

**CHUYÊN ĐỀ: BÀI TOÁN VỀ CHỮ SỐ TẬN CÙNG****Phương pháp giải****1. Chữ số tận cùng là các chữ số khác 0.**

- Chữ số tận cùng của tổng bằng chữ số tận cùng của tổng các chữ số hàng đơn vị của các số hạng trong tổng ấy.
- Chữ số tận cùng của tích bằng chữ số tận cùng của tích các chữ số hàng đơn vị của các thừa số trong tích ấy.
- Tổng  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 9$  có chữ số tận cùng bằng 5.
- Tích một số có chữ số tận cùng là 5 với một số lẻ có tận cùng là 5.
- Tích hai số có chữ số tận cùng là các số tự nhiên liên tiếp chỉ có thể cho kết quả có các chữ số tận cùng là: 0, 2 hoặc 6.
- Tích của 4 thừa số 3 ( $3 \times 3 \times 3 \times 3$ ) có tận cùng là 1.
- Tích của 4 thừa số 2 ( $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ) có tận cùng là 6.
- Tích của 4 thừa số 9 ( $9 \times 9 \times 9 \times 9$ ) có tận cùng là 1.
- Tích các số có tận cùng là 1 có tận cùng là 1.
- Tích của tất cả các số có tận cùng là 6 có tận cùng là 6.
- Tích của chẵn các thừa số 4 ( $4 \times 4 = 16$ ) có tận cùng là 6
- Tích của lẻ các thừa số 4 ( $4 \times 4 \times 4 = 64$ ) có tận cùng là 4.

**2. Chữ số tận cùng là các chữ số 0**

- Tích một số có chữ số tận cùng là 5 với một số chẵn có tận cùng là 0.
- Khi nhân một số (khác số tròn chục, tròn trăm..) với các số tròn chục 10; 20; 30; 40; 60; 70; 80; 90 ta được tích là số tận cùng là một chữ số 0.
- Các số 5; 15; 35; 45; 55; 65; 85; 95; 105; 115; 135; 145; 165;..... khi nhân với một số chẵn ta được tích là số có tận cùng là một chữ số 0.
- Các số 25; 50; 75 khi nhân với một số chia hết cho 4 ta được tích là số có tận cùng là hai chữ số 0.

**Ví dụ 1.**

Không thực hiện các phép tính, tìm chữ số tận cùng của biểu thức sau:

$$(2001 + 2002 + \dots + 2009) - (21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109)$$

**Giải:**

Ta thấy chữ số tận cùng của tổng  $2001 + 2002 + \dots + 2009$  bằng chữ số tận cùng của tổng  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 \Rightarrow 2011 + 2012 + \dots + 2019$  có chữ số tận cùng là 5

Chữ số tận cùng của tổng  $21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109$  bằng chữ số tận cùng của tổng  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 \Rightarrow 21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109$  có chữ số tận cùng là 5

Vậy  $(2001 + 2002 + \dots + 2009) - (21 + 32 + 43 + \dots + 98 + 109)$  có chữ số tận cùng là 0.

**Ví dụ 2.**

Tìm chữ số tận cùng của biểu thức:

$$123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561 - 71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79$$

**Giải:**

Tìm chữ số tận cùng của  $123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561$

Ta xét  $3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 1$  là tích của số 5 và các số lẻ nên có tận cùng là 5

$\Rightarrow 123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561$  có chữ số tận cùng là 5

Tương tự ta có:  $71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79$  có chữ số tận cùng là 5

Vậy  $123 \times 235 \times 347 \times 459 \times 561 - 71 \times 73 \times 75 \times 77 \times 79$  có chữ số tận cùng là 0

**Ví dụ 3.**

Tìm chữ số tận cùng của  $A = 3 \times 3 \times \dots \times 3$  (50 thừa số 3)

**Giải:**

Ta có:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ , tích của 4 chữ số 3 cho chữ số tận cùng bằng 1.

Vì  $50 : 3 = 16$  dư 2

Vậy 50 thừa số 3 ta nhóm được 16 nhóm (mỗi nhóm 4 thừa số 3) và dư ra 2 thừa số 3

$$A = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times \dots \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times 3 \times 3$$

Cứ mỗi nhóm có chữ số tận cùng là 1

Vậy tích A có chữ số tận cùng là 9.

