SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 2 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2021 – 2022
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề

I. TRẮC NGHIỆM (*3,00 điểm*)

Học sinh chọn một phương án đúng nhất ở mỗi câu và viết phương án chọn vào bài làm (Ví dụ: Câu 1: A, Câu 2: B, Câu 3: D…)

Câu 1. Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}+3}$ ta được kết quả là:

A. $\sqrt{10}\left(\sqrt{10}-3\right)$ **B.** $\sqrt{10}\left(3-\sqrt{10}\right)$ **C.** 3 **D.** $\dfrac{1}{3}$

Câu 2. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\sqrt{5}+\sqrt{3}=\sqrt{8}$ **B.** $\sqrt{5}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{5}.\sqrt{3}=\sqrt{15}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\dfrac{5}{3}$

Câu 3. Đường thẳng $y=ax+2$ đi qua điểm $\left(-2;4\right)$ có hệ số góc a bằng:

A. 1 **B.** -1 **C.** 2 **D.** 4

Câu 4. Tìm m và n biết hệ phương trình $\begin{cases} mx-ny=3 \\ nx+my=4 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $\left(2;1\right)$.

A. $m=-2;n=1$ **B.** $m=2;n=-1$ **C.** $m=1;n=2$ **D.** $m=2;n=1$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-2x+m=0$ có nghiệm.

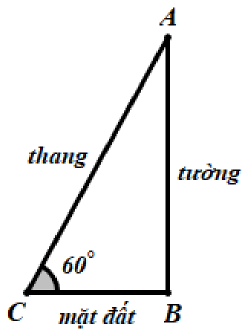
A. $m\le 1$ **B.** $m\ge -1$ **C.** $m<1$ **D.** $m>-1$

Câu 6. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$?

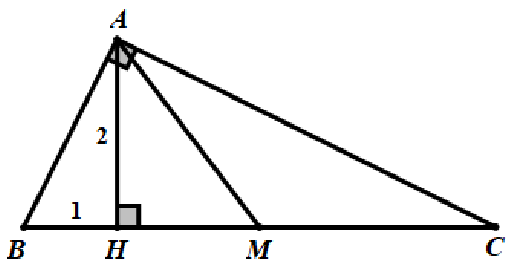
A. $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ **C.** $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ **D.** $\left(2;2\right)$

Câu 7. Một cái thang dài $5m$, đặt tạo với mặt đất một góc bằng 60^0 (Hình 1). Vậy chân thang cách tường bao nhiêu mét?

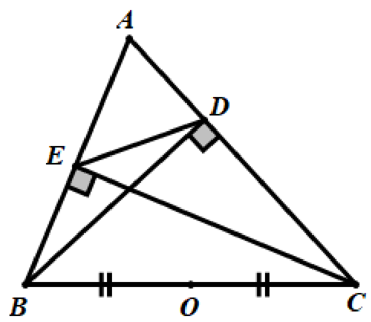
A. 2,5 **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ **C.** $5\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH, trung tuyến AM. Biết $AH = 2, BH = 1$ (Hình 2). Khẳng định nào sau đây sai?

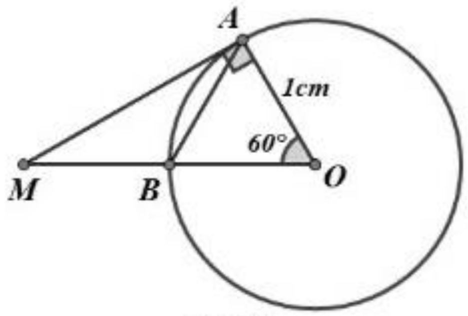
A. $AC = 2\sqrt{5}$ **B.** $AB = 5$ **C.** $AM = \frac{5}{2}$ **D.** $CH = 4$

Câu 9. Cho tam giác nhọn ABC, có các đường cao $BD, CE; O$ là trung điểm của BC (Hình 3). Khẳng định nào sau đây sai?

