

ĐỀ THI HỌC KÌ I:

ĐỀ SỐ 17

MÔN: TOÁN - LỚP 9



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Đề bài

I. TRẮC NGHIỆM (1 điểm) Trả lời câu hỏi bằng cách viết lại chữ cái trước đáp án đúng vào bài làm:

Câu 1 : Nếu x thỏa mãn điều kiện $\sqrt{3+\sqrt{x}} = 2$ thì x nhận giá trị là:

- A. 0 B. 4
C. 5 D. 1

Câu 2 : Điều kiện để hàm số bậc nhất $y = (1-m)x + m$ ($m \neq 1$) là hàm số nghịch biến là:

- A. $m > 1$ B. $m \geq 1$
C. $m \leq 1$ D. $m < 1$

Câu 3 : Cho tam giác MNP vuông tại M , đường cao MH . Chọn hệ thức sai:

- A. $MH^2 = HN \cdot HP$
B. $MP^2 = NH \cdot HP$
C. $MH \cdot NP = MN \cdot MP$
D. $\frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2} = \frac{1}{MH^2}$

Câu 4 : Cho hai đường tròn $(I; 7cm)$ và $(K; 5cm)$. Biết $IK = 2cm$. Quan hệ giữa hai đường tròn là:

- A. Tiếp xúc trong
B. Tiếp xúc ngoài
C. Cắt nhau
D. Đụng nhau

II. TỰ LUẬN (9 điểm)

Câu 1 (1 điểm): Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{\frac{1}{3}} + 4\sqrt{12} - 5\sqrt{27}$

b) $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$

Câu 2 (2 điểm): Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$)

a) Rút gọn P

b) Tìm x sao cho $P = 2$

c) Biết $M = P : Q$. Tìm giá trị của x để $M^2 < \frac{1}{4}$

Câu 3 (2 điểm): Cho hàm số $y = (m-4)x + 4$ có đồ thị là đường thẳng (d) ($m \neq 4$).

a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua $A(1; 6)$

b) Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được ở câu a. Tính góc tạo bởi đồ thị hàm số vừa vẽ với trục Ox (làm tròn đến phút).

c) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = (m-m^2)x + m + 2$

Câu 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AE đến đường tròn (O) (với E là tiếp điểm). Vẽ dây EH vuông góc với AO tại M .

a) Cho biết bán kính $R = 5cm, OM = 3cm$. Tính độ dài dây EH .

b) Chứng minh AH là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OA cắt AH tại B . Vẽ tiếp tuyến BF với đường tròn (O) (F là tiếp điểm). Chứng minh 3 điểm E, O, F thẳng hàng và $BF \cdot AE = R^2$.

d) Trên tia HB lấy điểm $I (I \neq B)$, qua I vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O) cắt các đường thẳng BF, AE lần lượt tại C và D . Vẽ đường thẳng IF cắt AE tại Q . Chứng minh $AE = DQ$.

Câu 5 (0,5 điểm): Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot \sqrt{1 + x^2 y^2}$.

LG trắc nghiệm

Giải chi tiết:

I. TRẮC NGHIỆM

1D	2A	3B	4A
----	----	----	----

LG bài 1

Giải chi tiết:

$$a) 3\sqrt{\frac{1}{3}} + 4\sqrt{12} - 5\sqrt{27} = \sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$$

$$b) \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}+2)\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 1 = 1$$

LG bài 2

Giải chi tiết:

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} (x \geq 0; x \neq 4)$

a) Rút gọn P

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

b) Tìm x sao cho P = 2

$$P = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2\sqrt{x} - 4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$$

c) Biết M = P : Q. Tìm giá trị của x để M² < 1/4

$$M = P : Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$M^2 < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right)^2 < \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} < \sqrt{x} + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện đầu bài $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

LG bài 3

Giải chi tiết:

Cho hàm số $y = (m-4)x + 4$ có đồ thị là đường thẳng (d) ($m \neq 4$).

a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua $A(1;6)$

$A(1;6)$ thuộc đường thẳng (d) . Ta thay $x=1; y=6$ vào hàm số $y = (m-4)x + 4$ ta được
 $6 = (m-4).1 + 4 \Leftrightarrow m = 6$ (tm)