**Ví dụ 4.**

Tích sau tận cùng bằng chữ số nào?

$$B = 4 \times 14 \times 24 \times 34 \times \dots \times 164$$

**Giải:**

Tích trên có số thừa số:  $(164 - 4) : 10 + 1 = 17$  ( thừa số)

Ta có:  $4 \times 4 = 16$ , tích của 2 chữ số 4 cho chữ số tận cùng là 6.

$$\text{Vì } 17 : 2 = 8 \text{ dư } 1$$

Vậy 17 thừa số trên ta nhóm được 8 nhóm (mỗi nhóm 2 thừa số) và dư ra 1 thừa số.

$$B = (4 \times 14) \times (24 \times 34) \times \dots \times (144 \times 154) \times 164$$

Cứ mỗi nhóm có chữ số tận cùng là 6, số 164 có tận cùng là 4

Vậy B có chữ số tận cùng là 4.

**Ví dụ 5.**

Tích  $A = 4 \times 11 \times 15 \times 6 \times 17 \times 25 \times 45$  tận cùng là bao nhiêu chữ số 0?

**Giải:**

Tích của 4 và 25 có 2 chữ số 0 tận cùng

Tích của 6 và 45 có 1 chữ số 0 tận cùng

Vậy A có 3 chữ số 0 tận cùng.

**Ví dụ 6.**

Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 50$$

**Giải:**

Các thừa số chia hết cho 5 trong tích trên là 5 ; 10 ; 15 ; .... 50

Số thừa số chia hết cho 5 là  $(50 - 5) : 5 + 1 = 10$  (số)

Có 2 thừa số chia hết cho 25 là 25 và 50.

$$\text{Ta có } 25 = 5 \times 5 \text{ và } 50 = 5 \times 5 \times 2$$

Số thừa số 5 trong tích là  $10 + 2 = 12$  (thừa số 5)

Số thừa số chẵn là  $(50 - 2) : 2 + 1 = 25$  (số)

Mỗi thừa số 5 khi nhân với một số chẵn cho tận cùng là 1 chữ số 0.

Vậy tích đã cho có 12 chữ số 0 tận cùng.

**Ví dụ 7.**

Cho  $X = A - B$ , biết:

$$A = 3 \times 13 \times 23 \times \dots \times 2003 \times 2013$$

$$B = 2 \times 12 \times 22 \times \dots \times 2002 \times 2012$$

Hỏi  $X$  có chia hết cho 5 không?

**Giải:**

$A$  có số các thừa số là:  $(2013 - 3) : 10 + 1 = 202$  (thừa số)

$B$  có số các thừa số là:  $(2012 - 2) : 10 + 1 = 202$  (thừa số)

Ta thấy tích của 4 thừa số tận cùng là 3 sẽ có chữ số tận cùng là 1.

$$\text{Vì } 202 : 4 = 50 \text{ dư } 2$$

Vậy  $A$  là tích của 50 nhóm (mỗi nhóm có 4 thừa số tận cùng là 3) và dư ra 2 thừa số tận cùng là 3

$\Rightarrow A$  có tận cùng là 9.

Tương tự như trên: Tích của 4 thừa số có chữ số tận cùng là 2 có tận cùng là 6.

$$\text{Vì } 202 : 4 = 50 \text{ dư } 2$$

Vậy  $B$  là tích của 50 nhóm (mỗi nhóm có 4 thừa số có chữ số tận cùng là 2) và dư ra 2 thừa số có chữ số tận cùng là 2.

$\Rightarrow B$  tận cùng là 4.

Vậy  $X$  có tận cùng là 5 vì  $9 - 4 = 5$  nên  $X$  chia hết cho 5.

**BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài 1.** Không thực hiện các phép tính, hãy cho biết mỗi kết quả sau có tận bằng chữ số nào?

a)  $(1999 + 2378 + 4545 + 7956) - (315 + 598 + 736 + 89)$

b)  $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019$

c)  $11 \times 13 \times 15 \times 17 + 23 \times 25 \times 27 \times 29 + 31 \times 33 \times 35 \times 37 + 45 \times 47 \times 49 \times 51$

d)  $56 \times 66 \times 76 \times 86 - 51 \times 61 \times 71 \times 81$

**Bài 2.** Kết quả của dãy tính sau tận cùng là chữ số nào?

a)  $1991 \times 1992 \times 1993 \times 1994 + 1995 \times 1996 \times 1997 \times 1998 \times 1999$

b)  $1992 \times 1993 \times 1994 \times 1995 + 1996 \times 1997 \times 1998 \times 2000$

