot \frac{3}{2}R = 3R^2$ (đpcm).

-----HẾT-----