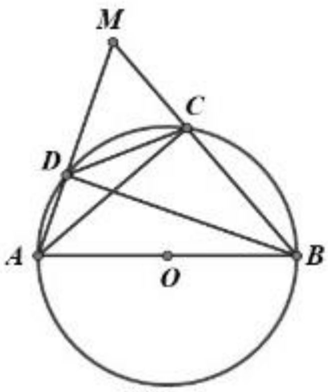
A. $OD = OE$ **B.** $DE < BC$ **C.** $AB + AC > BC$ **D.** $AO = \frac{1}{2}BC$

Câu 10. Cho đường tròn tâm O bán kính bằng $1cm$, cung AB bằng 60 độ. Tiếp tuyến tại A cắt OB tại M (Hình 4). Tính độ dài AM.

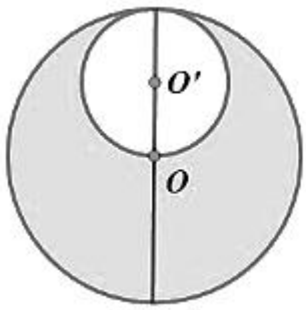
A. $AM = 3cm$ **B.** $AM = \sqrt{5}cm$ **C.** $AM = 5cm$ **D.** $AM = \sqrt{3}cm$



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Câu 11. Cho đường tròn tâm O đường kính AB, M là điểm nằm ngoài đường tròn. Gọi C, D lần lượt là giao điểm của MB, MA với đường tròn (Hình 5). Tính $\angle AMB$ biết sđ $CD = 60^0$.

A. 120^0 **B.** 90^0 **C.** 60^0 **D.** 30^0

Câu 12. Cho hai đường tròn $(O;2)$ và $(O';1)$ tiếp xúc (Hình 6). Tính diện tích miền tô đậm tạo bởi đường tròn (O) và đường tròn (O').

A. π **B.** 2π **C.** 3π **D.** 4π

II. TỰ LUẬN (*7,00 điểm*)

Câu 13 (1,50 điểm)

Giải các phương trình:

a) $\left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)x - 2 = 0$ b) $x^2 + 10x - 11 = 0$ c) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$

Câu 14 (1,50 điểm)

Cho hàm số $y = ax^2$.

a) Xác định hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số cắt đường thẳng $y = 2x$ tại điểm A có hoành độ bằng 1.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x$ và đồ thị của hàm số $y = ax^2$ với giá trị a vừa tìm được ở câu a) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

c) Dựa vào đồ thị, hãy xác định tọa độ giao điểm thứ hai (khác A) của hai đồ thị vừa vẽ trong câu b).

Câu 15 (2,00 điểm):

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 5 km và một đoạn xuống dốc dài 10 km. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 1 giờ 10 phút và đi từ B về A hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc, xuống dốc của người đi xe đạp.

Câu 16 (2,00 điểm):

Cho hình thang $ABCD$ có $\angle A = \angle D = 90^0$, $AD = 4AB$, $CD = 3AB$. Gọi M là trung điểm của AD, E là hình chiếu vuông góc của M lên BC. Tia BM cắt đường thẳng CD tại F.

a) Chứng minhg rằng $\angle MAE = \angle MBE$.

b) Chứng minh rằng $ABDF$ là hình bình hành.

c) Đường thẳng qua M vuông góc với BF cắt cạnh BC tại N. Gọi H là hình chiếu vuông góc của N lên CD. Chứng minh rằng tam giác BNF cân.

d) Chứng minh rằng đường thẳng MH đi qua trung điểm của DE.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN BỞI BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

I. TRẮC NGHIỆM

1. A	**2. C**	**3. B**	**4. D**	**5. A**	**6. B**
7. A	**8. B**	**9. D**	**10. D**	**11. C**	**12. C**

Câu 1

Phương pháp:

Sử dụng hằng đẳng thức $a-b=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$

Cách giải:

Ta có: $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}+3}=\dfrac{\sqrt{10}\left(\sqrt{10}-3\right)}{\left(\sqrt{10}+3\right)\left(\sqrt{10}-3\right)}=\dfrac{\sqrt{10}\left(\sqrt{10}-3\right)}{10-3^2}=\sqrt{10}\left(\sqrt{10}-3\right)$

Chọn A.

Câu 2

Phương pháp:

Vận dụng kiến thức về căn bậc hai.

