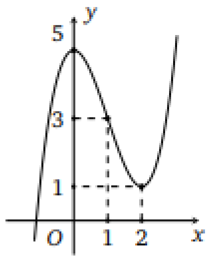
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I – ĐỀ SỐ 5

MÔN TOÁN - LỚP 12

Câu 1: Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b,\ (a > 0, b > 0)$ thì giá trị của x bằng

A. a^4b^5 **B.** $4a + 5b$. **C.** a^5b^4 **D.** $5a + 4b$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 2 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 1

Câu 3: Thể tích V của khối phương có cạnh bằng a là

A. $V = \dfrac{a^3}{6}$ **B.** $V = \dfrac{a^3}{2}$ **C.** $V = 3a^3$ **D.** $V = a^3$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biên thiên như hình vẽ. Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$1 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 1$

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{2x - 3}$ bằng

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Câu 6: Cho khối lặng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ **B.** $V=6a^3$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **D.** $V=2a^3$

Câu 7: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4,\sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a>0$ ta được kết quả $A=a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m,n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2+n^2=409$ **B.** $m^2+n^2=543$ **C.** $m^2-n^2=312$ **D.** $m^2-n^2=-312$

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f\left(-1\right)\ge f\left(1\right)$ **B.** $f\left(\pi\right)>f\left(3\right)$ **C.** $f\left(3\right)<f\left(2\right)$ **D.** $f\left(\pi\right)=f\left(e\right)$

Câu 9: Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\pi r^2h$ **B.** $V=\pi rh$ **C.** $V=\dfrac{1}{2}\pi r^2h$ **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ **B.** $y=-x^3+3x^2-1$ **C.** $y=x^3-3x+2$ **D.** $y=x^4+3x^2-1$

Câu 11: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=2^{-x}$ **B.** $y=e^x$ **C.** $y=\left(\sqrt{5}\right)^x$ **D.** $y=2019^{\frac{x}{2}}$

Câu 12: Một khối chóp có thể tích V và có diện tích đáy bằng S. Chiều cao h của khối chóp đó bằng

A. $h=V.S$ **B.** $h=\dfrac{3V}{S}$ **C.** $h=\dfrac{V}{S}$ **D.** $h=\dfrac{V}{3S}$

Câu 13: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm AB và AC, tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\dfrac{1}{4}V$ **B.** $\dfrac{1}{2}V$ **C.** $\dfrac{1}{3}V$ **D.** $\dfrac{1}{12}V$

Câu 14: Một người có 58000000 đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với kỳ hạn 1 tháng (theo hình thức lãi kép), sau đúng 8 tháng thì lĩnh về được 61328000 đồng cả gốc và lãi. Tìm lãi suất hàng tháng.

A. $0,6\%/$ tháng. **B.** $0,7\%/$ tháng **C.** $0,8\%/$ tháng **D.** $0,5\%/$ tháng

Câu 15: Trong không gian cho hai điểm $A,\ B$. Tập hợp các điểm M sao cho diện tích tam giác MAB không đổi là

A. Một mặt trụ. **B.** Một mặt nón. **C.** Hai đường thẳng song song **D.** Một điểm.

Câu 16: Điều kiện xác định của hàm số $y=\log_2\left(x-1\right)$ là

9 **A.** $x\ne1$ **B.** $x<1$ **C.** $x>1$ **D.** $x\in\mathbb{R}$

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$-$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

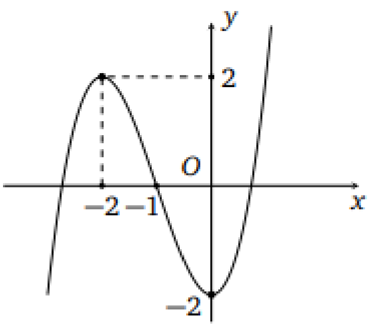
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

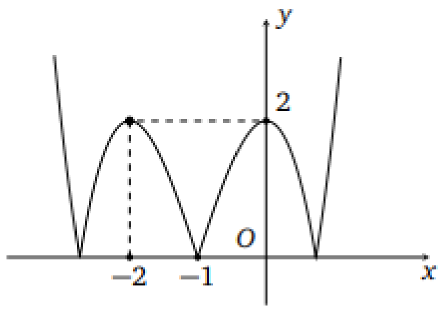
Câu 19: Hàm số nào sau đây được gọi là hàm số lũy thừa?

A. $y = e^x$. **B.** $y = 2019^{-x}$ **C.** $y = x^{-2019}$ **D.** $y = \ln x$

Câu 20: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như hình 1.



Hình 1



Hình 2

Đồ thị hình 2 là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \left||x|^2 + 3x^2 - 2\right|$ **B.** $y = \left|x^3 + 3x^2 - 2\right|$ **C.** $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$ **D.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 21: Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0?

A. $y_0 = -1$ **B.** $y_0 = 4$ **C.** $y_0 = 0$ **D.** $y_0 = 2$

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\sqrt{2}}$ là:

A. $\mathbb{R}$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $[2;+\infty)$ **D.** $(2;+\infty)$

Câu 23: Hình lăng trụ tam giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 24: Cho $0 < a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

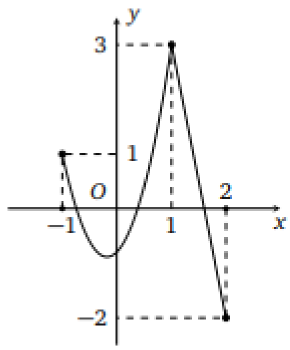
A. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0;+\infty)$

B. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là tập $\mathbb{R}$.

C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và đồ thị hàm số như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M+m$ bằng



A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 0

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình dưới.

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ **B.** Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$ **D.** $x=1$ là điểm cực trị của hàm số.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x+m-1}$ có tiệm cận đứng.

