ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I – ĐỀ SỐ 6

MÔN TOÁN - LỚP 12

Câu 1: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4x+5}=8$ là:

A. -2 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 2

Câu 2: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^4-6x^2$ **B.** $y=-x^3+3x^2-9x+1$ **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ **D.** $y=x^3+3x$

Câu 3: Gọi X là tập hợp tất cả các số nguyên $m\in[-2018;2018]$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\left|x^3-(2m+1)x^2+mx+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của tập hợp X ?

A. 1 **B.** 0 **C.** -1 **D.** 4036

Câu 4: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình sau vô nghiệm?

$$\left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2-4x+2m}-\left(3+\sqrt{3}\right)^{4x^2+4mx+4}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+(2m+2)x+2-m}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x^2+(6m+6)x+6-3m}$$

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 5: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=x^4-x^2+1$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=2x+3$ **B.** $y=2x-1$ **C.** $y=2x+1$ **D.** $y=1$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)=\log_2(\cos x)$. Phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2018\pi)$?

A. 1010 **B.** 1008 **C.** 2016 **D.** 2018

Câu 7: Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ đạt cực trị tại các điểm $x_1;x_2;x_3$. Tính $S=x_1+x_2+x_3$?

A. 0 **B.** 2 **C.** -1 **D.** -2

Câu 8: Cho hình trụ có chiều cao bằng 1, diện tích đáy bằng 3. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. 3π **B.** 3 **C.** 1 **D.** π

Câu 9: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2+1$ tại mấy điểm phân biệt?

A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 3

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{3a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\dfrac{a^3}{4}$

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|x^4-4x^2+3\right|=m$ có đúng 8 nghiệm phân biệt?

A. $0<m<3$ **B.** $1<m<3$ **C.** $-1<m<3$ **D.** $0<m<1$

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=2x^3-3(m+2)x^2+12mx$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. $m\le 3$ **B.** $m\le 2$ **C.** $m\ge 3$ **D.** $2<m<3$

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3)+1\ge 0$ là:

A. $\left(3;\frac{7}{2}\right]$ **B.** $(3;+\infty)$ **C.** $(3;5]$ **D.** $(-\infty;5)$

Câu 14: Biết rằng đồ thị của hàm số $y=2x+\sqrt{ax^2+bx+4}$ có một đường tiệm cận ngang là $y=-1$. Tính $2a-b^3$?

A. -72 **B.** 72 **C.** 56 **D.** -56

Câu 15: Có bao nhiêu số tự nhiêm m để hàm số $y=\sqrt{x^4-mx+48}$ xác định trên $(0;+\infty)$?

A. 32 **B.** 0 **C.** Vô số **D.** 33

Câu 16: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\pi^{1-x}$ **B.** $y=-\ln(x^2+1)$ **C.** $y=\left(\frac{1}{e}\right)^{-2x+1}$ **D.** $y=x^{\sqrt{2}}$

Câu 17: Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+3x^2+1$

A. $(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$ **C.** $(-2;0)$ **D.** $(-\infty;-3)\cup(0;+\infty)$

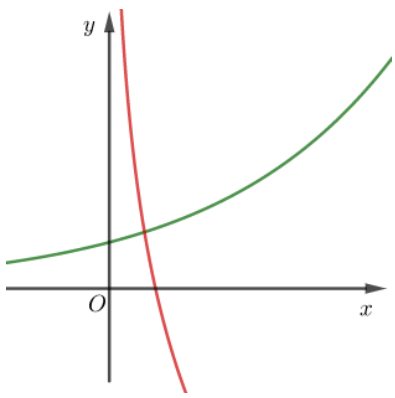
Câu 18: Cho $F(x)=\frac{x^2\ln x}{a}-\frac{x^2}{b}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.\ln x$ $(a,b$ là hằng số). Tính a^2-b?

A. 8 **B.** 0 **C.** 1 **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;3), B(-3;0;1), C(5;-8;8)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

A. $G(3;-6;12)$ **B.** $G(-1;2;-4)$ **C.** $G(1;-2;-4)$ **D.** $G(1;-2;4)$

Câu 20: Cho hai hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a;b>1$ **B.** $0<a;b<1$

C. $0<a<1<b$ **D.** $0<b<1<a$

Câu 21: Cho đồ thị (C): $y=x^3-6x^2+10mx+m^2-18m+22$ và đường thẳng $d: y=mx+m^2+6$, trong đó m là tham số thực và $m\le 1$. Biết rằng đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ M, N, P đến trục hoành?

A. 12 **B.** 18 **C.** 15 **D.** 21

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=3a$, $AD=4a$, SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $10a$ **B.** $5a$ **C.** $\frac{5\sqrt{3}a}{2}$ **D.** $5\sqrt{3}a$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y=\log\left(-x^2+6x-5\right)$ là $D=(a;b)$. Tính $b-a$?

A. 4 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 1

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Tính $F'\left(2\sqrt{2}\right)-F'(0)$

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $-\frac{8}{9}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 25: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-12x+36\right)^{\frac{1}{2}}$?

A. $D=\mathbf{R}$ **B.** $D=(6;+\infty)$ **C.** $D=\mathbf{R}\setminus\{6\}$ **D.** $D=[6;+\infty)$

Câu 26: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BMN) biết rằng BMN là tam giác đều cạnh $2a$.

A. $\frac{a}{3}$ **B.** $\sqrt{3}a$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

Câu 27: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 6x$?

A. $\int\cos 6xdx=6\sin 6x+C$ **B.** $\int\cos 6xdx=\frac{\sin 6x}{6}+C$

C. $\int\cos 6xdx=-\frac{\sin 6x}{6}+C$ **D.** $\int\cos 6xdx=\sin 6x+C$

Câu 28: Anh An vay ngân hàng một tỷ đồng để mua nhà với lãi suất cố định 0,8% một tháng. Sau đúng 1 tháng kể từ ngày vay tiền, mỗi tháng anh An đều đặn trả ngân hàng số tiền x (đồng) (ngày trả trùng với ngày vay). Sau 61 tháng kể từ ngày vay tiền anh An trả hết nợ. Hỏi x gần với số nào nhất trong các phương án dưới đây?

A. 27.000.000 đ. **B.** 20.700.000 đ **C.** 20.000.000 đ **D.** 20.800.000 đ

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a biết $SA=a, SB=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{4a^3}{3}$ **B.** $2a^3\sqrt{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 30: Cho $0<a\neq 1, b>0, c>0$. Biết $\log_a b=2;\ \log_a c=3$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{a^2}\left(b^2c^3\right)$.

A. $P=\frac{13}{2}$ **B.** $P=26$ **C.** $P=54$ **D.** $P=108$

Câu 31: Hình nào dưới đây có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất?

A. Hình tứ diện đều **B.** Hình lăng trụ tam giác đều

C. Hình lập phương **D.** Hình chóp tứ giác đều

Câu 32: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy là $2a$, mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60^0. Tính thế tích của khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và (S) đi qua điểm $A(3;0;2)$?

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$ **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$

Câu 34: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=2x^2-x^4$ song song với trục hoành?

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 35: Cho khối nón (N) có thể tích bằng 3π và có bán kính đáy bằng 3. Tính chiều cao của hình nón (N)?

A. 3 **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 1 **D.** $\sqrt{3}$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(\sin\alpha\sin\beta;0;0)$, $B(0;\sin\alpha\cos\beta;0)$, $C(0;0;\cos\alpha)$, trong đó α,β là hai số thực thay đổi. Biết rằng tập hợp tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $O.ABC$ là một mặt cầu (S) có bán kính R không đổi. Tìm R?

A. 1 **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=AD=5,\ BC=2;\ BD=3;\ CD=4$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

A. $\frac{25\sqrt{25}}{2\sqrt{311}}$ **B.** $\frac{25\sqrt{15}}{\sqrt{311}}$ **C.** $\frac{25}{6}$ **D.** $\frac{25}{\sqrt{311}}$

Câu 38 : Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Cực tiểu của hàm số bằng:

A. 1 **B.** -1 **C.** 3 **D.** 5

Câu 39: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hầm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;8]$?

A. $m = \dfrac{17}{2}$ **B.** $m = 5$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = -4$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có dáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a ?