Cách giải:

Ta có: $\sqrt{5}.\sqrt{3}=\sqrt{15}$ là một đẳng thức đúng.

Chọn C.

Câu 3

Phương pháp:

Thay $\left(-2;4\right)$ vào hàm số $y=ax+2$ từ đó tìm được hệ số góc a.

Cách giải:

Đường thẳng $y=ax+2$ đi qua điểm $\left(-2;4\right)$ nên ta có: $4=a.\left(-2\right)+2\Leftrightarrow a=-1$

Chọn B.

Câu 4

Phương pháp:

$\left(x_0;y_0\right)$ là nghiệm duy nhất của hệ phương trình $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ nếu $\begin{cases}ax_0+by_0=c\\a'x_0+b'y_0=c'\end{cases}$

Cách giải:

Hệ phương trình $\begin{cases}mx-ny=3\\nx+my=4\end{cases}$ có nghiệm duy nhất là $\left(2;1\right)$ nên ta có:

$\begin{cases}2m-n=3\\2n+m=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-2n=6\\m+2n=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5m=10\\2m-n=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=2m-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}$

Vậy $m=2;n=1$

Chọn D.

Câu 5

Phương pháp:

Phương trình $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta\ge 0$ (hoặc $\Delta'\ge 0$)

Cách giải:

Phương trình $x^2-2x+m=0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'\ge 0$

$\Leftrightarrow \left(-1\right)^2-m\ge 0$

$\Leftrightarrow 1-m\ge 0$

$\Leftrightarrow m\le 1$

Chọn A.

Câu 6

Phương pháp:

Điểm $\left(x_0;y_0\right)$ thuộc đồ thị $y=ax^2\left(a\ne 0\right)$ thì $y_0=ax_0^2\left(a\ne 0\right)$

Thay từng đáp án kiểm tra, chọn được điểm không thuộc đồ thị.

Cách giải:

+ Thay $x=1$ vào $y=\frac{1}{2}x^2$, ta được: $y=\frac{1}{2}.1^2=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow\left(1;\frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị $y=\frac{1}{2}x^2$, do đó loại đáp án A.

+ Thay $x=\frac{1}{2}$ vào $y=\frac{1}{2}x^2$, ta được: $y=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\ne 1$

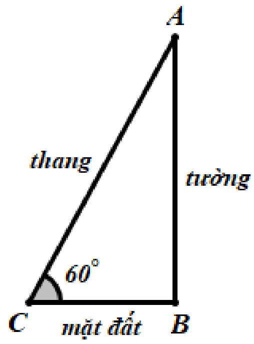
$\Rightarrow\left(\frac{1}{2};1\right)$ không thuộc đồ thị $y=\frac{1}{2}x^2$, do đó chọn đáp án B.

Chọn B.

Câu 7

Phương pháp:

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.



Hình 1

Cách giải:

Ta có: $\cos 60^0 = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC.\cos 60^0 = 5.\dfrac{1}{2} = 2,5(m)$

Vậy chân thang cách tường $2,5\ m$

Chọn A.

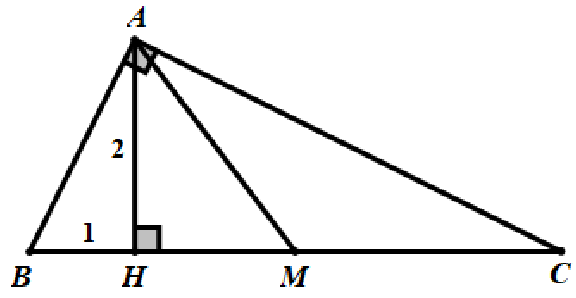
Câu 8

Phương pháp:

Áp dụng các hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Cách giải:

Tam giác ABC vuông tại $A, AH \perp BC$, ta có:



Hình 2

+ $AH^2 = BH.HC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow HC = \dfrac{AH^2}{BH} = \dfrac{2^2}{1} = 4$

$\Rightarrow$ đáp án C đúng.

+ $BC = BH + HC = 1 + 4 = 5$

$AB^2 = BH.BC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AB^2 = 1.5$

$\Rightarrow AB = \sqrt{5}$

$\Rightarrow$ đáp án B sai.