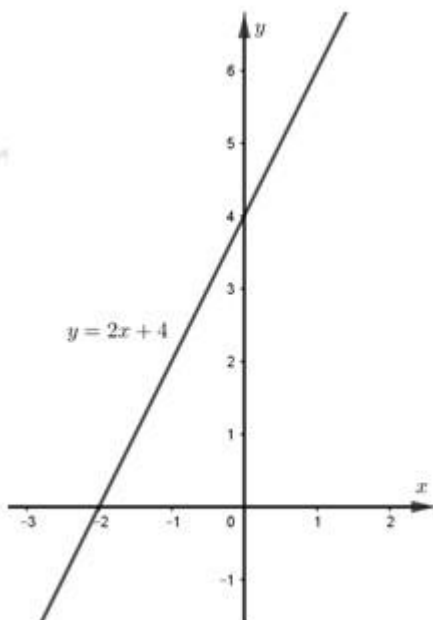
Vậy với $m = 6$ thì đồ thị hàm số đi qua $A(1;6)$

b) Vẽ đồ thị hàm số với m tìm được ở câu a. Tính góc tạo bởi đồ thị hàm số vừa vẽ với trục Ox (làm tròn đến phút).

Với $m = 6$ thì $y = 2x + 4$

Ta có bảng giá trị:

x	0	-2
$y = 2x + 4$	4	0



Đường thẳng $y = 2x + 4$ đi qua hai điểm $(0;4)$ và $(-2;0)$

Gọi α là góc tạo bởi đồ thị hàm số vừa vẽ với trục $Ox \Rightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63^\circ 26'$

c) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = (m - m^2)x + m + 2$

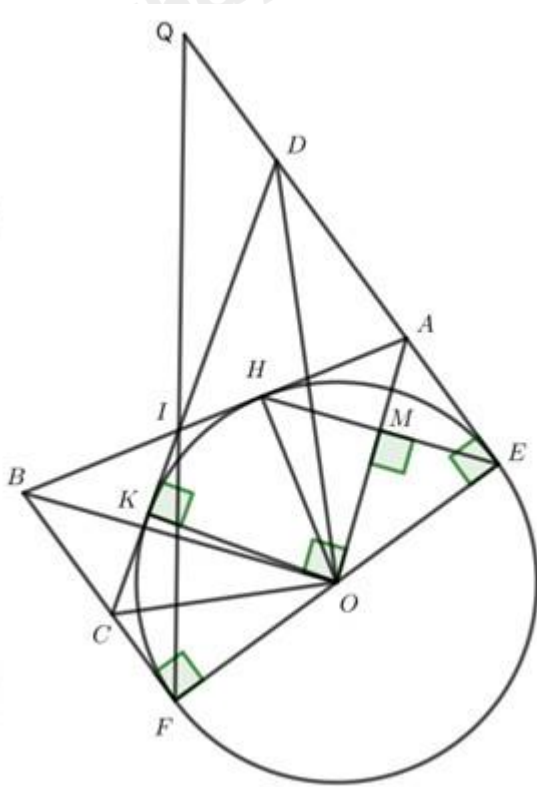
$$(d) // (d_1) \Leftrightarrow \begin{cases} m - m^2 = m - 4 \\ m + 2 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (tm)} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Vậy với $m = -2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

LG bài 4

Giải chi tiết:

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AE đến đường tròn (O) (với E là tiếp điểm). Vẽ dây EH vuông góc với AO tại M .



a) Cho biết bán kính $R = 5\text{cm}$, $OM = 3\text{cm}$. Tính độ dài dây EH .

Theo đề bài ta có: $EH \perp OA$ tại M nên M là trung điểm của EH hay $EH = 2EM$ (định lý mối liên hệ giữa dây cung và dây cung)

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác vuông OME có:

$$EM = \sqrt{OE^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

Vậy $EH = 2EM = 8(\text{cm})$

b) Chứng minh AH là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Ta có $\begin{cases} OA \perp EH \\ ME = MH \end{cases} \Rightarrow OA \text{ là đường trung trực của } EH \Rightarrow AE = AH$

Xét hai tam giác OEA và tam giác OHA có:

$$OE = OH (= R); AE = AH; OA \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle OEA = \triangle OHA \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \angle OHA = \angle OEA = 90^\circ \text{ hay } AH \perp OH$$

Vậy AH là tiếp tuyến của (O) (đpcm).