A. $m=3$ **B.** $m \neq -1$ **C.** $m \neq 1$ **D.** $m=-3$

Câu 28: Cho hàm số $y = \dfrac{2x-5}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 29: Cho tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 3a$, $OB = OC = 2a$. Thể tích V của khối tứ diện đó là

A. $V = 3a^3$ **B.** $V = 2a^3$ **C.** $V = a^3$ **D.** $V = 6a^3$

Câu 30: Một khối nón có bán kính đáy $r=2$, đường cao $h=3$ thì có thể tích V là:

A. $V=2\pi$ **B.** $V=12\pi$ **C.** $V=4\pi$ **D.** $V=6\pi$

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-3x^2-2019$. Với các số thực a, b thực thỏa mãn $a<b$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ bằng:

A. $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$ **B.** $f\left(\sqrt{ab}\right)$ **C.** $f(a)$ **D.** $f(b)$

Câu 32: Cho $a>1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{-\sqrt{3}}>a^{-\sqrt{5}}$ **B.** $\sqrt[3]{a^2}>a$ **C.** $a^{\frac{1}{3}}>\sqrt{a}$ **D.** $\dfrac{1}{a^{2019}}<\dfrac{1}{a^{2020}}$

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y=\log_3\dfrac{10-x}{x^2-3x+2}$ là:

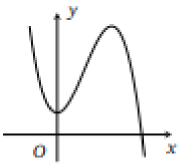
A. $D=(2;10)$ **B.** $D=(-\infty;1)\cup(2;10)$ **C.** $D=(-\infty;10)$ **D.** $D=(1;+\infty)$

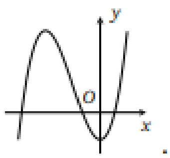
Câu 34: Hàm số $y=2^{2\ln x+2x^2}$ có đạo hàm là

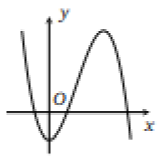
A. $y'=\left(\dfrac{1}{x}+2x\right).2^{2\ln x+2x^2}.\ln 2$ **B.** $y'=\dfrac{4^{\ln x+x^2}}{\ln 2}$

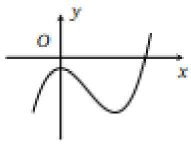
C. $y'=\left(\dfrac{1}{x}+2x\right).4^{2\ln x+2x^2}.\ln 4$ **D.** $y'=\left(\dfrac{1}{x}+2x\right).\dfrac{2^{2\ln x+2x^2}}{\ln 2}$

Câu 35: Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có đồ thị là một trong bốn hình sau đây. Hỏi đó là hình nào?

A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 36: Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị (S). Gọi A, B, C là các điểm phân biệt trên (S) có tiếp tuyến với (S) tại các điểm đó song song với nhau. Biết A, B, C cùng nằm trên một parabol (P) có đỉnh $I\left(\dfrac{1}{6};y_0\right)$. Tìm y_0.

A. $y_0=-\dfrac{1}{6}$ **B.** $y_0=-\dfrac{1}{36}$ **C.** $y_0=\dfrac{1}{36}$ **D.** $y_0=\dfrac{1}{6}$

Câu 37: Tìm số dương b lớn nhất của hàm số $y=x^3-3bx^2+b-1$ trên đoạn $[-1;b]$ bằng 10.

A. $b=11$ **B.** $b=\dfrac{3}{2}$ **C.** $b=\dfrac{5}{2}$ **D.** $b=10$

Câu 38: Cho hai số thực x, y thỏa mãn điều kiện $3(x+y)^2+5(x-y)^2=4$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn $m(2xy+1)=1010(x^2+y^2)^2+1010(x^2-y^2)^2$.

A. 1175 **B.** 236 **C.** 235 **D.** 1176

Câu 39: Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$. Tính tổng $S=f'\left(1\right)+f'\left(2\right)+...+f'\left(2019\right)$.

A. $S=\dfrac{4039}{2020}$ **B.** $S=\dfrac{2019}{2020}$ **C.** $S=-\dfrac{2018}{2019}$ **D.** $S=-\dfrac{2019}{2020}$

Câu 40: Cho hàm số $y=2x^3+3\left(m-1\right)x^2+6\left(m-2\right)x-1$ với m là số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có các điểm cực trị và cực tiểu nằm trong khoảng $\left(-2;3\right)$.

A. $m\in\left(-1;4\right)$ **B.** $m\in\left(-1;3\right)\cup\left(3;4\right)$ **C.** $m\in\left(1;3\right)$ **D.** $m\in\left(3;4\right)$

Câu 41: Tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $f\left(x\right)=x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3$ tiếp xúc với trục hoành bằng

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** 0 **C.** $\dfrac{4}{3}$ **D.** 1

Câu 42: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy $r=3cm$ và thể tích của khối nón được tạo nên từ hình nón là $V=9\pi\sqrt{3}cm^3$. Tính góc ở đỉnh của nón đó.

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 45^0 **D.** 120^0

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{4^{\sin x}+m.6^{\sin x}}{9^{\sin x}+4^{1+\sin x}}$ không nhỏ hơn $\dfrac{1}{3}$
.

A. $m>\dfrac{2}{3}$ **B.** $m\geq\dfrac{2}{3}$ **C.** $m\geq\dfrac{13}{18}$ **D.** $\dfrac{2}{3}\leq m\leq\dfrac{13}{18}$

Câu 44: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Bất phương trình $f\left(x\right)<\sqrt{x^2+e}+m$ đúng với mọi $x\in\left(-3;-1\right)$ khi và chỉ khi

A. $m\geq f\left(-1\right)-\sqrt{e+1}$ **B.** $m>f\left(-1\right)-\sqrt{e+1}$ **C.** $m\geq f\left(-3\right)-\sqrt{e+9}$ **D.** $m>f\left(-3\right)-\sqrt{e+9}$

Câu 45: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm thỏa mãn $f'\left(x\right)=\left(4-x^2\right)g\left(x\right)+2019$ với $g\left(x\right)<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f\left(1-x\right)+2019x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-\infty;3\right)$ **B.** $\left(-1;3\right)$ **C.** $\left(3;+\infty\right)$ **D.** $\left(-1;+\infty\right)$

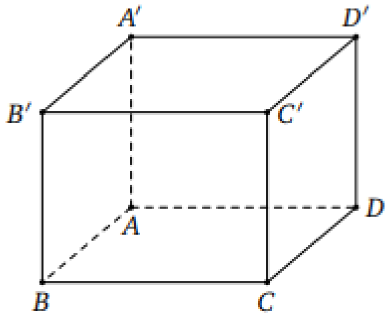
Câu 46: Cho hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{2019^t}{2019^t+m}$ với m là tham số thực. Số các giá trị của tham số m để $f\left(x\right)+f\left(y\right)=1$ với mọi $x,\ y$ thỏa mãn $e^{x+y-1}=e\left(x+y-1\right)$ là:

A. 0 **B.** 2 **C.** Vô số. **D.** 1

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác đều có cạnh bằng a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** a^3 **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3}{3}$

Câu 48: Độ dài các đường chéo của các mặt trong một hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đó bằng

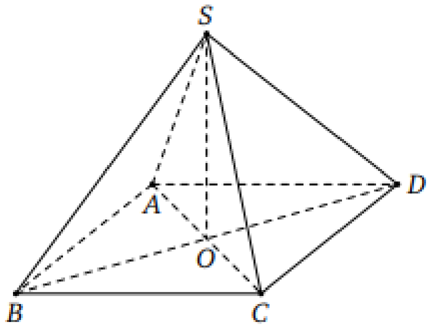


A. 6 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 5

Câu 49: Cho hình hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng 36, độ dài đường chéo bằng 6. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối hộp đó.

