SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2 điểm):

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P=\left(\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$

b) $Q=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}+1\right)$ với $x>0$

Câu 2 (2,5 điểm):

a) Giải phương trình $x^4+5x^2-36=0$

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(a-1)x+b$ đi qua điểm $M(-1;-2)$ và song song với đường thẳng $(d'): y=3x-1$. Tìm các số a và b.

Câu 3 (1,5 điểm):

Trong quý I, cả hai tổ A và B sản xuất được 610 sản phẩm. Trong quý II, số sản phẩm tổ A tăng thêm 10%, tổ B tăng thêm 14% so với quý I, do đó cả hai tổ sản xuất được 681 sản phẩm. Hỏi trong quý I, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Câu 4 (1 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH (H thuộc BC). Biết độ dài đoạn AB bằng $5cm$, đoạn BH bằng $3cm$. Tính độ dài các cạnh AC và BC.

Câu 5 (2 điểm):

Cho đường tròn tâm O, đường kính MN, điểm I thay đổi trên đoạn OM (I khác M). Đường thẳng qua I vuông góc với MN cắt (O) tại P và Q. Trên tia đối của tia NM lấy điểm S cố định. Đoạn PS cắt (O) tại E, gọi H là giao điểm của EQ và MN.

a) Chứng minh tam giác SPN và tam giác SME đồng dạng.

b) Chứng minh độ dài OH không phụ thuộc vào vị trí điểm I.

Câu 6 (1 điểm):

Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a(2a-1)+b(2b-1)=2ab.$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $F=\dfrac{a^3+2020}{b}+\dfrac{b^3+2020}{a}.$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 - *Ôn tập chương 1: Căn bậc hai. Căn bậc ba*

Phương pháp:

a) Đặt nhân tử chung, rút gọn biểu thức đã cho.

b) Quy đồng mẫu các phân thức, rút gọn biểu thức đã cho.

Cách giải:

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $P=\left(\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)$

Ta có:

$$\begin{aligned}P&=\left(\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\\&=\left(\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\\&=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\\&=\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2\\&=2-1=1\end{aligned}$$

b) $Q=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}+1\right)$ ***với*** $x>0$

Ta có:

$$\begin{aligned}Q&=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}+1\right)\\&=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}\right).\left(\dfrac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)\\&=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\\&=\dfrac{-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\\&=\dfrac{-3}{x}\end{aligned}$$

Vậy $Q=-\dfrac{3}{x}$ với $x>0$.

Câu 2 - *Ôn tập tổng hợp chương 2, 3, 4 - Đại số*

Phương pháp:

a) Đặt $t = x^2\left(t \ge 0\right)$ ta có phương trình: $t^2 + 5t - 36 = 0$.

Giải phương trình tìm ẩn t. Đối chiếu với điều kiện để loại nghiệm rồi tìm x.

b) Hai đường thẳng $d:\ y = a_1x + b_1$ và $d':\ y = a_2x + b_2$ song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \ne b_2 \end{cases}$.

Thay tọa độ điểm M vào công thức hàm số d.

Từ đó giải hệ phương trình tìm a, b.

Cách giải:

a) Giải phương trình $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$

Đặt $t = x^2\left(t \ge 0\right)$ ta có phương trình:

$$\begin{aligned}
& t^2 + 5t - 36 = 0 \\
& \Leftrightarrow t^2 + 9t - 4t - 36 = 0 \\
& \Leftrightarrow t\left(t+9\right) - 4\left(t+9\right) = 0 \\
& \Leftrightarrow \left(t-4\right)\left(t+9\right) = 0 \\
& \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t-4=0 \\ t+9=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4\ \left(tm\right) \\ t=-9\ \ \left(ktm\right) \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Với $t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 2; x = -2$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy***, cho đường thẳng*** $\left(d\right): y = \left(a-1\right)x + b$ ***đi qua điểm*** $M\left(-1;-2\right)$ ***và song song với đường thẳng*** $\left(d'\right): y = 3x - 1$. ***Tìm các số*** a ***và*** b.

Vì hai đường thẳng $\left(d\right)$ và $\left(d'\right)$ song song với nhau nên $\begin{cases} a-1=3 \\ b \ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b \ne -1 \end{cases}$

Suy ra đường thẳng $\left(d\right): y = 3x + b\ \ \left(b \ne -1\right)$

Vì đường thẳng $\left(d\right)$ đi qua điểm $M\left(-1;-2\right)$ nên thay $x = -1; y = -2$ vào hàm số $y = 3x + b$ ta được:

$-2 = 3.\left(-1\right) + b \Leftrightarrow b = 1$ (thỏa mãn)

Vậy $a = 4; b = 1$.