Chọn B.

Câu 9

Phương pháp:

Áp dụng đường trung tuyến của hình vuông.

Bất đẳng thức về độ dài cạnh trong tam giác.

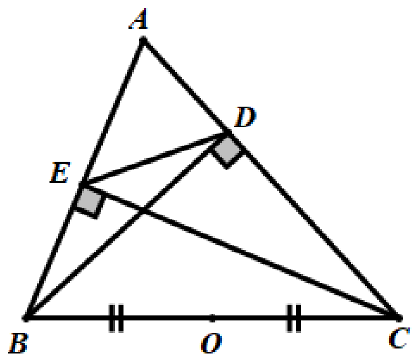
Cách giải:

+ Ta có: ΔBCE vuông tại E, O là trung điểm BC

$\Rightarrow OB = OC = OE = \dfrac{1}{2}BC$ (1)

ΔBDC vuông tại D, O là trung điểm BC

$\Rightarrow OB = OC = OD = \dfrac{1}{2}BC$ (2)



Hình 3

Từ (1) và (2), suy ra $OE = OD \Rightarrow$ loại đáp án A.

+ Từ hình vẽ $DE < BC$ là bất đẳng thức đúng $\Rightarrow$ loại đáp án B.

+ Theo bất đẳng thức tam giác thì $AB + AC > BC$ là bất đẳng thức đúng $\Rightarrow$ loại đáp án C.

Chọn D.

Câu 10

Phương pháp:

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Cách giải:

AM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

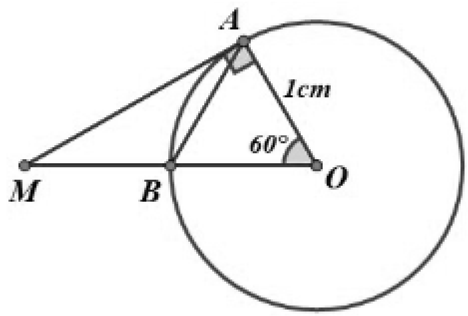
$\Rightarrow AM \perp AO \Rightarrow \angle OAM = 90^0 \Rightarrow \Delta AMO$ vuông tại A

Tam giác AMO vuông tại A, ta có:

$\tan \angle AOM = \dfrac{AM}{AO}$

(tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AM = AO.\tan \angle AOM = 1.\tan 60^0 = \sqrt{3}(cm)$



Hình 4

Chọn D.

Câu 11

Phương pháp:

Vận dụng tính chất góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn: $\angle AMB = \dfrac{1}{2}$(số đo cung AB – số đo cung DC)

Vận dụng tích chất: Góc ở tâm = Số đo của cung bị chắn

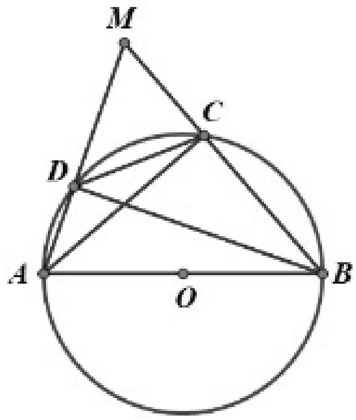
Cách giải:

Xét đường tròn tâm O có: $\angle OAB =$ số đo cung $AB = 180^0$

Trong đường tròn (O), ta có:

$\angle AMB = \dfrac{1}{2}$(số đo cung AB – số đo cung DC)

$\Rightarrow \angle AMB = \dfrac{1}{2}\left(180^0 - 60^0\right) = \dfrac{1}{2}.120^0 = 60^0$



Hình 5

Chọn C.

Câu 12

Phương pháp:

Diện tích hình tròn có bán kính là r được tính theo công thức $S = \pi r^2$

Cách giải:

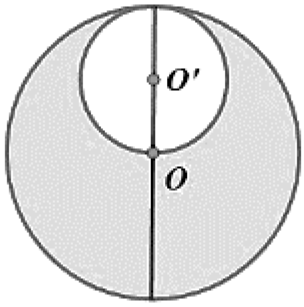
Diện tích hình tròn $(O;2)$ là $S=\pi.2^2=4\pi$

Diện tích hình tròn $(O';1)$ là $S'=\pi.1^2=\pi$

Diện tích miền tô đậm tạo bởi đường tròn (O) và đường tròn (O') là:

$$S=S-S'=4\pi-\pi=3\pi.$$

Chọn C.