**Bài 3.** Tìm chữ số tận cùng của biểu thức sau:

$$A = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 2019$$

**Bài 4.** Tìm chữ số tận cùng của dãy sau:  $11 \times 13 \times 15 \times \dots \times 2019$

**Bài 5.** Tích  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 98 \times 99 \times 100$  có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

**Bài 6 (Cầu Giấy 2013 – 2014).** Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

$$A = 34 \times 35 \times 36 \times \dots \times 85$$

**Bài 7.** Tích sau có tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

$$S = 29 \times 30 \times 31 \times \dots \times 255$$

**Bài 8.** Tìm chữ số tận cùng của:  $A = 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$  (101 số 2)

**Bài 9:** Tìm chữ số tận cùng của  $S = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times \dots \times 9 \times 9$  (2020 số 9)

**Bài 10:** Tìm chữ số tận cùng của  $S = 3 \times 13 \times 23 \times 33 \times \dots \times 2013$

**Bài 11:** Tìm chữ số tận cùng của  $S = 7 \times 17 \times 27 \times \dots \times 2037 \times 2047$

**Bài 12:** Lấy số 4 nhân với chính nó 2007 lần. Hỏi kết quả của phép tính có chữ số hàng đơn vị bằng bao nhiêu.

**Bài 13:** Lấy số 7 nhân với chính nó 78 lần thì được một số có chữ số tận cùng bằng bao nhiêu.

**Bài 14:** Tìm chữ số tận cùng của dãy sau:  $11 \times 13 \times 15 \times 17 \times \dots \times 2019$

**Bài 15:** Tìm chữ số tận cùng của  $S = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4 \times 4$  (2019 số 4)

**Bài 16:** Tìm chữ số tận cùng của  $S = 9 \times 19 \times 29 \times \dots \times 2019 \times 2029$

**Bài 17:** Tìm chữ số tận cùng của kết quả sau:

$$A = 1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019 + 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 2018$$

**Bài 18:** Tìm chữ số tận cùng của  $S = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 2$  (2019 số 2)

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Bài 1.**

a) Tổng  $1999 + 2378 + 4545 + 7956$  có chữ số tận cùng là 8

Tổng  $315 + 598 + 736 + 89$  có chữ số tận cùng là 8

Vậy  $(1999 + 2378 + 4545 + 7956) - (315 + 598 + 736 + 89)$  có chữ số tận cùng bằng 0.

b) Tích  $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019$  có tận cùng bằng 5 vì trong tích có thừa số 5 và các thừa số còn lại đều là số lẻ.

c) Các tích  $11 \times 13 \times 15 \times 17$ ;  $23 \times 25 \times 27 \times 29$ ;  $31 \times 33 \times 35 \times 37$  và  $45 \times 47 \times 49 \times 51$  đều có tận cùng bằng 5 nên kết quả của phép tính có chữ số tận cùng là 0.

d) Tích  $56 \times 66 \times 76 \times 86$  có tận cùng là 6.

Tích  $51 \times 61 \times 71 \times 81$  có tận cùng là 1

Vậy  $56 \times 66 \times 76 \times 86 - 51 \times 61 \times 71 \times 81$  có kết quả tận cùng là 5.

**Bài 2.**

a) Ta có  $1 \times 2 \times 3 \times 4$  có tận cùng là 4.

$5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9$  có tận cùng là 0

Nên  $1991 \times 1992 \times 1993 \times 1994 + 1995 \times 1996 \times 1997 \times 1998 \times 1999$  có tận cùng là 4.

b) Ta có  $2 \times 3 \times 4 \times 5$  có tận cùng là 0

$6 \times 7 \times 8 \times 0$  có tận cùng là 0

Nên  $1992 \times 1993 \times 1994 \times 1995 + 1996 \times 1997 \times 1998 \times 2000$  có tận cùng là 0

### Bài 3.

Biểu thức A có chữ số tận cùng là 0 vì 5 nhân với một số chẵn cho số có tận cùng là 0.

### Bài 4.

Tích trên có tận cùng là 5 vì 5 nhân với các số lẻ cho tích có tận cùng là 5.