A. $\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$ **B.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2}{3}$ **D.** $\dfrac{4\pi a^2}{9}$

Câu 41: Công ty ông Bình dự định đóng một thùng phi hình trụ (có đáy dưới và nắp đạy phía trên) bằng thép không rỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không rỉ là 350.000đ. Với chi phí không quá $6.594.000$ đ, hỏi công ty ông BÌnh có thể có được một thùng phi đựng được tối đa bao nhiêu tấn nước? (Lấy $\pi = 3,14$).

A. $12,56$ **B.** $6,28$ **C.** $3,14$ **D.** $9,52$

Câu 42 : Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là $3m$; $1m$; $3m$.

A. 9 **B.** $3m^3$ **C.** $7m^3$ **D.** $9m^3$

Câu 43: Đồ thị nào dưới đây không có tâm đối xứng?

A. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$ **C.** $y = x^3 - 3x$ **D.** $y = 6x^2 - x^3$

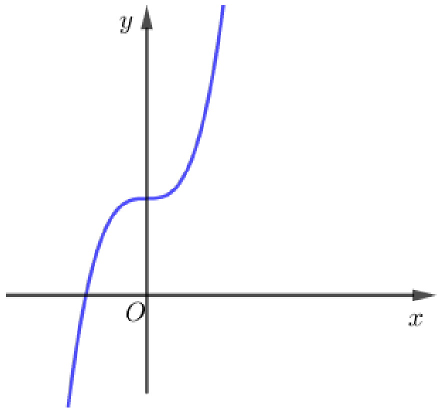
Câu 44: Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{2x^2 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1}$ **B.** $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ **C.** $y = \dfrac{3x+1}{x-1}$ **D.** $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$

Câu 45: Một hình chóp có 2018 cạnh. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu mặt?

A. 1010 **B.** 1009 **C.** 2017 **D.** 1011

Câu 46: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 - x + 2$ **B.** $y = x^3 - 3x + 2$

C. $y = x^4 - x^2 + 2$ **D.** $y = x^3 + 2$

Câu 47: Cho hình nón (N) có đỉnh I, tâm mặt đáy là O. Mặt phẳng (P) vuông góc với OI tại M và (P) chia khối nón (N) thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính tỉ số $\frac{IM}{IO}$?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 48: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4.e^{2x} + 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x) = 4e^{2x} + x^2 - 3$ **B.** $F(x) = 2e^{2x} + x^2 - 1$ **C.** $F(x) = 2e^{2x} + x^2 + 1$ **D.** $F(x) = 2e^{2x} - x^2 - 1$

Câu 49: Cho hình nón (N) có diện tích toàn phần gấp 3 lần diện tích đáy. Tính góc ở đỉnh của (N)?

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị của hàm số $y = (m-1)x^4 + (6-m)x^2 + m$ có đúng một cực trị?

A. 5 **B.** 1 **C.** 6 **D.** 0

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. C	**2. B**	**3. A**	**4. D**	**5. B**	**6. B**	**7. A**	**8. B**	**9. A**	**10. D**
11. D	**12. A**	**13. C**	**14. D**	**15. D**	**16. A**	**17. B**	**18. B**	**19. D**	**20. D**
21. C	**22. B**	**23. A**	**24. B**	**25. C**	**26. C**	**27. B**	**28. D**	**29. D**	**30. A**
31. C	**32. A**	**33. C**	**34. B**	**35. C**	**36. D**	**37. A**	**38. A**	**39. C**	**40. B**
41. B	**42. D**	**43. B**	**44. C**	**45. A**	**46. D**	**47. B**	**48. B**	**49. C**	**50. A**

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

Giải phương trình mũ cơ bản $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$2^{x^2-4x+5} = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 2+\sqrt{2} \\ x_2 = 2-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương tình đã cho là: $x_1 + x_2 = 4$.

Chọn C.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f(x)$ xác định trên $(a;b)$ và $f'(x) \le 0\ \forall x \in (a;b)$

(Lưu ý : Dấu "=" chỉ được xảy ra tại hữu hạn điểm).

Cách giải:

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ xác định và liên tục trên $(-\infty;+\infty)$ có:

$y' = -3x^2 + 6x - 9 = -3(x^2 - 2x + 1) - 6 = -3(x-1)^2 - 6 < 0\ \forall x \in \mathbb{R}.$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

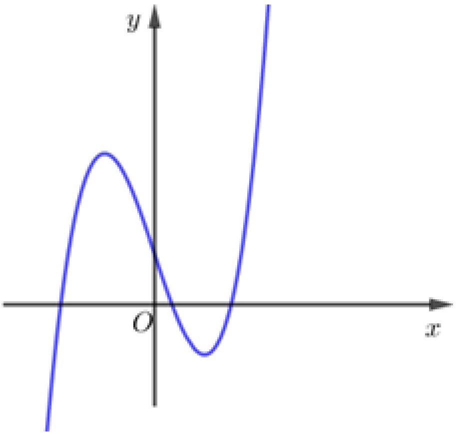
Chọn B.

Câu 3 (VD):

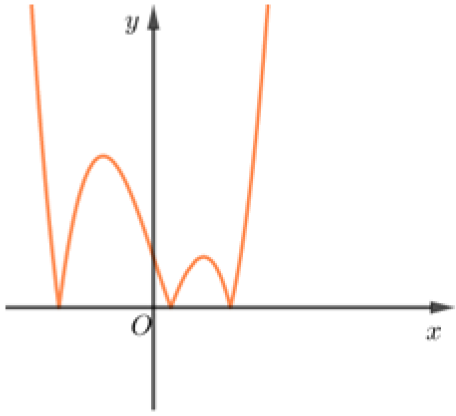
Phương pháp:

Hàm số $y = |f(x)| = |ax^3 + bx^2 + cx + d|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Minh họa :



$y = f(x)$



$y = |f(x)|$

Cách giải:

Hàm số $y = |x^3 - (2m+1)x^2 + mx + m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y = x^3 - (2m+1)x^2 + mx + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có :

$$\begin{aligned} & f(x) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x^3 - (2m+1)x^2 + mx + m = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-1)(x^2 - 2mx - m) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2mx - m = 0\ (1) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi pt(1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 - 2m.1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m > 0 \\ m \neq \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ m \neq \dfrac{1}{3} \end{cases} \quad (2)$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2018; 2018]$, kết hợp với (2) ta được $m = [-2018; -2] \cup [1; 2018]$, $m \in \mathbf{Z}$.

Vậy tổng các phần tử của tập hợp X là:

$$-(2018 + 2017 + ... + 3 + 2) + (1 + 2 + 3 + ... + 2018) = 1$$

Chọn A.

Câu 4 (VDC):

Cách giải:

TXĐ : $D = \mathbf{R}$

Ta có :

$$\left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2-4x+2m}-\left(3+\sqrt{3}\right)^{4x^2+4mx+4}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2+(2m+2)x+2-m}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x^2+(6m+6)x+6-3m}$$

$$\Leftrightarrow \left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2-4x+2m}-\left(3+\sqrt{3}\right)^{4x^2+4mx+4}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x^2+(6m+6)x+6-3m}-\left(\frac{1}{2+\sqrt{3}}\right)^{x^2+(2m+2)x+2-m}$$

$$\Leftrightarrow \left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2-4x+2m}-\left(3+\sqrt{3}\right)^{4x^2+4mx+4}=\left(2+\sqrt{3}\right)^{3x^2+(6m+6)x+(6-3m)}-\left(2+\sqrt{3}\right)^{-x^2-(2m+2)x-2+m}$$

$$\Leftrightarrow \left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2-4x+2m}\left(1-\left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2+(4m+4)x+4-2m}\right)=-\left(2+\sqrt{3}\right)^{-x^2-(2m+2)x-2+m}\left(1-\left(2+\sqrt{3}\right)^{4x^2+(8m+8)x+8-4m}\right)$$

Đặt $t=x^2+(2m+2)x+2-m$ khi đó phương trình trên trở thành

$$\left(3+\sqrt{3}\right)^{2x^2-4x+2m}\left(1-\left(3+\sqrt{3}\right)^{2t}\right)=-\left(2+\sqrt{3}\right)^{-t}\left(1-\left(2+\sqrt{3}\right)^{4t}\right)$$

Nhận xét: với $a>0$ thì $a^k>0\ \forall k$.