Câu 3 - *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình*

Phương pháp:

Gọi số sản phẩm tổ A và tổ B sản xuất được trong quý I lần lượt là $x; y$ (sản phẩm) $\left(0 < x; y < 610\right)$

Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn $x,\ y$ vừa gọi rồi giải hệ phương trình.

Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Trong quý I, cả hai tổ A và B sản xuất được 610 sản phẩm. Trong quý II, số sản phẩm tổ A tăng thêm 10%, tổ B tăng thêm 14% so với quý I, do đó cả hai tổ sản xuất được 681 sản phẩm. Hỏi trong quý I, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

Gọi số sản phẩm tổ A và tổ B sản xuất được trong quý I lần lượt là $x; y$ (sản phẩm) $\left(0 < x; y < 610\right)$

Vì trong quý I, cả hai tổ A và B sản xuất được 610 sản phẩm nên ta có phương trình $x + y = 610$ (sản phẩm)

Trong quý II:

Tổ A tăng thêm 10% so với quý I nên tổ A sản xuất được $\left(1+10\%\right)x = 1{,}1x$ sản phẩm

Tổ B tăng thêm 14% so với quý I nên tổ B sản xuất được $\left(1+14\%\right)x = 1{,}14y$ sản phẩm

Và cả 2 tổ sản xuất được 681 sản phẩm nên ta có phương trình $1{,}1x + 1{,}14y = 681$ (sản phẩm)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 610 \\ 1{,}1x + 1{,}14y = 681 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1{,}1x + 1{,}1y = 671 \\ 1{,}1x + 1{,}14y = 681 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}04y = 10 \\ x + y = 610 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 250 \\ 250 + x = 610 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 250\ (tm) \\ x = 360\ (tm) \end{cases}$$

Vậy trong quý I, tổ A sản xuất được 360 sản phẩm, tổ B sản xuất được 250 sản phẩm.

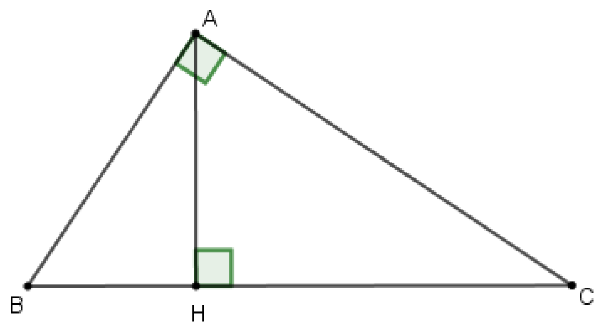
Câu 4 - *Một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông*

Phương pháp:

Sử dụng định lý Pitago và các hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính.

Cách giải:

Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH (H thuộc BC). Biết độ dài đoạn AB bằng $5cm$, đoạn BH bằng $3cm$. Tính độ dài các cạnh AC và BC.



Xét tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AB^2 = BH.BC \Leftrightarrow BC = \frac{AB^2}{BH} = \frac{5^2}{3} = \frac{25}{3} \text{ cm}$$

Xét tam giác ABC vuông tại A, theo định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = \left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2 = \frac{400}{9}$$

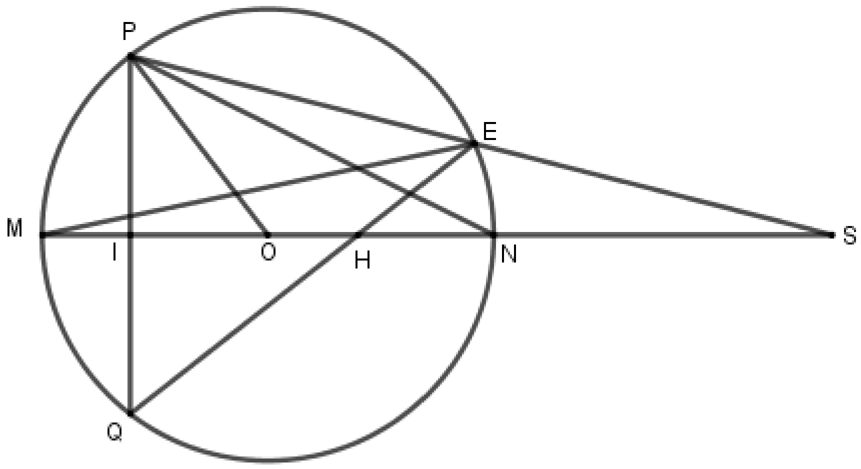
$$\Rightarrow AC = \frac{20}{3} cm$$

Vậy $BC = \frac{25}{3} cm, AC = \frac{20}{3} cm.$

Câu 5 - *Ôn tập chương 3: Góc với đường tròn*

Cách giải:

Cho đường tròn tâm O, đường kính MN, điểm I thay đổi trên đoạn OM (I khác M). Đường thẳng qua I vuông góc với MN cắt (O) tại P và Q. Trên tia đối của tia NM lấy điểm S cố định. Đoạn PS cắt (O) tại E, gọi H là giao điểm của EQ và MN.



a) Chứng minh tam giác SPN và tam giác SME đồng dạng.