A. $8\sqrt{2}$ **B.** 18 **C.** 36 **D.** $24\sqrt{3}$

Câu 50: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó, thể tích của khối chóp bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. C	**2. C**	**3. D**	**4. A**	**5. D**	**6. A**	**7. C**	**8. B**	**9. A**	**10. D**
11. A	**12. B**	**13. A**	**14. B**	**15. A**	**16. C**	**17. A**	**18. D**	**19. C**	**20. B**
21. D	**22. D**	**23. A**	**24. D**	**25. C**	**26. C**	**27. B**	**28. B**	**29. B**	**30. C**
31. D	**32. A**	**33. B**	**34. C**	**35. C**	**36. C**	**37. A**	**38. B**	**39. D**	**40. B**
41. D	**42. A**	**43. B**	**44. A**	**45. C**	**46. B**	**47.C**	**48. A**	**49. A**	**50. B**

Câu 1 (TH) – *Hàm số Lôgarit*

Phương pháp:

Sử dụng các công thức:

$$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b \ \left(0 < a \neq 1,\ b > 0\right)$$
$$\log_a x + \log_a y = \log_a \left(xy\right) \ \left(0 < a \neq 1,\ x, y > 0\right)$$

Cách giải:

Ta có $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b$

$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 \left(a^5.b^4\right) \Leftrightarrow x = a^5 b^4$

Chọn C.

Câu 2 (NB) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp:

- Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

- Dựa vào đồ thị hàm số để xác định nghiệm của phương trình.

Cách giải:

Ta có $f\left(x\right) = 2$ có nghiệm là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(x\right) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 3 (NB) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Khối lập phương cạnh a có thể tích là $V = a^3$.

Cách giải:

Khối lập phương cạnh a có thể tích là $V = a^3$.

Chọn D.

Câu 4 (NB) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

Dựa vào bảng biến thiên để xác định các khoảng đơn điệu của hàm số.

- Hàm số đồng biến trên $\left(a;b\right)$ khi hàm số liên tục trên $\left(a;b\right)$ và $f'\left(x\right) > 0\ \forall x \in \left(a;b\right)$.

- Hàm số nghịch biến trên $\left(a;b\right)$ khi hàm số liên tục trên $\left(a;b\right)$ và $f'\left(x\right) < 0\ \forall x \in \left(a;b\right)$.

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

Chọn A.

Chú ý khi giải: Không kết luận hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\left\{2\right\}$.

Câu 5 (NB) – *Đường tiệm cận*

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có TCN $y=\dfrac{a}{c}$.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{2x-3}$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$.

Chọn D.

Câu 6 (TH) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là: $V=B.h$.

Cách giải:

Khối trụ tam giác đều có cạnh đáy a nên có diện tích đáy là $S_d=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V=S_d.h=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.6a=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Chọn A.

Câu 7 (TH) – *Lũy thừa*

Phương pháp:

Sử dụng các công thức: $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, $a^m.a^n=a^{m+n}$, $a^m:a^n=a^{m-n}$.

Cách giải:

Ta có $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^7}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-5}}}=\dfrac{a^{\frac{7}{3}}.a^{\frac{11}{3}}}{a^4.a^{-\frac{5}{7}}}=\dfrac{a^6}{a^{\frac{23}{7}}}=a^{\frac{19}{7}}$.

Khi đó $\begin{cases} m=19 \\ n=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2+n^2=410 \\ m^2-n^2=312 \end{cases}$.

Chọn C.

Câu 8 (NB) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(a)>f(b)\Leftrightarrow a>b$.

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(a)>f(b)\Leftrightarrow a<b$.

Cách giải:

Vì $f'(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó ta có: Vì $\pi>3$ nên $f(\pi)>f(3)$.

Chọn B.

Câu 9 (NB) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h thì có thể tích là $V=\pi r^2h$.

Cách giải:

Khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h thì có thể tích là $V=\pi r^2h$.

Chọn A.

Câu 10 (TH) – *Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số*

Phương pháp:

- Đồ thị hàm đa thức bậc ba không có trục đối xứng.

- Đồ thị hàm trùng phương nhận trục tung làm trục đối xứng.

- Đồ thị hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ không có trục đối xứng.

Cách giải:

Đồ thị hàm trùng phương nhận trục tung làm trục đối xứng nên đồ thị hàm số $y=x^4+3x^2-1$ làm trục đối xứng.

Chọn D.

Câu 11 (NB) – *Hàm số mũ*

Phương pháp:

Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0<a<1$.

Cách giải:

Ta có $y=2^{-x}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ là hàm số nghịch biến do $0<\dfrac{1}{2}<1$.

Chọn A.

Câu 12 (NB) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao h thì có thể tích $V=\dfrac{1}{3}Sh$.

Cách giải:

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}S.h\Rightarrow h=\dfrac{3V}{S}$.

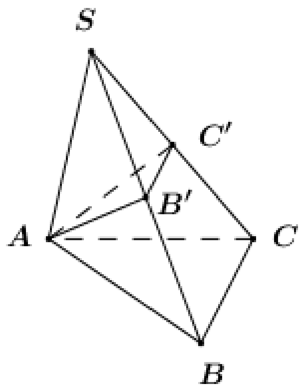
Chọn B.

Câu 13 (TH) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Áp dụng tỉ số thể tích Simpson.

Cách giải:



Ta có $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V$.

Chọn A.

Câu 14 (TH) – *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép: $A_n = A(1+r)^n$ trong đó

A_n: số tiền nhận được sau n kỳ hạn.

A: số tiền gửi ban đầu.

r: lãi suất 1 kỳ hạn.

n: số kỳ hạn gửi.

Cách giải:

Gọi lãi suất 1 tháng là $r\%$/ tháng.