Nếu $t>0$ thì $\begin{cases}\left(3+\sqrt{3}\right)^{2t}>1\\ \left(2+\sqrt{3}\right)^{4t}>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}VT>0\\ VP<0\end{cases}\Rightarrow$ Phương trình trên vô nghiệm.

$t>0\ \forall x\Rightarrow x^2+(2m+2)x+2-m>0\ \forall x$

$\Leftrightarrow \Delta'<0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2-(2-m)<0$

$\Leftrightarrow m^2+2m+1-2+m<0$

$\Leftrightarrow m^2+3m-1<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}<m<\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$

$m\in\mathbf{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0\}$

Nếu $t<0$ thì $\begin{cases}\left(3+\sqrt{3}\right)^{2t}<1\\ \left(2+\sqrt{3}\right)^{4t}<1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}VT<0\\ VP>0\end{cases}\Rightarrow$ Phương trình trên cũng vô nghiệm.

Tuy nhiên $t<0\Leftrightarrow x^2+(2m+2)x+2-m<0$, chỉ xảy ra tại một số giá trị của x (không thỏa mãn).

Nếu $t=0$ thì $VT=VT=0\ \ (Loai)$

Vậy có tất cả 4 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=a$ là: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbf{R}$

Ta có: $f(1)=1$ và $y'=f'(x)=4x^3-2x\Rightarrow f'(1)=2$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

$$y=f'(1)(x-1)+f(1)=2(x-1)+1=2x-1.$$

Vậy $y=2x-1$ là pt tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 1.

Chọn B.

Câu 6 (VD):

Phương pháp:

Tìm $f'(x)$ và giải phương trình $f'(x)=0$ thỏa mãn ĐKXĐ.

Sử dụng công thức: $(\log_a u)'=\dfrac{u'}{u.\ln a}$

Cách giải:

ĐKXĐ: $\cos x>0$

Ta có:

$$f'(x)=\left(\log_2(\cos x)\right)'=\frac{(\cos x)'}{\cos x.\ln 2}=-\frac{\sin x}{\cos x.\ln 2}$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow \sin x=0\Leftrightarrow \cos x=\pm 1$$

$$\cos x>0\Rightarrow \cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\ \ (k\in\mathbf{Z})$$

Mặt khác $x\in(0;2018\pi)\Rightarrow x=\{2\pi;4\pi;6\pi;.....;2016\pi\}$.

Vậy số nghiệm trong khoảng $(0;2018\pi)$ thỏa mãn là $\dfrac{2016-2}{2}+1=1008$.

Chọn B.

Câu 7 (TH):

Phương pháp:

- Tìm y'. Giải phương trình $y'=0$ để tìm các nghiệm $x_1;x_2;x_3$.

- Các điểm cực trị của hàm số là các nghiệm của phương trình $y'=0$.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbf{R}.$

Ta có :

$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x-1)(x+1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy tổng các cực trị của hàm số là $x_1 + x_2 + x_3 = 0 + 1 - 1 = 0$.

Chọn A.

Câu 8 (NB):

Phương pháp

Thể tích của hình trụ được tính bằng công thức : $V = h.S_d$ (h là chiều cao của hình trụ ; S_d là diện tích đáy).

Cách giải:

Thể tích của hình trụ có chiều cao bằng 1 và diện tích đáy bằng 3 là $V = h.S_d = 1.3 = 3$ (đvtt).

Chọn B.

Câu 9 (TH):

Phương pháp

- Viết phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số.

- Số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm là số giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbf{R}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là :

$$x + 1 = x^4 - x^2 + 1 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^3 - x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 - x - 1 = 0 \end{array}\right.$$

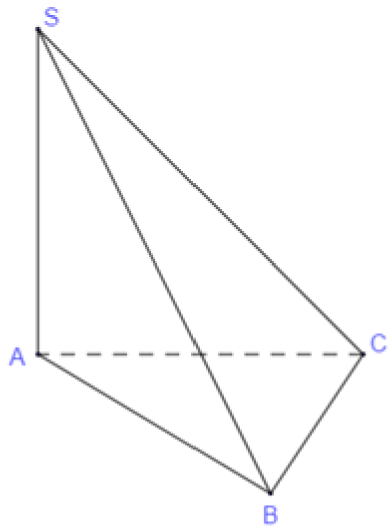
Phương trình $x^3 - x - 1 = 0$ có 1 nghiệm duy nhất và khác 0 nên đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ tại 2 điểm phân biệt.

Chọn A.

Câu 10 (NB):

Phương pháp:

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy là : $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}$.



Cách giải:

ΔABC đều cạnh a nên $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\text{a}\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}a^2}{4}=\frac{a^3}{4}$$

Chọn D.

Câu 11 (VD):

Phương pháp:

- Tính y' và lập BBT của hàm số $y=f(x)=x^4-4x^2+3$.

- Từ BBT, ta vẽ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ để suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ bằng cách :

 - Giữ nguyên phần đồ thị $f(x)$ ở bên trên trục hoành

 - Lấy đối xứng phần đồ thị $f(x)$ bên dưới trục hoành qua trục Ox rồi bỏ đi phần đồ thị bên dưới trục Ox đó.

- Từ đồ thị hàm số, tìm m để đường thẳng $y=m$ cắt $y=\left|f(x)\right|$ tại 8 điểm phân biệt.

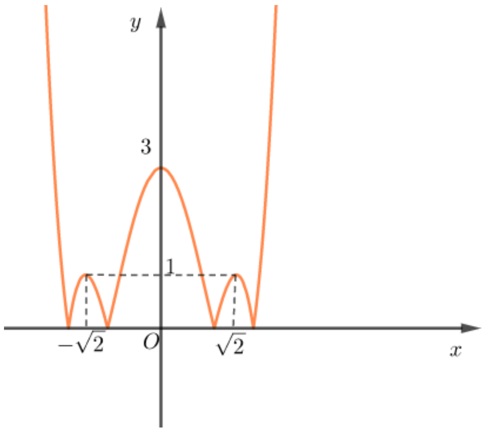
Cách giải:

Ta có: $f'(x)=4x^3-8x=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

BBT của hàm số $f(x)$ như sau :

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=\left|f(x)\right|$ như hình vẽ dưới đây :



Từ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ ta thấy $0<m<1$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 8 điểm phân biệt.

Vậy $0<m<1$ thì phương trình $\left|x^4-4x^2+3\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt.

Chọn D.

Câu 12 (VD):

Phương pháp:

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi hàm số xác định và liên tục trên $\left(a;b\right)$ và $f'\left(x\right)\geq 0\ \forall x\in\left(a;b\right)$ (Dấu "=" chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm).

Cách giải:

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ nên xác định và liên tục trên $\left(3;+\infty\right)$.

Ta có: $y'=6x^2-6\left(m+2\right)x+12m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$ khi và chỉ khi: $y'>0\ \forall x\in\left(3;+\infty\right)$.

$$\Leftrightarrow 6x^2-6\left(m+2\right)x+12m\geq 0\ \forall x\in\left(3;+\infty\right)$$
$$\Leftrightarrow x^2-\left(m+2\right)x+2m\geq 0\ \ \forall x\in\left(3;+\infty\right)$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x\geq mx-2m\ \ \forall x\in\left(3;+\infty\right)$$
$$\Leftrightarrow m\left(x-2\right)\leq x^2-2x\ \ \forall x\in\left(3;+\infty\right)$$
$$\Leftrightarrow m\leq\frac{x^2-2x}{x-2}=x\ \ \forall x\in\left(3;+\infty\right)\left(Do\ x-2>0\ \forall x\in\left(3;+\infty\right)\right)$$
$$\Rightarrow m\leq\min_{\left[3;+\infty\right)}x=3.$$

Vậy $m\leq 3$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\left(3;+\infty\right)$.

Chọn A.

Câu 13 (TH):

Phương pháp :

Giải bất phương trình logarit cơ bản $\log_a b \ge c \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} b \ge a^c & khi\ a>1 \\ 0<b\le a^c & khi\ 0<a<1 \end{array}\right.$.

Cách giải:

TXĐ : $x>3$.