### Bài 5.

Các thừa số chia hết cho 5 trong tích trên là: 5, 10, 15, 20, ....., 100

Số thừa số chia hết cho 5 là  $(100 - 5) : 5 + 1 = 20$  (số)

Số thừa số chia hết cho 25 là  $(100 - 25) : 25 + 1 = 4$  (số)

Ta có  $25 = 5 \times 5$

$$50 = 5 \times 5 \times 2$$

$$75 = 5 \times 5 \times 3$$

$$100 = 5 \times 5 \times 4$$

Số thừa số 5 trong tích là  $20 + 4 = 24$  (thừa số 5)

Mỗi thừa số 5 khi nhân với một số chẵn cho 1 chữ số 0 tận cùng.

Vậy tích đã cho có 24 chữ số 0 tận cùng.

### Bài 6.

Các thừa số chia hết cho 5 trong tích trên là: 35 ; 40 ; 45 ; ..... 85

Số thừa số chia hết cho 5 là

$$(85 - 35) : 5 + 1 = 11 \text{ (số)}$$

Có 2 thừa số chia hết cho 25 là 50 và 75

Trong đó:  $50 = 5 \times 5 \times 2$

$$75 = 5 \times 5 \times 3$$

Số thừa số 5 trong tích là  $11 + 2 = 13$  (thừa số 5)

Mỗi thừa số 5 khi nhân với một số chẵn cho tận cùng là 1 chữ số 0.

Vậy tích đã cho có 13 chữ số 0 tận cùng.

### Bài 7.

Các thừa số chia hết cho 5 là: 30 ; 35 ; 40 ; ..... 255

Số thừa số chia hết cho 5 là



$$(255 - 30) : 5 + 1 = 46 \text{ (số)}$$

Các thừa số chia hết cho 25 trong tích trên là 50 ; 75 ; 100 ; .... 250

Số thừa số chia hết cho 25 trong dãy trên là

$$(250 - 50) : 25 + 1 = 9 \text{ (số)}$$

Có 2 thừa số chia hết cho 125 trong dãy trên là 125 và 250.

Số thừa số 5 trong tích là  $46 + 9 + 2 = 57$  (thừa số 5)

Vậy tích đã cho tận cùng là 57 chữ số 0.

### Bài 8.

Ta có  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  nên tích của 4 số 2 cho chữ số tận cùng là 6

Mà  $101 : 4 = 25$  (dư 1)

Vậy 101 thừa số 2 ta nhóm được 25 nhóm và dư 1 thừa số 2.

Ta có  $\underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times \dots \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{25 \text{ nhóm}} \times 2$

Mỗi nhóm có chữ số tận cùng là 6.

Ta có tích của các thừa số 6 là  $6 \times 6 \times \dots \times 6$  có tận cùng là 6.

Vậy A có chữ số tận cùng là 2.

### Bài 9.

Ta có  $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$  nên tích của 4 thừa số 9 có chữ số tận cùng là 1

Mà  $2020 : 4 = 505$

Vậy 2020 thừa số 9 được chia thành 505 nhóm, mỗi nhóm 4 thừa số 9.

Ta có  $\underbrace{(9 \times 9 \times 9 \times 9) \times \dots \times (9 \times 9 \times 9 \times 9)}_{505 \text{ nhóm}}$

Mỗi nhóm đều có chữ số tận cùng là 1.

Ta có tích của các thừa số 1 có tận cùng là 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 1.

### Bài 10.

**Nhận xét:** Dãy trên gồm các thừa số có tận cùng là 3

Số các thừa số trong tích trên là  $(2013 - 3) : 10 + 1 = 202$  (số)

Ta có  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  nên tích của 4 thừa số có tận cùng là 3 thì cho chữ số tận cùng là 1.

Mà  $202 : 4 = 50$  (dư 2)

Vậy 202 thừa số được chia thành 50 nhóm (Mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 2 thừa số.

Xét tích các chữ số tận cùng của các thừa số:

$$S = \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3) \times \dots \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{50 \text{ nhóm}} \times 3 \times 3$$

Mỗi nhóm đều có tận cùng bằng 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 9

### Bài 11.

Nhận xét: Các thừa số trong tích trên đều có tận cùng là 7.

Số các thừa số trong tích trên là  $(2047 - 7) : 10 + 1 = 205$  (số)

Ta có tích của 4 thừa số 7 là  $7 \times 7 \times 7 \times 7$  có tận cùng là 1

Mà  $205 : 4 = 51$  (dư 1)

Vậy tích đã cho được chia thành 51 nhóm (mỗi nhóm 4 thừa số) và dư 1 thừa số

Xét tích các chữ số tận cùng của các thừa số:

$$Ta \text{ có } \underbrace{(7 \times 7 \times 7 \times 7) \times \dots \times (7 \times 7 \times 7 \times 7)}_{51 \text{ nhóm}} \times 7$$

Mỗi nhóm có tận cùng là chữ số 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 7.