Hình 6

II. TỰ LUẬN

Câu 13

Phương pháp:

a) Giải phương trình $ax+b=0\left(a\ne 0\right)\Rightarrow x=\frac{-b}{a}$

b) Tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai: Nếu $a+b+c=0$ thì phương trình $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$

có hai nghiệm phân biệt: $x_1=1;x_2=\frac{c}{a}$

c) Đặt $t=x^2\ \left(t\ge 0\right)$

Phương trình ban đầu trở thành phương trình bậc hai một ẩn: $at^2+bt+c=0\left(a\ne 0\right)$

Giải phương trình, tìm được t, lấy t thỏa mãn điều kiện

Với t tìm được, ta tìm được x tương ứng.

Cách giải

a) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)x-2=0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)x=2$

$\Leftrightarrow x=\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow x=\frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}{7-5}$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{7}+\sqrt{5}$

Vậy $x=\sqrt{7}+\sqrt{5}$ là nghiệm của phương trình đã cho.

b) $x^2+10x-11=0$

Ta có: $a+b+c=1+10-11=0$ nên phương trình luôn có một nghiệm $x=1$ và nghiệm còn lại $x=\frac{c}{a}=-11$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{1;-11\right\}$.

c) $x^4-6x^2+9=0$

Đặt $x^2=t\ \left(t\ge 0\right)$. Khi đó phương trình trở thành:

$$t^2-6t+9=0\Leftrightarrow \left(t-3\right)^2=0\Leftrightarrow t=3\ \text{(TMĐK)}$$

Với $t=3\Rightarrow x^2=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S=\left\{\sqrt{3};-\sqrt{3}\right\}$.

Câu 1

Phương pháp:

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có được phương trình (1)

Từ giả thiết thì $x=1$ là nghiệm của phương trình (1), do đó thay $x=1$ vào phương trình (1), ta tìm được hệ số a.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y=ax+b$

+ Lập bảng giá trị tương ứng của x và y

+ Xác định được các điểm mà đồ thị đi qua, vẽ đồ thị.

Vẽ đồ thị của hàm số $y=ax^2\left(a\ne 0\right)$

+ Nhận xét về hệ số a và sự biến thiên của hàm số

+ Lập bảng giá trị tương ứng của x và y

+ Xác định được các điểm mà đồ thị đi qua, vẽ đồ thị.

c) Từ đồ thị vừa vẽ được, ta đọc được giao điểm còn lại còn tìm.

Cách giải

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $ax^2-2x=0\ \ (1)$

Do đồ thị hàm số $y=ax^2$ cắt đường thẳng $y=2x$ tại điểm có hoành độ bằng 1 nên ta có $x=1$ là một nghiệm của phương trình (1).

Thay $x=1$ vào phương trình (1) ta có: $a-2=0\Leftrightarrow a=2.$

Vậy $a=2$.

b) + Vẽ đồ thị hàm số $y=2x$

Ta có bảng giá trị:

x	0	1
$y=2x$	0	2

Do đó đồ thị hàm số $y=2x$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;0)$ và $(1;2)$.

+ Vẽ đồ thị hàm số $y=2x^2$.

Đồ thị hàm số bậc hai và có hệ số $a=2>0$ nên có đồ thị có dạng Parabol và có bề lõm hướng lên trên.