Ta có :

$$\log_{0,5}\left(x-3\right)+1\ge 0 \Leftrightarrow \log_{0,5}\left(x-3\right)\ge -1$$
$$\Leftrightarrow x-3\le \left(0,5\right)^{-1} \Leftrightarrow x-3\le 2 \Leftrightarrow x\le 5$$

Kết hợp TXĐ ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $D=\left(3;5\right]$.

Chọn C.

Chú ý: Chú ý ĐKXĐ của bất phương trình.

Câu 14 (VD):

Phương pháp:

Hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=a$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to+\infty} y=a$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y=a$

Cách giải:

ĐKXĐ: $ax^2+bx+4\ge 0$.

Ta có :

$$y=2x+\sqrt{ax^2+bx+4}$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{\left(2x+\sqrt{ax^2+bx+4}\right)\left(2x-\sqrt{ax^2+bx+4}\right)}{2x-\sqrt{ax^2+bx+4}}$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{4x^2-\left(ax^2+bx+4\right)}{2x-\sqrt{ax^2+bx+4}}$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{\left(4-a\right)x^2-bx-4}{2x-\sqrt{ax^2+bx+4}}$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} y=\frac{\left(4-a\right)x-b-\frac{4}{x}}{2-\sqrt{a+\frac{b}{x}+\frac{4}{x^2}}},\ \lim_{x\to-\infty} y=\frac{\left(4-a\right)x-b-\frac{4}{x}}{2+\sqrt{a+\frac{b}{x}+\frac{4}{x^2}}}$$

Hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y=-1$ khi và chỉ khi:

$$\left[\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}4-a=0\\ \dfrac{-b}{2-\sqrt{a}}=-1\end{cases}\\ \begin{cases}4-a=0\\ \dfrac{-b}{2+\sqrt{a}}=-1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}Vo\ nghiem\\ \begin{cases}a=4\\ b=4\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow 2a-b^3=2.4-4^3=-56$$

Chọn D.

Câu 15 (VD):

Phương pháp

Hàm số $y=\sqrt{f\left(x\right)}$ xác định trên $\left(0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $f\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in\left(a;b\right)$.

Cách giải:

Hàm số $y=\sqrt{x^4-mx+48}$ xác định trên $\left(0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi:

$$x^4-mx+48\ge 0\ \forall x\in\left(0;+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow x^4+48\ge mx\ \forall x\in\left(0;+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow m\le\frac{x^4+48}{x}=f\left(x\right)\ \forall x\in\left(0;+\infty\right)\left(Do\ x>0\right)$$

$$\Leftrightarrow m\le\min_{\left(0;+\infty\right)} f\left(x\right).$$

Xét hàm số $y=f\left(x\right)=x^3+\dfrac{48}{x}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ ta có:

$$f'\left(x\right)=3x^2-\frac{48}{x^2}=0\Leftrightarrow 3x^2=\frac{48}{x^2}\Rightarrow x=\pm 2.$$

BBT của hàm số $f\left(x\right)$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$

x	0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	32	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta thấy $m\le\min\limits_{\left(0;+\infty\right)} f\left(x\right)=f\left(2\right)=32$.

Mà m là số tự nhiên nên có 33 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 16 (TH):

Phương pháp:

Hàm số nghịch biến trên TXĐ khi có $y'<0$ với mọi x thuộc TXĐ.

Cách giải:

Xét hàm số $y=\pi^{1-x}$ có TXĐ: $D=\mathbf{R}$ và có:

$y'=(1-x)'.\pi^{1-x}.\ln\pi=-\pi^{1-x}.\ln\pi<0\ \forall x\in D$.

Do đó, hàm số $y=\pi^{1-x}$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

Chọn A.

Chú ý: Hàm số $y=a^x$ đồng biến khi $a>1$ và nghịch biến khi $0<a<1$ chỉ đúng cho hàm $y=a^x$, không đúng đối với hàm $y=a^u$, $u=u(x)$.

Câu 17 (TH):

Phương pháp:

- Tính y'.

- Giải phương trình $y'=0$.

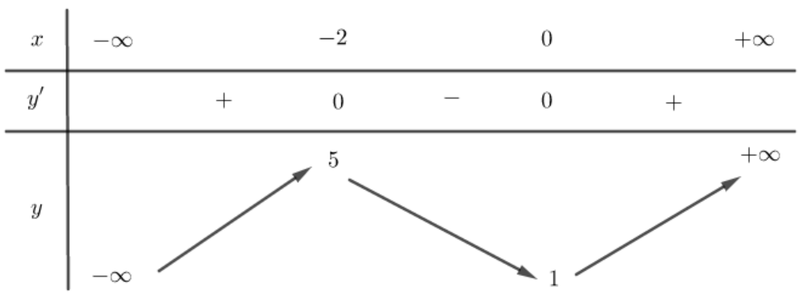
- Lập BBT của hàm số đã cho để biết khoảng đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbf{R}$.

Ta có: $y'=3x^2+6x=0\Leftrightarrow 3x(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

BBT của hàm số:



Từ BBT trên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$, $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Chọn B.

Câu 18 (VD):

Phương pháp:

- $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ khi và chỉ khi $F'(x)=f(x)$.

- Sử dụng phương pháp đồng nhất hệ số.

Cách giải:

TXĐ: $D=(0;+\infty)$

$F(x)=\frac{x^2\ln x}{a}-\frac{x^2}{b}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln x$ nên $F'(x)=f(x)$.

Ta có: $F(x)=\frac{x^2\ln x}{a}-\frac{x^2}{b}=\frac{1}{a}(x^2\ln x)-\frac{1}{b}x^2$.

$\Rightarrow F'(x)=\frac{1}{a}\left(2x\ln x+x^2.\frac{1}{x}\right)-\frac{2x}{b}$

$\Leftrightarrow F'(x)=\frac{1}{a}.2x\ln x+\frac{x}{a}-\frac{2x}{b}=\frac{2}{a}.x\ln x+\left(\frac{1}{a}-\frac{2}{b}\right)x$

Do $F'(x)=f(x)$ nên đồng nhất hệ số ta có: $\begin{cases}\frac{2}{a}=1\\ \frac{1}{a}-\frac{2}{b}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=4\end{cases}$.

Vậy $a^2-b=2^2-4=0$.

Chọn B.

Câu 19 (NB):

Phương pháp:

G là trọng tâm của tam giác ABC thì: $\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}$.

Cách giải:

G là trọng tâm của tam giác ABC có $A(1;2;3)$; $B(-3;0;1)$; $C(5;-8;8)$ nên ta có:

$$\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\\ z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_G=\frac{1-3+5}{3}=1\\ y_G=\frac{2+0-8}{3}=-2\\ z_G=\frac{3+1+8}{3}=4\end{cases}\Rightarrow G(1;-2;4).$$

Chọn D.

Câu 20 (NB):

Phương pháp:

Dùng một số tính chất sau để giải bài toán:

- Hàm số $\log_a x$ có TXĐ là $D = (0;+\infty)$, còn hàm số a^x thì có TXĐ là $D = \mathbf{R}$ $(0 < a \ne 1)$.

- Cả hai hàm số trên đều nghịch biến khi $0 < a < 1$ và đồng biến khi $a > 1$.

Cách giải:

Qua đồ thị ta thấy :

- Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a > 1$.

- Hàm số $y = \log_b x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ nên $0 < b < 1$.

Vậy $0 < b < 1 < a$.

Chọn D.

Câu 21 (VD):

Phương pháp:

- Viết phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d.

- Tìm điều kiện để phương trình hoành độ có 3 nghiệm phân biệt.

- Khoảng cách từ $A(a;b)$ đến trục hoành chính là $|b|$.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbf{R}$.

(C): $y = x^3 - 6x^2 + 10mx + m^2 - 18m + 22$.

(d): $y = mx + m^2 + 6$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là:

$$\begin{aligned}
& x^3 - 6x^2 + 10mx + m^2 - 18m + 22 = mx + m^2 + 6 \\
\Leftrightarrow\ & x^3 - 6x^2 + 9mx - 18m + 16 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (x^3 - 2x^2) - (4x^2 - 16) + (9mx - 18m) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2(x-2) - (x-2)(4x+8) + 9m(x-2) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (x-2)(x^2 - 4x + 9m - 8) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 - 4x + 9m - 8 = 0 \quad (1) \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Để d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt hay pt (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

Suy ra $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2^2 - 4.2 + 9m - 8 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 9m + 8 > 0 \\ 9m \ne 12 \end{cases} \Leftrightarrow m < \dfrac{4}{3}$.