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OA cắt AH tại B . Vẽ tiếp tuyến BF với đường tròn (O) (F là tiếp điểm). Chứng minh 3 điểm E, O, F thẳng hàng và $BF \cdot AE = R^2$.

Có $AH \perp OH$ (cmt) hay B là giao của hai tiếp tuyến $BH; BF$

$$\Rightarrow \angle BOF = \angle BOH, \text{ lại có } \angle EOA = \angle HOA$$

$$\Rightarrow \angle EOA + \angle AOB + \angle BOF = 2(\angle AOH + \angle BOH) = 2\angle AOB = 180^\circ$$

$$\Rightarrow E, O, F \text{ thẳng hàng. (đpcm)}$$

$$\text{Có } \angle EOA + \angle BOF = 180^\circ - \angle AOB = 90^\circ \Rightarrow \angle OAE = \angle BOF \text{ (cùng phụ } \angle AOE)$$

Xét $\triangle AOE$ và $\triangle OBF$ có: $\angle OAE = \angle BOF; \angle AEO = \angle BFO = 90^\circ$

$$\Rightarrow \frac{AE}{OF} = \frac{OE}{BF} \Rightarrow AE \cdot BF = OE \cdot OF = R^2 \quad (1)$$

d) Trên tia HB lấy điểm I ($I \neq B$), qua I vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O) cắt các đường thẳng BF, AE lần lượt tại C và D . Vẽ đường thẳng IF cắt AE tại Q . Chứng minh $AE = DQ$.

$$\text{Có } BF \parallel AQ \text{ (do cùng vuông góc với } EF) \Rightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{AQ}{DQ} \text{ (định lý Talet) } (*)$$

Để dàng chứng minh $\triangle COD$ vuông tại O . Gọi K là tiếp điểm của tiếp tuyến thứ 2 qua I với (O)

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } COD \text{ đường cao } DK \text{ ta có: } OK^2 = DK \cdot CK$$

Mà DE, DK là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại D nên $DE = DK$

$$\text{Tương tự } CK = CF \Rightarrow OK^2 = CF \cdot DE \Leftrightarrow CF \cdot DE = R^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } CF \cdot DE = AE \cdot BF \Leftrightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{DE}{AE} \quad (**)$$

$$\text{Từ (*) và (**) suy ra: } \frac{AQ}{DQ} = \frac{DE}{AE} \Leftrightarrow \frac{AQ}{AQ - DQ} = \frac{DE}{DE - AE} \Leftrightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{DE}{AD} \Leftrightarrow AQ = DE$$

Câu 5:

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot \sqrt{1 + x^2 y^2}$.

Có x, y là các số thực dương $\Rightarrow \frac{1}{x}; \frac{1}{y}$ là các số thực dương

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta được: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}} = \frac{2}{\sqrt{xy}}$

Vậy $P \geq \frac{2}{\sqrt{xy}} \cdot \sqrt{1 + x^2 y^2} = 2\sqrt{\frac{1}{xy} + xy}$

Ta có: $1 \geq x + y \geq 2\sqrt{xy}$ (do x, y là hai số thực dương) $\Rightarrow xy \leq \frac{1}{4}$

$\frac{1}{xy} + xy = \frac{1}{16xy} + xy + \frac{15}{16} \cdot \frac{1}{xy} \geq 2\sqrt{\frac{1}{16xy} \cdot xy} + \frac{15}{16} \frac{1}{\frac{1}{4}} = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{15}{4} = \frac{17}{4}$

$\Rightarrow P \geq 2\sqrt{\frac{17}{4}} = \sqrt{17}$. Dấu '=' xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2} \\ xy = \frac{1}{4} \end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{17}$ đạt được khi $x = y = \frac{1}{2}$.