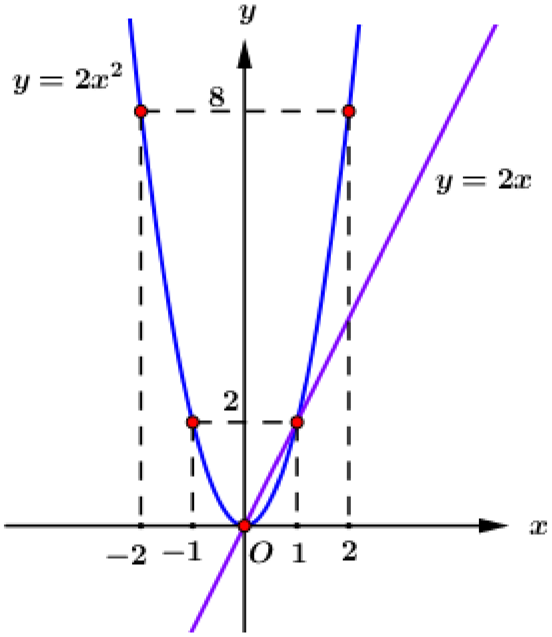
Hàm số đồng biến khi $x>0$ và nghịch biến khi $a<0$.

Ta có bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$	8	2	0	2	8

Do đó đồ thị hàm số $y=2x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2;8)$, $(-1;2)$, $(0;0)$, $(1;2)$, $(2;8)$.

+ Vẽ đồ thị hàm số:



c) Dựa vào đồ thị trên, ta nhận thấy đồ thị hàm số $y = 2x^2$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x$ tại hai điểm có hoành độ là $x = 0$ và $x = 1$.

Vậy giao điểm thứ hai khác A của hai đồ thị hàm số là $B(0;0)$.

Câu 15

Phương pháp:

Gọi vận tốc lúc lên dốc của người đó là $x(km/h)$ $(x > 0)$ và vận tốc lúc xuống dốc là $y(km/h)$ $(y > x)$

Tính được thời gian lúc đi lên dốc và xuống dốc của người đó, có giả thiết lúc đi của người đó từ đó lập được phương trình (1)

Tính được thời gian lúc về lên dốc và xuống dốc của người đó, có giả thiết lúc về của người đó từ đó lập được phương trình (2)

Từ phương trình (1) và (2), lập được hệ phương trình.

Giải hệ phương trình bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Cách giải:

Đổii: 1 giờ 10 phút $= \frac{7}{6}(h)$

1 giờ 20 phút $= \frac{4}{3}(h)$

Gọi vận tốc lúc lên dốc của người đó là $x(km/h)$ $(x > 0)$

Vận tốc lúc xuống dốc là $y(km/h)$ $(y > x)$

Lúc đi: Thời gian lên dốc là $\frac{5}{x}(h)$, xuống dốc là $\frac{10}{y}(h)$

Tổng thời gian đi hết 1 giờ 10 phút nên ta có phương trình: $\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6}$ (1)

Lúc về: Thời gian lên dốc là $\frac{10}{x}\left(h\right)$, xuống dốc là $\frac{5}{y}\left(h\right)$.

Tổng thời gian về hết 1 giờ 20 phút nên ta có phương trình: $\frac{10}{x}+\frac{5}{y}=\frac{4}{3}\ \left(2\right)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{5}{x}+\frac{10}{y}=\frac{7}{6}\\ \frac{10}{x}+\frac{5}{y}=\frac{4}{3}\end{cases}$

Đặt $\frac{1}{x}=a,\frac{1}{y}=b\ \left(a>0,\,b>0\right)$ ta được:

$$\begin{cases}5a+10b=\frac{7}{6}\\ 10a+5b=\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5a+10b=\frac{7}{6}\\ 20a+10b=\frac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15a=\frac{3}{2}\\ 10a+5b=\frac{4}{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{10}\\ 10.\frac{1}{10}+5b=\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{10}\\ 5b=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{10}\\ b=\frac{1}{15}\end{cases}\left(tm\right)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{10}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{15}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\ y=15\end{cases}\left(tm\right)$$

Vậy vận tốc lúc lên dốc là 10 $\left(km/h\right)$ và vận tốc lúc xuống dốc là 15 $\left(km/h\right)$.

Câu 16

Phương pháp:

a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết: tứ giác có tổng hai góc đối nhau bằng 180^0 là tứ giác nội tiếp, chứng minh $ABEM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow\angle MAE=\angle MBE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung ME).

b) Ta sẽ chứng minh: $AB//DF$ và $AB=DF$ $\Rightarrow ABDF$ là hình bình hành (dhnb)

c) Ta sẽ chứng minh: ΔBNF có: NM là đường trung tuyến cũng là đường cao nên ΔBNF cân tại N .

d) Gọi $MH\cap DE=\left\{K\right\}$.