Vì người đó gửi 58000000 đồng và sau 8 tháng người đó lĩnh được 61328000 triệu đồng cả gốc và lãi nên ta có: $61328000 = 58000000.(1+r\%)^8 \Leftrightarrow (1+r\%)^8 = \frac{3833}{3625} \Leftrightarrow 1+r\% \approx 1,007 \Leftrightarrow r \approx 0,7\%$.

Vậy lãi suất hàng tháng là $0,7\%$.

Chọn B.

Câu 15 (TH) – *Mặt trụ*

Phương pháp:

- Sử dụng công thức tính diện tích tam giác: $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}d(M;AB).AB$.

- Sử dụng khái niệm hình trụ.

Cách giải:

Ta có: $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2}d(M;AB).AB$. Do AB không đổi nên diện tích ΔMAB không đổi khi $d(M;AB)$ không đổi. Do đó tập hợp các điểm M là một mặt trụ.

Chọn A.

Câu 16 (NB) – *Hàm số Lôgarit*

Phương pháp:

Hàm số $y=\log_a f(x)$ xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định và $f(x)>0$.

Cách giải:

Hàm số $y=\log_2(x-1)$ xác đinh khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Chọn C.

Câu 17 (NB) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định các điểm cực trị của hàm số là điểm mà tại đó hàm số liên tục và qua đó đạo hàm đổi dấu.

Cách giải:

Dựa bào BBT ta thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu khi qua 3 điểm $x=-1;\ x=0;\ x=1$.

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn A.

Câu 18 (NB) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

Dựa vào BXD để xác định tính đơn điệu của hàm số dựa vào dấu của đạo hàm trên từng khoảng.

Cách giải:

Dựa vào BXD ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(0;+\infty)$.

Chọn D.

Chú ý khi giải: Không được kết luận hàm số nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Câu 19 (NB) – *Hàm số lũy thừa*

Phương pháp:

Áp dụng định nghĩa của hàm số lũy thừa: Hàm số lũy thừa là hàm số có dạng $y=x^{\alpha}$ với $\alpha \in \mathbb{R}$.

Cách giải:

Trong 4 đáp án chỉ có hàm số $y=x^{-2019}$ là hàm số lũy thừa.

Chọn C.

Câu 20 (TH) – *Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số*

Phương pháp:

Sử dụng cách vẽ đồ thị các hàm trị tuyệt đối.

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$:

- Vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)$.

- Lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục Ox qua trục Ox.

- Xóa đi phần đồ thị phía dưới trục Ox.

Cách vẽ đồ thị hàm số $y = f\left(|x|\right)$:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$.

- Xóa đi phần đồ thị nằm bên trái trục Oy.

- Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải trục Oy qua trục Oy.

Cách giải:

Đồ thị hàm số hình 2 có dạng là giữ phần trên trục hoành của hình 1 và lấy đối xứng của phần dưới trục hoành qua trục hoành nên đó là đồ thị của hàm số $y = \left|x^3 + 3x^2 - 2\right|$.

Chọn B.

Câu 21 (TH) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp:

- Giải phương trình hoành độ giao điểm tìm x_0.

- Thay x_0 vào một trong hai hàm số để tìm y_0.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + x + 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Do đó hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là $x_0 = 0$.

Thay $x_0 = 0$ vào hàm số $y = -2x + 2$ ta có $y_0 = -2.0 + 2 = 2$.

Vậy $y_0 = 2$.

Chọn D.

Câu 22 (TH) – *Hàm số lũy thừa*

Phương pháp:

Cho hàm số $y = \left[f\left(x\right)\right]^n$.

- Khi $n \in \mathbb{Z}^+$, hàm số xác định khi $f\left(x\right)$ xác định.

- Khi $n \in \mathbb{Z}^-$, hàm số xác định khi $f\left(x\right)$ xác định và $f\left(x\right) \ne 0$.

- Khi $n \notin \mathbb{Z}$, hàm số xác định khi $f\left(x\right)$ xác định và $f\left(x\right) > 0$.

Cách giải:

Ta có hàm số $y = \left(x - 2\right)^{\sqrt{2}}$ xác định khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(2; +\infty\right)$.

Chọn D.

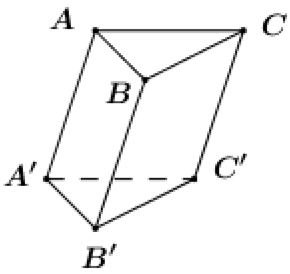
Câu 23 (NB) – *Khái niệm về khối đa diện*

Phương pháp:

Vẽ hình và đếm.

Cách giải:

Hình trụ tam giác có tất cả 9 cạnh.



Chọn A.

Câu 24 (TH) – *Hàm số Lôgarit*

Phương pháp:

- Hàm số $y = a^x$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ và có tập giá trị $(0;+\infty)$.

- Hàm số $y = \log_a x\ (0 < a \neq 1,\ x > 0)$ có TXĐ $D = (0;+\infty)$ và tập giá trị $D = \mathbb{R}$.

Cách giải:

Hàm số $y = a^x$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ và có tập giá trị $(0;+\infty)$ nên đáp án A, B sai.

Hàm số $y = \log_a x\ (0 < a \neq 1,\ x > 0)$ có TXĐ $D = (0;+\infty)$ và tập giá trị $D = \mathbb{R}$ nên đáp án C sai, đáp án D đúng.

Chọn D.

Câu 25 (NB) – *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số để xác định GTLN, GTNN của hàm số.

Cách giải:

Trên đoạn $[-1;2]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số là $M = 3$; giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = -2$

Vậy $M + m = 3 + (-2) = 1$.

Chọn C.

Câu 26 (TH) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

Dựa vào BXD xác định:

- Điểm cực tiểu của hàm số là điểm mà tại đó hàm số liên tục và qua đó đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương.

- Điểm cực đại của hàm số là điểm mà tại đó hàm số liên tục và qua đó đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải:

Dựa vào BXD ta thấy: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và đạt cực đại tại $x=1$.

Do đó đáp án sai là đáp án C.

Chọn C.

Câu 27 (TH) – *Đường tiệm cận*

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có TCĐ khi và chỉ khi nghiệm của tử không trùng với nghiệm của mẫu.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+m-1}$ có tiệm cận đứng khi $1-m\ne 2\Leftrightarrow m\ne -1$.

Chọn B.

Câu 28 (TH) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

Hàm số bậc nhất trên bậc nhất không có cực trị.

Cách giải:

Hàm số bậc nhất trên bậc nhất không có cực trị.