Với $m < \frac{4}{3}$ thì d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt là $M\left(2;m^2+2m+6\right)$, $N\left(x_1;mx_1+m^2+6\right)$ và $P\left(x_2;mx_2+m^2+6\right)$ trong đó $x_1;x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1).

Áp dụng định lí Vi – et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1.x_2=9m-8 \end{cases}$.

Tổng khoảng cách từ 3 điểm M, N, P đến trục hoành là:

$$A=\left|m^2+2m+6\right|+\left|mx_1+m^2+6\right|+\left|mx_2+m^2+6\right|$$
$$\Leftrightarrow A=m^2+2m+6+\left|mx_1+m^2+6\right|+\left|mx_2+m^2+6\right|$$

Áp dụng BĐT về dấu giá trị tuyệt đối ta có :

$$A\ge\left(m^2+2m+6\right)+\left|mx_1+m^2+6+mx_2+m^2+6\right|$$
$$\Leftrightarrow A\ge\left(m^2+2m+6\right)+\left|2m^2+m\left(x_1+x_2\right)+12\right|$$
$$\Leftrightarrow A\ge\left(m^2+2m+6\right)+2\left(m^2+2m+6\right)=3\left(m^2+2m+6\right)=3\left(m+1\right)^2+15\ge15$$

Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $m+1=0\Leftrightarrow m=-1$

Vậy tổng khoảng cách nhỏ nhất từ M, N, P đến trục hoành bằng 15

Chọn C.

Câu 22:

Phương pháp:

Tìm tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp bằng cách :

- Tìm tâm O của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.
- Kẻ đường thẳng d đi qua tâm O và vuông góc với mặt phẳng đáy.
- Vẽ mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của một cạnh bên bất kì.
- $I=(P)\cap d$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

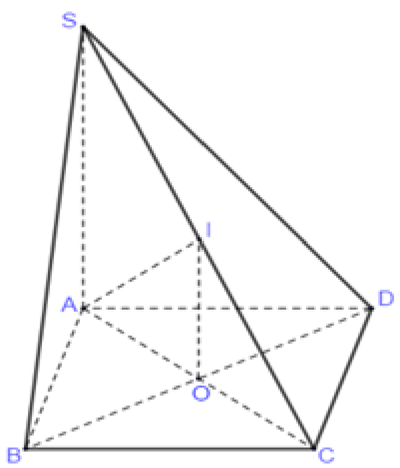
Cách giải:

Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm cạnh SC.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên O là giao điểm 2 đường chéo cũng chính là tâm đường tròn ngoại tiếp hcn $ABCD$ (do $OA=OB=OC=OD$).

OI là đường trung bình trong tam giác SAC nên $OI//SA$ mà SA vuông góc với mp $(ABCD)$ nên OI cũng vuông góc với mp $(ABCD)$

Do đó $IA=IB=IC=ID$ (do I nằm trên đường thẳng đi qua tâm O và vuông góc với đáy).



$SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow$ Tam giác SAC vuông tại A có trung tuyến AI nên $IA=IS=IC$.

$\Rightarrow IA=IB=IC=ID=IS$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

SA vuông góc với đáy nên góc tạo bởi SC và mặt phẳng đáy chính là góc $\angle SCA\Rightarrow\angle SCA=60^0$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5a;\ SC=\dfrac{AC}{\cos SCA}=\dfrac{5a}{\cos 60^\circ}=10a$.

Do đó $R=IS=\dfrac{1}{2}SC=5a$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp bằng $5a$.

Chọn B.

Câu 23 (NB):

Phương pháp:

Hàm số $y=\log f(x)$ có tập xác định là $f(x)>0$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $-x^2+6x-5>0\Leftrightarrow 1<x<5$.

Vậy TXĐ của hàm số đã cho là $D=(1;5)\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=5\end{cases}\Rightarrow b-a=4$.

Chọn A.

Câu 24 (TH):

Phương pháp:

Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F'(x)=f(x)$.

Cách giải:

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $F'(x)=f(x)$.

Do đó :

$$F'\left(2\sqrt{2}\right)=f\left(2\sqrt{2}\right)=\frac{1}{\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+1}}=\frac{1}{3}$$

$$F'(0)=f(0)=\frac{1}{\sqrt{0^2+1}}=1$$

$$\Rightarrow F'\left(2\sqrt{2}\right)-F'(0)=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}.$$

Chọn B.

Câu 25 (TH):

Phương pháp:

Hàm số $y = f^{a}(x)$:

Nếu a là số nguyên dương thì hàm số xác định khi $f(x)$ xác định.

Nếu a là số nguyên âm thì hàm số xác định khi $f(x) \neq 0$.

Nếu a không nguyên thì hàm số xác định khi $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \left(x^2 - 12x + 36\right)^{\frac{1}{2}}$ xác định khi $x^2 - 12x + 36 > 0$.

Ta có: $x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2 \geq 0$ do đó $x^2 - 12x + 36 > 0$ khi và chỉ khi $(x-6)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6.$

Vậy TXĐ của hàm số đã cho là $D = \mathbf{R} \setminus \{6\}$.

Chọn C.

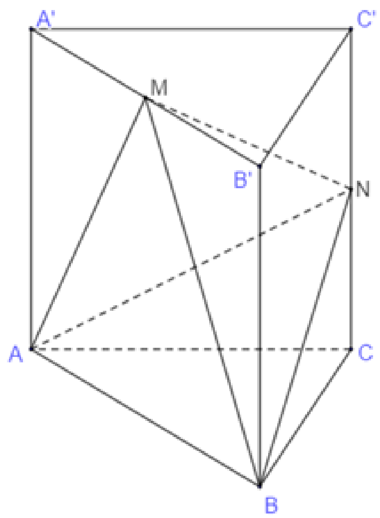
Câu 26 (VD):

Phương pháp:

- Tính thể tích V_{AMNB} qua thể tích của $ABC.A'B'C'$

- Khoảng cách từ A đến mp(MNB) tính bởi công thức: $d\left(A;(MNB)\right) = \frac{3V_{A.MNB}}{S_{MNB}}$

Cách giải:



ΔBMN là tam giác đều có cạnh bằng $2a \Rightarrow S_{\Delta BMN} = \frac{\sqrt{3}}{4}.(2a)^2 = \sqrt{3}a^2$.

$$V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{C.ABB'A'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$$

$$V_{N.AMB} = \frac{1}{3}d_{(N,(AMB))}.S_{\Delta MAB} = \frac{1}{3}d_{(C,(AMB))}.\frac{1}{2}S_{AA'B'B}$$

$$= \frac{1}{2}V_{C.AA'B'B} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}.a^3 = \frac{a^3}{3}$$

Mặt khác, thể tích của $ANMB$ còn được tính bởi công thức:

$$V_{A.MNB} = \frac{1}{3}d_{(A,(MBN))}.S_{\Delta MNB} \Leftrightarrow \frac{a^3}{3} = \frac{1}{3}.d_{(A,(MBN))}.\sqrt{3}a^2 \Rightarrow d\left(A,(MBN)\right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $d\left(A;(BMN)\right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn C.

Câu 27 (NB):

Phương pháp:

Nguyên hàm của hàm số $y = \cos kx$ là $y = \frac{1}{k}.\sin kx + C$.

Cách giải:

$\int \cos 6xdx = \frac{\sin 6x}{6} + C$.

Chọn B.