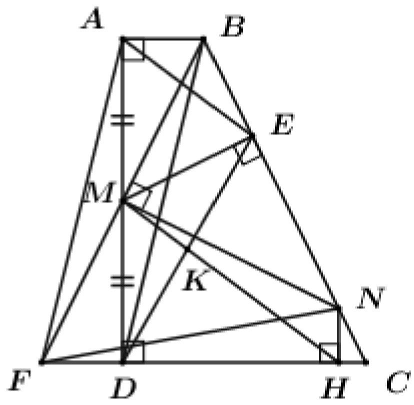
Ta sẽ chứng minh: $\angle HFN=\angle HMN$ và $\angle NFM=\angle NME$, suy ra $\angle HFM=\angle HME$

Dựa vào hai góc so le trong và góc nội tiếp của đường tròn, suy ra $\angle HME=\angle AEM$

Chứng minh được $MK//AE$

Áp dụng đường trung bình trong tam giác ADE .

Cách giải:



a) Xét tứ giác $ABEM$ có $\angle MAB = \angle MEB = 90^0$.

$\Rightarrow \angle MAB + \angle MEB = 90^0 + 90^0 = 180^0$.

$\Rightarrow ABEM$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

$\Rightarrow \angle MAE = \angle MBE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung ME).

b) Vì $ABCD$ là hình thang nên $AB//CD \Rightarrow AB//DF$ (1)

Áp dụng hệ quả định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{AB}{DF} = \dfrac{AM}{MD}$.

Mà $AM = MD$ (do M là trung điểm của AD) $\Rightarrow \dfrac{AB}{DF} = 1 \Rightarrow AB = DF$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow ABDF$ là hình bình hành (dhnb).

c) Vì $ABDF$ là hình bình hành nên hai đường chéo AD và BF cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Mà $AD \cap BF = \{M\}$ $\Rightarrow M$ là trung điểm của BF.

$\Rightarrow NM$ là đường trung tuyến của ΔBNF.

Lại có $MN \perp BF$ (gt) nên NM là đường cao của ΔBNF.

Vậy ΔBNF cân tại N (tam giác có trung tuyến đồng thời là đường cao).d) Gọi $MH \cap DE = \{K\}$.

Ta sẽ chứng minh: $\angle HFN = \angle HMN$ và $\angle NFM = \angle NME$, suy ra $\angle HFM = \angle HME$

Dựa vào hai góc so le trong và góc nội tiếp của đường tròn, suy ra $\angle HME = \angle AEM$

Chứng minh được $MK//AE$

Áp dụng đường trung bình trong tam giác ADE.

d) Gọi $MH \cap DE = \{K\}$.

Xét tứ giác $MNHF$ có $\angle NMF + \angle NHF = 90^0 + 90^0 = 180^0$.

$\Rightarrow MNHF$ là tứ giác nội tiếp (dhnb)

$\Rightarrow \angle HFN = \angle HMN$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HN). (3)

Vì ΔBNF cân tại N (cmt) $\Rightarrow \angle NFM = \angle NBM$ (tính chất tam giác cân).

Mà $\angle NBM = \angle NME$ (cùng phụ với $\angle BME$)

$\Rightarrow \angle NFM = \angle NME$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \angle HFN + \angle NFM = \angle HMN + \angle NME \Rightarrow \angle HFM = \angle HME$.

Mà $\angle HFM = \angle ABM$ (so le trong), $\angle ABM = \angle AEM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AM của tứ giác nội tiếp $ABEM$).

$\Rightarrow \angle HFM = \angle AEM$.

$\Rightarrow \angle HME = \angle AEM$.

Mà 2 góc này nằm ở vị trí 2 góc so le trong bằng nhau nên $AE//MN$ hay $MK//AE$.

Xét tam giác ADE có: M là trung điểm của $AB\left(gt\right)$, $MK//AE\left(cmt\right)$.

$\Rightarrow K$ là trung điểm của DE (định lí đường trung bình của tam giác).

Vậy đường thẳng MH đi qua trung điểm của DE (đpcm).