Chọn B.

Câu 29 (NB) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Thể tích của tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC$.

Cách giải:

Thể tích của tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc là: $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{3a.2a.2a}{6}=2a^3$.

Chọn B.

Câu 30 (NB) – *Mặt nón*

Phương pháp:

Thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đáy r là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Cách giải:

Khối nón có bán kính đáy $r=2$ và đường cao $h=3$ có thể tích là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi 2^2.3=4\pi.$$

Chọn C.

Câu 31 (TH) – *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp:

Dựa vào tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ trên $[a;b]$, từ đó suy ra GTNN của hàm số trên $[a;b]$.

Cách giải:

Ta có $f'(x) = -3x^2 - 2019 < 0$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $[a;b]$.

Mà $a < b \Rightarrow f(a) > f(b) \Rightarrow \min\limits_{[a;b]} f(x) = f(b)$.

Chọn D.

Câu 32 (TH) – *Hàm số lũy thừa*

Phương pháp:

So sánh hai lũy thừa:

+ Với $a > 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$.

+ Với $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$.

Cách giải:

Với $a > 1$ ta có: $-\sqrt{3} > -\sqrt{5} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > a^{-\sqrt{5}}$.

Chọn A.

Câu 33 (TH) – *Hàm số Lôgarit*

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)\ (0 < a \neq 1)$ xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log_3 \dfrac{10-x}{x^2-3x+2}$ xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \dfrac{10-x}{x^2-3x+2} > 0 \\ x^2-3x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-10}{(x-1)(x-2)} < 0 \\ x \neq 1;\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ 2 < x < 10 \end{array} \right..$$

Vậy TXĐ của hàm số là $(-\infty;1) \cup (2;10)$.

Chọn B.

Câu 34 (TH) – *Hàm số mũ*

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm: $(a^u)' = u'.a^u.\ln a$.

Cách giải:

Ta có: $y = 2^{2\ln x + 2x^2}$

$$\Rightarrow y' = \left(\frac{2}{x} + 4x\right).2^{2\ln x + 2x^2}.\ln 2$$
$$= \left(\frac{1}{x} + 2x\right).2^{2\ln x + 2x^2}.2\ln 2$$
$$= \left(\frac{1}{x} + 2x\right).2^{2\left(\ln x + x^2\right)}.\ln 2^2$$
$$= \left(\frac{1}{x} + 2x\right).4^{\ln x + x^2}.\ln 4$$

Chọn C.

Câu 35 (TH) – *Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình*

Phương pháp:

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

- Dựa vào dấu của hệ số a suy ra chiều của nhánh cuối cùng của đồ thị.

- Dựa vào dấu của hệ số d suy ra tính chất giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung.

- Loại dần đáp án và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên đồ thị hàm số có nhánh cuối cùng đi xuống. Do đó loại đáp án B và D.

Hàm số có hệ số $d = -1 < 0$ nên đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Do đó loại đáp án A.

Chọn C.

Câu 36 (VD) – *Tiếp tuyến của đồ thị hàm số*

Phương pháp:

- Vì tiếp tuyến của (S) tại A, B, C song song với nhau, nên 3 tiếp tuyến này có hệ số góc bằng nhau. Gọi hệ số góc của các tiếp tuyến đi qua A, B, C là k, từ đó suy ra $k = f'(x)$.

- Biến đổi hàm số ban đầu theo k, từ đó suy ra dạng của (P) theo k.

- Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có hoành độ đỉnh là $x = -\frac{b}{2a}$, từ đó giải phương trình tìm k.

- Thay vào tìm hàm số của parabol (P), thay $x_0 = \frac{1}{6}$ tìm y_0.

Cách giải:

Ta có $y = x^4 - 2x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$.

Vì tiếp tuyến của (S) tại A, B, C song song với nhau, nên 3 tiếp tuyến này có hệ số góc bằng nhau.

Gọi hệ số góc của các tiếp tuyến đi qua A, B, C là k, khi đó hoành độ các điểm A, B, C là nghiệm của phương trình $k = 4x^3 - 4x$.

Ta có $x^4-2x^2=\frac{1}{4}x\left(4x^3-4x\right)-x^2=\frac{1}{4}xk-x^2$.

Do 3 điểm A, B, C thuộc đồ thị hàm số $y=-x^2+\frac{1}{4}kx\ (P)$.

Theo giả thiết thì (P) có đỉnh $I\left(\frac{1}{6};y_0\right)$ nên $\frac{-\frac{1}{4}k}{2(-1)}=\frac{1}{6}\Rightarrow k=\frac{4}{3}$.

Khi đó $(P): y=-x^2+\frac{1}{3}x$.

Do $I\left(\frac{1}{6};y_0\right)\in(P)$ nên thay $x_0=\frac{1}{6}$ vào hàm số ta có $y_0=-\left(\frac{1}{6}\right)^2+\frac{1}{3}.\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$.

Chọn C.

Câu 37 (VD) – *Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*

Phương pháp:

Tìm đạo hàm của hàm số.

Tìm giá trị lớn nhất của hám số rồi suy ra *b*.

Cách giải:

Hàm số $y=x^3-3bx^2+b-1$ có đạo hàm $y'=3x^2-6bx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2b\end{array}\right.$

Vì $b>0\ (gt)$ nên ta có BBT:

x	-1		0		b		$2b$
y'		$+$	0	$-$	|	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$			

Dựa vào BBT ta có: $\max\limits_{[-1;b]} y=y(0)=b-1$.

Theo bài ra ta có $b-1=10\Leftrightarrow b=11\ (tm)$.

Vậy $b=11$.

Chọn A.

Câu 38 (VDC) – *Ôn tập chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số*

Phương pháp:

- Từ giả thiết và sử dụng hằng đẳng thức, biểu diễn x^2+y^2 và $\left(x^2-y^2\right)^2$ theo xy.

- Đặt $t=xy$, tìm tập giá trị của t.

- Cô lập m, đưa phương trình về dạng $m=f(t)$, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\min\limits_{[a;b]} f(t)\le m\le\max\limits_{[a;b]} f(t)$ với $[a;b]$ là tập giá trị của t.

- Khảo sát hàm số $y = f(t)$, tìm $\min\limits_{[a;b]} f(t);\ \max\limits_{[a;b]} f(t)$.