Câu 28 (VD):

Phương pháp:

Bài toán tổng quát:

Gọi A là số tiền anh An vay, $c\%$ là lãi suất hàng tháng và x là số tiền anh trả hàng tháng

Sau 1 tháng, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là :

$A_1 = A + A.c\% - x = A(1+c\%) - x$

Sau 2 tháng, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là:

$A_2 = A_1 + A_1.c\% - x = A_1(1+x\%) - x = \left[A(1+c\%) - x\right](1+x\%) - x = A(1+c\%)^2 - x\left((1+c\%)+1\right)$

Sau 3 tháng, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là:

$A_3 = A_2 + A_2.c\% - x = A_2(1+c\%) - x = \left[A(1+c\%)^2 - x\left((1+c\%)+1\right)\right](1+c\%) - x$

$= A(1+c\%)^3 - x\left((1+c\%)^2 + (1+c\%) + 1\right)$

……

Sau tháng thứ n, số tiền mà anh An còn nợ ngân hàng là:

$A_n = A(1+c\%)^n - x\left((1+c\%)^{n-1} + (1+c\%)^{n-2} + ... + (1+c\%) + 1\right)$

$= A(1+c\%)^n - x.\frac{(1+c\%)^n - 1}{c\%}$

Cách giải:

Áp dụng bài toán tổng quát với $A = 1.000.000.000$ đồng, $c = 0,8$; $n = 61$ và $A_{61} = 0$ ta có:

$$0 = 1000000000.(1+0,8\%)^{61} - x.\frac{(1+0,8\%)^{61} - 1}{0,8\%} \Rightarrow x = 20781699,3 \text{ (đồng)}.$$

Vậy x gần nhất với $20.800.000$ đồng.

Chọn D.

Câu 29 (VD):

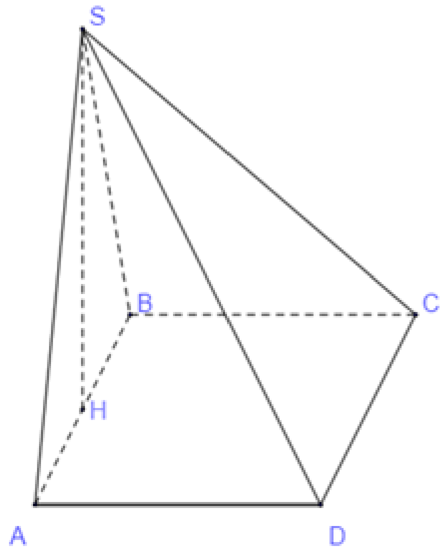
Phương pháp:

- Tìm chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng $(ABCD)$.

- Thể tích khối chóp được tính bằng công thức: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD}$.

Cách giải:

Trong (SAB), từ S kẻ $SH \perp AB$ $(H \in AB)$.



Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$

Xét ΔSAB có: $SA^2 + SB^2 = a^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2 = 4a^2 = (2a)^2 = AB^2 \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại S (Định lí Pytago đảo).

Do đó $SH = \dfrac{SA.SB}{AB} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.AB^2 = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a.(2a)^2 = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Chọn D.

Câu 30 (TH):

Phương pháp:

Sử dụng các công thức:

$$\log_a m^k = k.\log_a m$$

$$\log_{a^k} m = \frac{1}{k}.\log_a m \qquad (m,n > 0; 0 < a \ne 1; k \ne 0)$$

$$\log_a m + \log_a n = \log_a mn$$

Cách giải:

Ta có:

$$P = \log_{a^2}\left(b^2c^3\right) = \frac{1}{2}\log_a\left(b^2c^3\right) = \frac{1}{2}\left(\log_a b^2 + \log_a c^3\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(2\log_a b + 3\log_a c\right) = \frac{1}{2}(2.2 + 3.3) = \frac{13}{2}$$

Chọn A.

Câu 31 (TH):

Phương pháp:

Tìm số mặt phẳng đối xứng của từng hình để so sánh.

Cách giải:

Mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều là mặt phẳng đi qua 1 đỉnh và trung tuyến của mặt đối diện. Như vậy tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng

- Lăng trụ tam giác đều có 3 mặt phẳng đối xứng đi qua trung tuyến của tam giác đáy và vuông góc với đáy và 1 mặt phẳng đối xứng đi qua các trung điểm cạnh bên

- Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có M,N,P,Q,M',N',P',Q' lần lượt là trung điểm các cạnh $AB,BC,CD,DA,A'B',B'C',C'D',D'A'$ có 9 mặt phẳng đối xứng là $(ABC'D'),(BCD'A'),(CDA'B'),(DAB'C'),(ACC'A'),(BDD'B'),(MPP'M'),(NQQ'N)$ và 1 mặt phẳng đi qua trung điểm các cạnh bên.

- Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

Vậy hình lập phương có nhiều mặt phẳng đối xứng nhất.

Chọn C.

Câu 32 (TH):

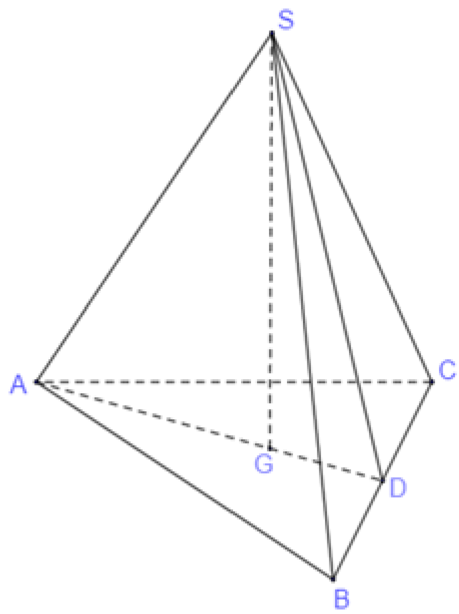
Phương pháp:

- Tìm góc tạo bởi mặt bên và đáy.

- Tính chiều cao của khối chóp

- Thể tích của khối chóp được tính bởi công thức: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}h.S_{ABC}$.

Cách giải:



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, D là trung điểm BC.

$S.ABC$ là hình chóp đều nên chân đường cao hạ từ S xuống mp đáy là trọng tâm G của đáy

Suy ra $SG\perp(ABC)\Rightarrow SG\perp BC$

Tam giác ABC là tam giác đều nên $AD\perp BC$

$\Rightarrow BC\perp(SAD)\Rightarrow BC\perp SD$

Ta có: $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ SD\in(SBC),SD\perp BC\\ AD\in(ABC),AD\perp BC\end{cases}\Rightarrow\angle((SBC);(ABC))=\angle SDA$.

Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$ nên $\angle SDA=60^0$.

Lại có: $AD=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\sqrt{3}a\Rightarrow DG=\frac{1}{3}AD=\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

$SG=GD\tan SDA=\frac{\sqrt{3}}{3}a.\tan 60°=a$

$S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}.AB^2=\frac{\sqrt{3}}{4}.4a^2=\sqrt{3}a^2$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SG.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a.\sqrt{3}a^3=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

Chọn A.

Câu 33 (TH):

Phương pháp:

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Cách giải:

Ta có: $R=IA=\sqrt{(3-1)^2+(0-(-2))^2+(2-3)^2}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=3$ là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Chọn C.

Câu 34 (VD):

Phương pháp:

- Đường thẳng song song với trục hoành có hệ số góc bằng 0

- Phương trình tiếp tuyến tại điểm $x=a$ của hàm số $y=f(x)$ là: $(d): y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbf{R}$.

$(C): y=f(x)=2x^2-x^4 \Rightarrow y'=f'(x)=4x-4x^3$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x=x_0$ là : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Để tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành thì

$$f'(x_0)=0 \Leftrightarrow 4x_0-4x_0{}^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=\pm 1 \end{array}\right.$$

Khi đó, phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại $x_0=0$ là $y=0$, loại do trùng với trục hoành

Phương trình tiếp tuyến tại $x=1$ và $x=-1$ trùng nhau, đều là $y=1\ (tm)$

Vậy có 1 đường tiệm cận thỏa mãn đề bài.

Chọn B.

Chú ý: Sau khi tìm được x_0 cần tìm chính xác phương trình tiếp tuyến, để loại các tiếp tuyến trùng với Ox, tránh TH phương trình có 3 nghiệm phân biệt và kết luận luôn có 3 tiếp tuyến thỏa mãn.

Câu 35 (NB):

Phương pháp:

Thể tích của khối nón được tính bằng công thức: $V_N=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (h là chiều cao, r là bán kính đường tròn đáy của khối nón).

Cách giải:

Hình nón có thể tích bằng 3π và bán kính đáy bằng 3 nên ta có :

$V_{(N)} = \frac{1}{3}.h.\pi.r^2 \Leftrightarrow 3\pi = \frac{1}{3}\pi 3^2.h \Leftrightarrow h = 1.$

Vậy chiều cao của hình nón (N) bằng 1.