### Bài 12.

Ta có tích của 4 thừa số 4 là  $4 \times 4 \times 4 \times 4$  có tận cùng là 6

Mà  $2007 : 4 = 501$  (dư 3)

Vậy 2007 thừa số được chia thành 501 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số 4) và dư 3 thừa số 4

$$Ta \text{ có } \underbrace{(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times \dots \times (4 \times 4 \times 4 \times 4)}_{501 \text{ nhóm}} \times 4 \times 4 \times 4$$

Mỗi nhóm có tận cùng là 6. Ta có tích của các thừa số 6 có tận cùng là 6.

Vậy tích của 2007 thừa số 4 có tận cùng là chữ số 4.

### Bài 13.

Ta có tích của 4 thừa số 7 là  $7 \times 7 \times 7 \times 7$  có tận cùng là 1

Mà  $78 : 4 = 19$  (dư 2)

Vậy 78 thừa số được chia thành 19 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 2 thừa số

$$Ta \text{ có } \underbrace{(7 \times 7 \times 7 \times 7) \times \dots \times (7 \times 7 \times 7 \times 7)}_{19 \text{ nhóm}} \times 7 \times 7$$

Mỗi nhóm có tận cùng là 1.

Vậy tích của 78 thừa số 7 có chữ số tận cùng là 9.



**Bài 14.** Tích  $11 \times 13 \times 15 \times 17 \times \dots \times 2019$  có tận cùng bằng 5 vì trong tích có thừa số tận cùng 5 nhân với các số lẻ.

**Bài 15.**

Ta có  $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$  có tận cùng là 6

Mà  $2019 : 4 = 504$  (dư 3)

Vậy 2019 thừa số được chia thành 504 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 3 thừa số

Ta có  $\underbrace{(4 \times 4 \times 4 \times 4) \times \dots \times (4 \times 4 \times 4 \times 4)}_{504 \text{ nhóm có tận cùng là 6}} \times 4 \times 4 \times 4$

Mỗi nhóm có tận cùng là 6. Ta có tích của các thừa số 6 có tận cùng là 6.

Vậy tích của S có chữ số tận cùng là 4.

**Bài 16.**

Số các thừa số trong tích trên là  $(2029 - 9) : 10 + 1 = 203$  (số)

Nhận xét: Các thừa số trong tích đều có tận cùng là 9.

Ta có tích của 4 thừa số 9 là  $9 \times 9 \times 9 \times 9$  có tận cùng là 1

Mà  $203 : 4 = 50$  (dư 3)

Vậy 203 thừa số được chia thành 50 nhóm (mỗi nhóm gồm 4 thừa số) và dư 3 thừa số.

Xét tích các chữ số tận cùng của các thừa số:

Ta có  $\underbrace{(9 \times 9 \times 9 \times 9) \times \dots \times (9 \times 9 \times 9 \times 9)}_{50 \text{ nhóm}} \times 9 \times 9 \times 9$

Mỗi nhóm có tận cùng là 1.

Vậy S có chữ số tận cùng là 9.

**Bài 17.**

Tích  $1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9 \times \dots \times 2019$  có tận cùng là 5 (Vì tích có thừa số 5 nhân với các số lẻ)

Tích  $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \dots \times 2018$  có tận cùng là 0 (Vì trong tích có các thừa số tận cùng là 0)

Vậy A có tận cùng là 5.

**Bài 18.**

Ta có tích của 4 thừa số 2 là  $2 \times 2 \times 2 \times 2$  có tận cùng là 6

Mà  $2019 : 4 = 504$  (dư 3)

Vậy 2019 thừa số được chia thành 504 nhóm (mỗi nhóm 4 thừa số) và dư 3 thừa số

Ta có  $\underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2) \times \dots \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{504 \text{ nhóm}} \times 2 \times 2 \times 2$

Mỗi nhóm có tận cùng là 6. Ta có tích của các thừa số 6 có tận cùng là 6.

Vậy S có chữ số tận cùng là 8.

Loigiaihay.com

Loigiaihay.com

Loigiaihay.com

Loigiai

Loigiaihay.com

Loigiaihay.com

Loigiaiha

Loigiaihay.com