Cách giải:

Theo bài ra ta có:

$$
\begin{aligned}
& 3(x+y)^2+5(x-y)^2=4\\
\Leftrightarrow\ & 3x^2+6xy+3y^2+5x^2-10xy+5y^2=4\\
\Leftrightarrow\ & 8x^2-4xy+8y^2=4\\
\Leftrightarrow\ & 2x^2-xy+2y^2=1\\
\Leftrightarrow\ & x^2+y^2=\frac{1+xy}{2}
\end{aligned}
$$

Ta lại có: $\left(x^2-y^2\right)^2=\left(x^2+y^2\right)^2-4x^2y^2$.

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \left(x^2-y^2\right)^2 &= \frac{(1+xy)^2}{4}-4(xy)^2\\
&= \frac{1+2xy+(xy)^2}{4}-4(xy)^2\\
&= -\frac{15}{4}(xy)^2+\frac{1}{2}xy+\frac{1}{4}\ge 0\\
&\Leftrightarrow -\frac{1}{5}\le xy\le \frac{1}{3}
\end{aligned}
$$

Khi đó ta có:

$$
\begin{aligned}
& m(2xy+1)=1010\left(x^2+y^2\right)^2+1010\left(x^2-y^2\right)^2\\
\Leftrightarrow\ & m(2xy+1)=1010.\frac{(1+xy)^2}{4}+1010.\left[-\frac{15}{4}(xy)^2+\frac{1}{2}xy+\frac{1}{4}\right]
\end{aligned}
$$

Đặt $t=xy\ \left(-\frac{1}{5}\le t\le \frac{1}{3}\right)$. Khi đó ta có:

$$
\begin{aligned}
& m(2t+1)=\frac{1010}{4}(1+t)^2+1010\left[-\frac{15}{4}t^2+\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\right]\\
\Leftrightarrow\ & m(2t+1)=\frac{1010}{4}\left(1+2t+t^2-15t^2+2t+1\right)\\
\Leftrightarrow\ & m(2t+1)=\frac{505}{2}\left(-14t^2+4t+2\right)\\
\Leftrightarrow\ & m=\frac{505\left(-7t^2+2t+1\right)}{2t+1}\\
\Leftrightarrow\ & \frac{m}{505}=\frac{-7t^2+2t+1}{2t+1}=f(t)\ (*)\ \left(t\in\left[-\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]\right)
\end{aligned}
$$

Xét hàm số $f(t)=\frac{-7t^2+2t+1}{2t+1}$ với $t\in\left[-\frac{1}{5};\frac{1}{2}\right]$ ta có:

$$f'(t)=\frac{(-14t+2)(2t+1)-(-7t^2+2t+1).2}{(2t+1)^2}$$

$$f'(t)=\frac{-14t^2-14t}{(2t+1)^2}$$

$$f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\in\left[-\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]\\ t=-1\notin\left[-\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]\end{array}\right.$$

Ta có: $f(0)=1;\ f\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{8}{15};\ f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{15}$.

$$\Rightarrow \min_{\left[-\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]} f(t)=\frac{8}{15};\ \max_{\left[-\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right]} f(t)=1$$

Do đó phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{8}{15}\le\frac{m}{505}\le 1\Leftrightarrow\frac{808}{3}\le m\le 505$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{270;271;...;505\}$.

Chọn B.

Câu 39 (VD) – *Hàm số Lôgarit*

Phương pháp:

- Áp dụng công thức tính đạo hàm của hàm logarit: $(\ln u)'=\frac{u'}{u}$.

- Tính giá trị tổng quát $f'(k)$, sau đó rút gọn.

Cách giải:

Ta có $f(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}=-\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}.$$

$$\Rightarrow f'(k)=\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k}.$$

Khi đó ta có:

$$S=f'(1)+f'(2)+...+f'(2019)$$
$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{1}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+...+\frac{1}{2020}-\frac{1}{2019}$$
$$\Rightarrow S=\frac{1}{2020}-1=-\frac{2019}{2020}$$

Chọn D.

Câu 40 (VD) – *Cực trị của hàm số*

Phương pháp:

- Tìm đạo hàm của hàm số.

- Giải phương trình $y'=0$ tìm cực trị của hàm số theo ẩn m.

- Tìm điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị, giải các bất phương trình $\begin{cases}-2<x_{CT}<3\\-2<x_{CD}<3\end{cases}$.

Cách giải:

Ta có $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$

$\Rightarrow y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$

$y'=0\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2-m\end{array}\right.$

Để hàm số có các điểm cực đại và cực tiểu thì $2-m\neq-1\Leftrightarrow m\neq3$.

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị $x=-1;\ x=2-m\ \ (m\neq3)$.

Để các điểm cực đại và cực tiểu đều nằm trong khoảng $(-2;3)$ thì

$$\begin{cases}-2<-1<3\ (luon\ dung)\\-2<2-m<3\end{cases}\Leftrightarrow-1<m<4$$

Kết hợp điều kiện ta có $m\in(-1;3)\cup(3;4)$.

Chọn B.

Chú ý khi giải: HS thường quên mất việc phải tìm điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị và chọn nhầm đáp án A.

Câu 41 (VD) – *Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số*

Phương pháp:

- Hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}f(x)=g(x)\\f'(x)=g'(x)\end{cases}(*)$ có nghiệm.

- Từ một phương trình ta tìm m theo x, thế vào phương trình còn lại, giải phương trình tìm x.

- Nghiệm của hệ (*) chính là hoành độ tiếp điểm của hai đồ thị hàm số.

Cách giải:

Ta có $f(x)=x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3\Rightarrow f'(x)=3x^2-6mx+3m$

Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3$ tiếp xúc với trục hoành khi và chỉ khi hệ phương rình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3=0 \\ 3x^2-6mx+3m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3-3mx^2+3mx+m^2-2m^3=0 & (1) \\ x^2-2mx+m=0 & (2) \end{cases}$$

Phương trình (2) có nghiệm khi khi và chỉ khi $\Delta'=m^2-m\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có: $(2)\Leftrightarrow x^2=m(2x-1)$

TH1: $x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{1}{4}=0\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

TH2: $x\ne \frac{1}{2}\Leftrightarrow m=\frac{x^2}{2x-1}$. Thay vào (1) ta có

$$x^3-3\frac{x^2}{2x-1}.x^2+3.\frac{x^2}{2x-1}.x+\left(\frac{x^2}{2x-1}\right)^2-2\left(\frac{x^2}{2x-1}\right)^3=0$$

$$\Leftrightarrow x^3(2x-1)^3-3x^4(2x-1)^2+3x^3(2x-1)^2+x^4(2x-1)-2x^6=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ (2x-1)^3-3x(2x-1)^2+3(2x-1)^2+x(2x-1)-2x^3=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 8x^3-12x^2+6x-1-3(x-1)(4x^2-4x+1)+2x^2-x-2x^3=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 8x^3-12x^2+6x-1-3(4x^3-4x^2+x-4x^2+4x-1)+2x^2-x-2x^3=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ -6x^3+14x^2-10x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\ \ (tm) \\ x=1\ \ (tm) \\ x=\frac{1}{3}\ \ (ktm) \end{array}\right.$$

$\Rightarrow S=\{0;1\}$.