Ta có: bốn điểm P, E, N, M cùng thuộc (O) nên tứ giác $PENM$ nội tiếp.

$\Rightarrow \angle EPN = \angle EMN$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EN)

Xét ΔSPN và ΔSME có:

$\angle S$ chung

$\angle EPN = \angle EMS$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta SPN \sim \Delta SME (g-g)$ (đpcm)

b) Chứng minh độ dài OH không phụ thuộc vào vị trí điểm I.

Từ câu a, $\Delta SPN \sim \Delta SME \Rightarrow \frac{SP}{SM} = \frac{SN}{SE}$ (cạnh tương ứng)

$\Rightarrow SP.SE = SM.SN$ (1)

Ta có: $\angle PEH = \angle PEQ = \frac{1}{2}sdPQ = sdPM = \angle POM$

$\angle PEH + \angle SEH = 180^0$

$\angle POM + \angle POS = 180^0$

$\Rightarrow \angle SEH = \angle POS$

Xét ΔSEH và ΔSOP có:

$\angle SEH = \angle POS\left(cmt\right)$

$\angle S\ chung$

$\Rightarrow \Delta SEH \sim \Delta SOP\left(g-g\right)$

$\Rightarrow \frac{SE}{SO} = \frac{SH}{SP}$ (cạnh tương ứng)

$\Rightarrow SE.SP = SO.SH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SO.SH = SM.SN \Rightarrow SH = \frac{SM.SN}{SO}$

Mà S,M,N,O cố định nên SM,SN,SO không đổi

$\Rightarrow SH$ không đổi

$\Rightarrow OH = SO - SH$ không đổi.

Vậy độ dài OH không phụ thuộc vào vị trí điểm I. (đpcm)

Câu 6 - *Bất đẳng thức*

Cách giải:

$a\left(2a-1\right)+b\left(2b-1\right)=ab$

$\Leftrightarrow 2a^2+2b^2-\left(a+b\right)=ab$

$\Leftrightarrow 2\left(a^2+b^2\right)-\left(a+b\right)=ab$

$\Leftrightarrow 2\left(a^2+b^2+2ab\right)-\left(a+b\right)=6ab$

$\Leftrightarrow 2\left(a+b\right)^2-\left(a+b\right)=6ab \le 6.\frac{\left(a+b\right)^2}{4}=\frac{3}{2}\left(a+b\right)^2$

$\Rightarrow 2\left(a+b\right)^2-\left(a+b\right)-\frac{3}{2}\left(a+b\right)^2 \le 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(a+b\right)^2-\left(a+b\right) \le 0$

$\Leftrightarrow 0 \le a+b \le 2$

Ta có:

$$F=\frac{a^3+2020}{b}+\frac{b^3+2020}{a}$$
$$=\frac{a^3}{b}+\frac{2020}{b}+\frac{b^3}{a}+\frac{2020}{a}$$
$$=\left(\frac{a^3}{b}+\frac{b^3}{a}\right)+2020\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)$$
$$=\left(\frac{a^4}{ab}+\frac{b^4}{ab}\right)+2020\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

Áp dụng các BĐT cơ bản $\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}\ge\frac{(x+y)^2}{a+b}$ và $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}$ ta có:

$$\left(\frac{a^4}{ab}+\frac{b^4}{ab}\right)+2020\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge\frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{2ab}+2020.\frac{4}{a+b}$$
$$\ge\frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{a^2+b^2}+\frac{8080}{a+b}=a^2+b^2+\frac{8080}{a+b}$$
$$\ge\frac{1}{2}(a+b)^2+\frac{8080}{a+b}$$
$$=\frac{(a+b)^2}{2}+\frac{4}{a+b}+\frac{4}{a+b}+\frac{8072}{a+b}$$
$$\ge3\sqrt[3]{\frac{(a+b)^2}{2}.\frac{4}{a+b}.\frac{4}{a+b}}+\frac{8072}{2}=4042$$
$$\Rightarrow F\ge4042$$
$$\Rightarrow F_{\min}=4042 \text{ khi } a=b=1.$$