Chọn C.

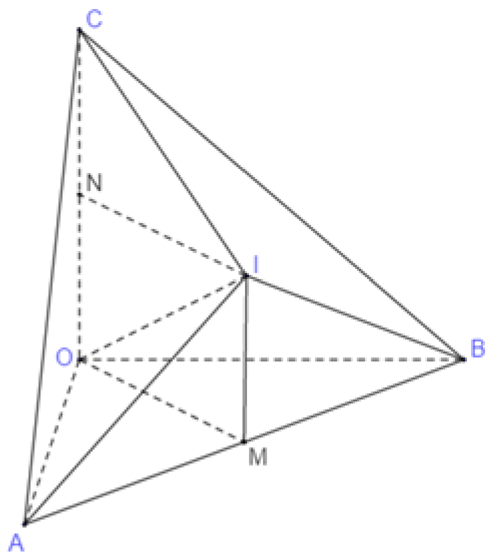
Câu 36 (VD):

Phương pháp:

- Tìm tâm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$.

- Chứng minh OI không đổi.

Cách giải:



$A(\sin\alpha\sin\beta;0;0)$ nên A nằm trên trục Ox

$B(0;\sin\alpha\cos\beta;0)$ nên B nằm trên trục Oy

$C(0;0;\cos\alpha)$ nên C nằm trên trục Oz

Do đó OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau

Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và OC

Tam giác OAB vuông tại O nên trung điểm M của AB là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Dựng đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mp(OAB)

Dựng mặt phẳng trung trực đi qua N của OC cắt d tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Tứ giác $OMIN$ có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật, do đó $IM = ON = \frac{OC}{2}$.

Ta có:

$OI^2 = OM^2 + IM^2$

$\Leftrightarrow OI^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + \left(\frac{OC}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow OI^2 = \frac{OA^2 + OB^2}{4} + \frac{OC^2}{4}$

$\Leftrightarrow OI^2 = \frac{(\sin\alpha\sin\beta)^2 + (\sin\alpha\cos\beta)^2 + (\cos\alpha)^2}{4}$

$\Leftrightarrow OI^2 = \frac{\sin^2\alpha(\sin^2\beta + \cos^2\beta) + \cos^2\alpha}{4}$

$\Leftrightarrow OI^2 = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{4} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow OI = \frac{1}{2}$

Suy ra I nằm trên mặt cầu tâm O bán kính không đổi $R=\frac{1}{2}$.

Chọn D.

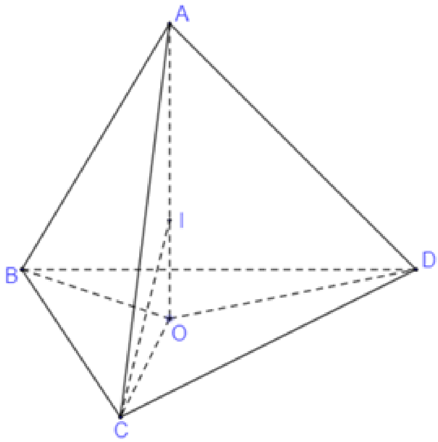
Câu 37 (VD):

Phương pháp:

- Tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- Khi đó bán kính của mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện $ABCD$ là $R=IA=IB=IC=ID$.

Cách giải:



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD, có bán kính là r.

Do $AB=AC=AD=5$ nên chân đường cao hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD

Suy ra $AO\perp(BCD)$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ thì I nằm trên AO.

Tam giác BCD có $BC=2;$ $BD=3;$ $CD=4$ nên $p=\frac{BC+BD+CD}{2}=\frac{9}{2}$.

Khi đó diện tích tam giác BCD được tính bởi công thức:

$$S_{BCD}=\sqrt{p(p-BC)(p-BD)(p-CD)}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$$

Mặt khác, diện tích tam giác BCD còn tính bởi $S_{BCD}=\frac{BC.BD.CD}{4r}\Rightarrow r=\frac{8\sqrt{15}}{15}$ (r là bán kính đường tròn ngoại tiếp). Suy ra $OB=OC=OD=\frac{8\sqrt{15}}{15}$.

Đặt $IA=IB=IC=ID=R$, ta có: $AO\perp(BCD)$ nên

$$AO=\sqrt{AC^2-OC^2}=\sqrt{\frac{311}{15}}$$

$$OI^2+OC^2=IC^2$$

$$\Leftrightarrow(OA-IA)^2+OC^2=IC^2$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{\frac{311}{15}}-R\right)^2+\left(\frac{8\sqrt{15}}{15}\right)^2=R^2$$

$$\Rightarrow R=\frac{25\sqrt{15}}{2\sqrt{311}}$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{25\sqrt{15}}{2\sqrt{311}}$.

Chọn A.

Câu 38 (NB):

Phương pháp:

Đường thẳng $x=a$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số nếu qua đó y' đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$. Khi đó $y(a)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

Cách giải:

Từ BBT ta thấy $x=3$ là điểm cực tiểu của hàm số. Suy ra cực tiểu của hàm số bằng 1.

Chọn A.

Câu 39 (TH):

Phương pháp:

- Tính y'.

- Giải phương trình $y'=0$ để tìm cực đại, cực tiểu trên đoạn.

Cách giải:

TXĐ: $D=\mathbf{R}\setminus\{0\}$.

Ta có: $y'=1-\frac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow 1-\frac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Xét hàm số trên đoạn $[1;8]$ có: $f(1)=5,\ f(2)=y_{CT}=4,\ f(8)=\frac{17}{2}$.

Suy ra $\min\limits_{[1;8]} f(x)=f(2)=4$.

Vậy GTNN của hàm số trên đoạn $[1;8]$ bằng 4.

Chọn C.

Chú ý: Tìm GTNN, GTLN trên đoạn ta chỉ cần tính giá trị cực trị và giá trị ở 2 đầu rồi so sánh

Câu 40 (VD):

Phương pháp:

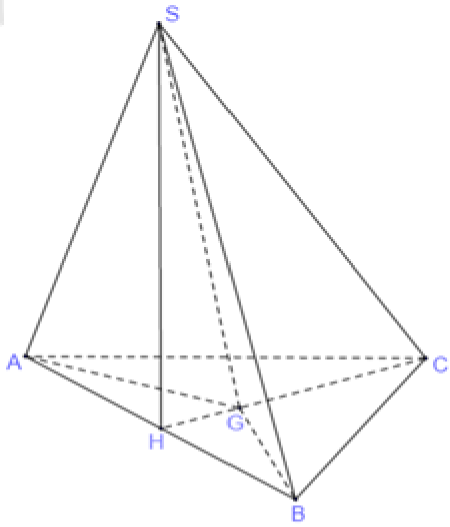
- Tìm tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

- Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp đó.

- Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp được tính bởi công thức $S=4\pi R^2$.

Cách giải:

Gọi H là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ABC.



Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH \perp (ABC)$

Mặt khác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABC)$

Tam giác ABC đều nên G là trọng tâm tam giác thì $GA = GB = GC$

$$AB = a \Rightarrow CH = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \begin{cases} GH = \frac{1}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{6}a \\ CG = \frac{2}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{3}a \end{cases}$$

Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$

$$SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp HG \Rightarrow SG = \sqrt{SH^2 + HG^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}a\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

Suy ra $GS = GA = GB = GC = \frac{\sqrt{3}}{3}a$, do vậy G là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp và $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2 = \frac{4\pi a^2}{3}$.

Chọn B.

Câu 41 (VD):

Phương pháp:

- Diện tích toàn phần của thùng phi là $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$.

- Thể tích của thùng phi là $V = \pi r^2 h$.

- Kết hợp bất đẳng thức AM – GM để giải bài toán.

Cách giải:

Gọi r là bán kính đáy, h là chiều cao của thùng phi.

Ta có:

Diện tích toàn thần của thùng phi là $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$.

Thể tích của thùng phi là : $V = \pi r^2 h$.

Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép là 350000đ mà chi phí không được quá 6594000 đ nên $S \le 188,4\left(m^2\right)$

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có :

$18,84 \ge S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = \pi\left(2r^2 + rh + rh\right) \ge \pi.3\sqrt[3]{2r^2.rh.rh} = 3\pi.\sqrt[3]{2r^4h^2}$

$\Rightarrow \sqrt[3]{2r^4h^2} \le \dfrac{18,84}{3\pi} = 2$

$\Leftrightarrow 2r^4h^2 \le 8$

$\Leftrightarrow r^4.h^2.\pi^2 \le 4\pi^2$

$\Leftrightarrow V^2 \le 4\pi^2$

$\Rightarrow V \le 2\pi = 6,28\left(m^3\right)$

Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} S = 18,84 \\ 2r^2 = rh \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 1(m) \\ h = 2(m) \end{cases}$.

Vậy có thể làm được thùng phi chứa được nhiều nhất là $6,28$ tấn nước.

Chọn B.

Câu 42 (NB):

Phương pháp:

Thể tích của hình hộp chữ nhật được tính bởi công thức: $V = a.b.c$ (a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hình hộp).

Cách giải:

Thể tích của hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt là $3m$; $1m$; $3m$ là: $V = 3.1.3 = 9\left(m^3\right)$.

Chọn D.

Câu 43 (TH):

Phương pháp:

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm mà khi ta lấy đối xứng tất cả các điểm trên đồ thị thì ta vẫn được đồ thị ban đầu.

Cách giải:

Đồ thị $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là $I\left(1;1\right)$ là giao điểm 2 đường tiệm cận.

Hàm bậc 3 có tâm đối xứng khi phương trình $y'' = 0$ có nghiệm. Nghiệm của phương trình là hoành độ tâm đối xứng. Như vậy: đồ thị $y = x^3 - 3x$ có tâm đối xứng là $O\left(0;0\right)$, đồ thị $y = 6x^2 - x^3$ có tâm đối xứng là $I\left(2;16\right)$.

Đồ thị $y = x^4 - 2x^2 + 1$ không có tâm đối xứng.

Chọn B.

Chú ý: Đồ thị hàm bậc 4 trùng phương chỉ có trục đối xứng, không có tâm đối xứng.

Câu 44 (TH):

Phương pháp:

Đồ thị hàm số nhận $x=a$ là TCĐ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to a} y=\pm\infty$.

Cách giải:

Ta có:

$y=\frac{2x^2-5x+3}{x^2-1}=\frac{(2x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x-3}{x+1}$ nên hàm số $y=\frac{2x^2-5x+3}{x^2-1}$ chỉ có đường TCĐ là $x=-1$.

$y=\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1}$ không có TCĐ.

$y=\frac{x-1}{2x+1}$ có TCĐ là $x=-\frac{1}{2}$.

$y=\frac{3x+1}{x-1}$ có TCĐ là $x=1$.

Chọn C.

Câu 45 (TH):

Phương pháp:

- Mỗi mặt bên của hình chóp có 3 cạnh.

- Số mặt bên của hình chóp bằng số cạnh của mặt đáy và bằng số cạnh bên.

Cách giải:

Gọi số cạnh của mặt đáy của hình chóp là $n\ \left(n\in \mathbf{Z}^+\right)$

Số mặt bên của hình chóp bằng số cạnh của mặt đáy nên có n mặt bên.

Số cạnh bên bằng số cạnh của mặt đáy nên có n cạnh bên.

Vậy số cạnh của khối chóp trên là $2n=2018 \Leftrightarrow n=1009$.

Số mặt của khối chóp bằng $n+1=1010$ (mặt).

Chọn A.

Câu 46 (TH):

Phương pháp:

Nhận dạng đồ thị.

Cách giải:

Đồ thị đã cho là hàm bậc 3 nên loại đáp án C.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow$ Hệ số của x^3 dương $\Rightarrow$ Loại đáp án A.

Đồ thị hàm số không có cực trị nên loại đáp án C.

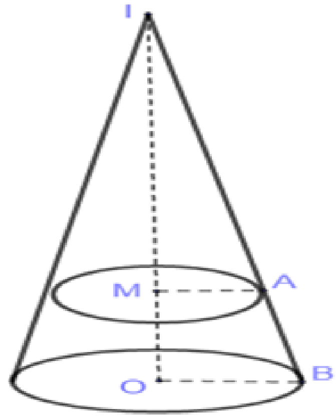
Chọn D.

Câu 47 (VD):

Phương pháp:

Thể tích khối nón được tính bởi công thức $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (trong đó r là bán kính đáy, h là chiều cao).

Cách giải:



Giả sử có một đường sinh của hình nón cắt (P) tại A và cắt đáy tâm O tại B.

Mặt phẳng (P) chia hình nón thành 2 phần trong đó có 1 phần là hình nón có đỉnh là I, đáy là đường tròn tâm M.

Đặt $h=IO;\ r=OB;\ h_1=IM;\ r_1=MA$

Do $MA \parallel OB$ (cùng vuông góc với OI) nên áp dụng định lí Ta-lét: $\frac{IM}{IO}=\frac{MA}{OB}\Leftrightarrow \frac{h_1}{h}=\frac{r_1}{r}$.

Thể tích khối nón ban đầu là: $V=\frac{1}{3}\pi.OB^2.OI=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Thể tích khối nón có đỉnh I, đường tròn đáy có tâm M là: $V_1=\frac{1}{3}\pi MA^2.IM=\frac{1}{3}\pi r_1^{\,2}.h_1$

Ta có: $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3}\pi r_1^{\,2}h_1}{\frac{1}{3}\pi r^2 h}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{r_1^2 h_1}{r^2 h}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left(\frac{h_1}{h}\right)^3=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \frac{h_1}{h}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Vậy $\frac{IM}{IO}=\frac{h_1}{h}=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Chọn B.

Câu 48 (TH):

Phương pháp:

Tìm nguyên hàm của hàm số thông qua một số nguyên hàm sau: $\int e^u dx=\frac{1}{u'}.e^u+C;\ \int x^k dx=\frac{x^{k+1}}{k+1}+C$

Cách giải:

Ta có:

$$F(x)=\int f(x)=\int\left(4e^{2x}+2x\right)dx$$
$$=\int\left(4.e^{2x}\right)dx+\int(2x)dx=2.e^{2x}+x^2+C$$
$$F(0)=1\Rightarrow 2.e^0+0+C=1\Leftrightarrow C=-1$$
$$\Rightarrow F(x)=2.e^{2x}+x^2-1$$

Chọn B.

Câu 49 (TH):

Phương pháp:

- Hình nón có diện tích đáy bằng $S_d = \pi r^2$ và diện tích toàn phần là $S_{tp} = \pi r^2 + \pi rl$.

- Đỉnh của hình nón bằng 2α với $\sin\alpha = \frac{r}{l}$ (r là bán kính đáy, l là đường sinh).

Cách giải:

Hình nón (N) có diện tích toàn phần bằng 3 lần diện tích đáy nên

$$\pi r^2 + \pi rl = 3\pi r^2 \Leftrightarrow r^2 + rl = 3r^2 \Leftrightarrow l = 2r$$

$$\sin\alpha = \frac{r}{l} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^0 \Rightarrow 2\alpha = 60^0$$

Vậy góc ở đỉnh của hình nón bằng 60^0.

Chọn C.

Câu 50 (VD):

Phương pháp:

Hàm số đã cho có đúng 1 cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có duy nhất một nghiệm bội lẻ.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbf{R}$

$$y = (m-1)x^4 + (6-m)x^2 + m$$

+ Với $m = 1$ thì hàm số trở thành $y = 5x^2 + 1$ có duy nhất 1 điểm cực trị là $x = 0$ (tm).

+ Với $m \neq 1$ ta có:

$$y' = 4(m-1)x^3 + 2(6-m)x = 2x\left[2(m-1)x^2 - m + 6\right]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ (m-1)x^2 - m + 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m-6}{2(m-1)} (1) \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có duy nhất 1 nghiệm bội lẻ.

Do đó phương trình (1) hoặc là có nghiệm kép $x = 0$ hoặc vô nghiệm.

$\Rightarrow x^2 = \dfrac{m-6}{2(m-1)} \le 0 \Leftrightarrow 1 < m \le 6$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2;3;4;5;6\}$.

Vậy có tất cả 5 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Chọn A.