Vậy tổng các phần tử của S bằng 1.

Chọn D.

Câu 42 (VD) – *Mặt nón*

Phương pháp:

- Áp dụng công thức tính thể tích khối nón có bán kính đáy r, chiều cao h là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$, từ đó tính h.

- Góc ở đỉnh của hình nón là 2α thì $\tan\alpha=\frac{r}{h}$.

Cách giải:

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2h\Rightarrow 9\pi\sqrt{3}=\frac{1}{3}\pi.3^2h\Rightarrow h=3\sqrt{3}$.

Gọi góc ở đỉnh của hình nón là 2α ta có: $\tan\alpha = \frac{r}{h} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^0$.

Vậy góc ở đỉnh của hình nón là $2\alpha = 60^0$.

Chọn A.

Câu 43 (VDC) – *Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Đặt $t = \sin x,\ t \in [-1;1]$, hàm số trở thành: $y = f(t)$.

- Theo bài ra ta có $\max y \ge \frac{1}{3} \Leftrightarrow \exists t:\ f(t) \ge \frac{1}{3}$.

- Cô lập m, đưa bất phương trình về dạng $m \ge g(t)\ (*)$.

- Khảo sát hàm số $g(t)$, tìm điều kiện để bất phương trình (*) có nghiệm.

Cách giải:

Đặt $t = \sin x,\ t \in [-1;1]$, hàm số trở thành: $y = \frac{4^t + m.6^t}{9^t + 4^{1+t}}$.

Theo bài ra ta có $\max y \ge \frac{1}{3} \Leftrightarrow \exists t:\ \frac{4^t + m.6^t}{9^t + 4^{1+t}} \ge \frac{1}{3}$.

$$\Leftrightarrow 4^t + m.6^t \ge \frac{9^t + 4^{1+t}}{3}$$

$$\Leftrightarrow m.6^t \ge \frac{9^t + 4.4^t}{3} - 4^t = \frac{9^t + 4^t}{3}$$

$$\Leftrightarrow m \ge \frac{9^t + 4^t}{3.6^t} = g(t)\ (*)$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{9^t + 4^t}{3.6^t}$ ta có:

$$g'(t) = \frac{1}{3}.\frac{\left(9^t \ln 9 + 4^t \ln 4\right).6^t - \left(9^t + 4^t\right).6^t \ln 6}{6^{2t}}$$

$$g'(t) = \frac{1}{3}.\frac{9^t \ln 9 + 4^t \ln 4 - \left(9^t + 4^t\right).\ln 6}{6^t}$$

$$g'(t) = \frac{1}{3}.\frac{2.9^t \ln 3 + 2.4^t \ln 2 - \left(9^t + 4^t\right).\ln 2 - \left(9^t + 4^t\right).\ln 3}{6^t}$$

$$g'(t) = \frac{1}{3}.\frac{\left(9^t - 4^t\right)\ln 3 - \left(9^t - 4^t\right)\ln 2}{6^t}$$

$$g'(t) = \frac{1}{3}.\frac{\left(9^t - 4^t\right)\left(\ln 3 - \ln 2\right)}{6^t}$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 9^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^t = 1 \Leftrightarrow t = 0$$

BBT:

t	-1		0		1
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	$\frac{13}{18}$	$\searrow$	$\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$\frac{13}{18}$

Dựa vào BBT ta thấy (*) có nghiệm khi và chỉ khi $m \ge \frac{2}{3}$.

Chọn B.

Câu 44 (VD) – *Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Cô lập m, đưa bất phương trình về dạng $m > g(x)\ \forall x \in (-3;-1) \Leftrightarrow m \ge \max\limits_{[-3;-1]} g(x)$.

- Tính $g'(x)$, dựa vào BBT chứng minh $g'(x) > 0\ \forall x \in (-3;-1)$, tìm đó suy ra $\max\limits_{[-3;-1]} g(x)$.

Cách giải:

Ta có

$$f(x) < \sqrt{x^2+e} + m\ \forall x \in (-3;-1)$$
$$\Leftrightarrow m > f(x) - \sqrt{x^2+e} = g(x)\ \forall x \in (-3;-1)$$
$$\Leftrightarrow m \ge \max\limits_{[-3;-1]} g(x)$$

Ta có $g'(x) = f'(x) - \frac{x}{\sqrt{x^2+e}}$.

Dựa vào BBT ta có: Trên đoạn $(-3;-1)$ thì $\begin{cases} f'(x) > 0 \\ -\frac{x}{\sqrt{x^2+e}} > 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) > 0$.

Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-3;-1)$ $\max\limits_{[-3;-1]} g(x) = g(-1) = f(-1) - \sqrt{e+1}$.

Vậy $m \ge f(-1) - \sqrt{1+e}$.

Chọn A.

Câu 45 (VDC) – *Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số*

Phương pháp:

- Tính đạo hàm của hàm số $y = f(1-x) + 2019x + 2020$.

- Đặt $1-x=t$, biểu diễn y' theo t.

- Giải bất phương trình $y'<0$ và suy ra các khoảng nghịch biến của hàm số.

Cách giải:

Ta có $y=f(1-x)+2019x+2020 \Rightarrow y'=-f'(1-x)+2019$

Đặt $1-x=t \Rightarrow y'=-f'(t)+2019=-\left(4-t^2\right)g(t)$.

Ta có $y'<0 \Leftrightarrow \left(t^2-4\right)g(t)<0$.

Lại có $g(t)<0\ \forall t\in\mathbb{R}\ (gt)$ nên $t^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t>2 \\ t<-2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x>2 \\ 1-x<-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=f(1-x)+2019x+2020$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$; $(3;+\infty)$.

Chọn C.

Câu 46 (VD) – *Phương trình mũ và phương trình lôgarit*

Phương pháp:

- Đặt ẩn phụ $x+y-1=t$.

- Xét hàm số $g(t)=VT$, lập BBT của hàm số $g(t)$, từ đó tìm t. Từ đó suy ra $x+y$.

- Từ giả thiết $f(x)+f(y)=1$, quy đồng, từ đó tìm m.

Cách giải:

Ta có $e^{x+y-1}=e(x+y-1) \Leftrightarrow e^{x+y-1}-e(x+y-1)=0\ (1)$.

Đặt $x+y-1=t$. Đặt $g(t)=e^t-et \Rightarrow g'(t)=e^t-e=0 \Leftrightarrow t=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $e^t-et\ge 0$ dấu bằng xảy ra khi $t=1 \Rightarrow x+y=2$.

Mặt khác theo giả thiết ta có:

$$f(x)+f(y)=1 \Leftrightarrow \frac{2019^x}{2019^x+m}+\frac{2019^y}{2019^y+m}=1$$

$$\Leftrightarrow 2019^{x+y}+m2019^x+2019^{x+y}+m2019^y=2019^{x+y}+m\left(2019^x+2019^y\right)+m^2$$

$$\Leftrightarrow 2019^{x+y}=m^2 \Leftrightarrow 2019^2=m^2 \Leftrightarrow m=\pm 2019.$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

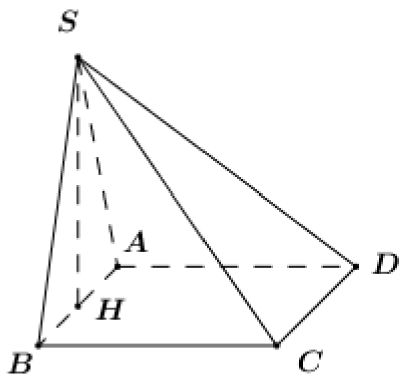
Chọn B.

Câu 47 (TH) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Áp dụng công thức tính thể tích.

Cách giải:



Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow SH \perp AB$ (do ΔSAB đều).

Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB);\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Tam giác SAB đều cạnh a nên $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AB = a$ $\Rightarrow S_{ABCD} = a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn C.

Câu 48 (VD) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

Áp dụng tính chất vuông góc và định lí Pytago.

Cách giải:

Hình hộp chữ nhật có các kích thước là *a,b,c*

Độ dài các đường chéo các mặt trong một hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$

Nên $\begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ b^2 + c^2 = 10 \\ c^2 + a^2 = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases} \Leftarrow V = 6$

Chọn A.

Câu 49 (VDC) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

Phương pháp:

- Gọi số đo của hình hộp chữ nhật là $a,\ b,\ c$. Diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật là $S_{tp} = 2(ab + bc + ca)$ và thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

- Sử dụng hằng đẳng thức biểu diễn $a + c$ theo b.

- Tính thể tích theo biến b, sử dụng phương pháp hàm số để tìm GTLN của hàm số.

Cách giải:

Gọi số đo của hình hộp chữ nhật là a, b, c.

Khi đó ta có $S_{tp}=2(ab+bc+ca)=36$ và độ dài đường chéo bằng 6 nên $a^2+b^2+c^2=36$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2=36 \\ ab+bc+ca=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+b+c)^2=72 \\ ab+bc+ca=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=6\sqrt{2} \\ b(a+c)+ac=18 \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} V=abc&=b\left[18-b(a+c)\right] \\ &=b\left[18-b\left(6\sqrt{2}-b\right)\right] \\ &=b\left[18-6\sqrt{2}b+b^2\right] \\ &=b^3-6\sqrt{2}b^2+18b=f(b) \end{aligned}$$

Ta có: $\begin{cases} a+c=6\sqrt{2}-b \\ b\left(6\sqrt{2}-b\right)+ac=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=6\sqrt{2}-b \\ ac=18+b^2-6\sqrt{2}b \end{cases}$

Để tồn tại a, c thì

$$\begin{aligned} &S^2\ge 4P \Leftrightarrow \left(6\sqrt{2}-b\right)^2 \ge 4\left(18+b^2-6\sqrt{2}b\right) \\ &\Leftrightarrow b^2-12\sqrt{2}b+72\ge 72+4b^2-24\sqrt{2}b \\ &\Leftrightarrow 3b^2-12\sqrt{2}b\le 0 \\ &\Leftrightarrow 0\le b\le 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(b)=b^3-6\sqrt{2}b^2+18b\ \left(0<b\le 4\sqrt{2}\right)$ ta có:

$$f'(b)=3b^2-12\sqrt{2}b+18=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=3\sqrt{2} \\ b=\sqrt{2} \end{array}\right. (tm)$$

$$f\left(3\sqrt{2}\right)=0;\ f\left(\sqrt{2}\right)=8\sqrt{2}$$

Ta có BBT:

b	0		$\sqrt{2}$		$3\sqrt{2}$		$4\sqrt{2}$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(b)$	0	$\nearrow$	$8\sqrt{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$11,31$

Từ BBT $\Rightarrow \max\limits_{\left[0;4\sqrt{2}\right]} f(b)=8\sqrt{2}$.

Vậy $V_{\max}=8\sqrt{2} \Leftrightarrow b=\sqrt{2}$.

Chọn A.

Câu 50 (VD) – *Khái niệm về thể tích của khối đa diện*

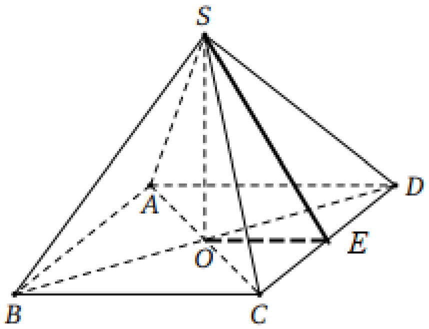
Phương pháp:

- Dựa vào giả thiết diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy tính chiều cao của mặt bên.

- Áp dụng định lí Pytago tính chiều khối chóp.

- Khối chóp có chiều cao h, diện tích đáy B có thể tích $V = \frac{1}{3}Bh.$

Cách giải:



Gọi E là trung điểm của CD. Vì ΔSCD cân tại S nên $SE \perp CD$.

Ta có $S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2}SE.CD$.

Theo bài ra ta có: $S_{xq} = 2d_{ABCD} \Leftrightarrow 4S_{\Delta SCD} = 2SE.a = 2a^2 \Rightarrow SE = a$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông SOE ta có: $SO = \sqrt{SE^2 - HE^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Chọn B.