ĐỀ THI HỌC KÌ I:

ĐỀ SỐ 20

MÔN: TOÁN - LỚP 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Đề bài

Câu 1 (2,5 điểm): Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x\ge 0, x\ne 1.$

1. Tính giá trị của *A* khi $x=4.$

2. Rút gọn *B*.

3. So sánh *A.B* với 5.

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Thực hiện phép tính: $\left(3\sqrt{8}-\sqrt{18}+5\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\sqrt{50}\right).3\sqrt{2}.$

2. Giải phương trình: $\sqrt{4x^2-4x+1}-5=2.$

Câu 3 (1,5 điểm): Cho hàm số $y=3x+2$ có đồ thị là đường thẳng $(d_1).$

1. Điểm $A\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ có thuộc đường thẳng (d_1) không? Vì sao?

2. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) có phương trình $y=-2x-m$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu 4 (3,5 điểm): Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính *AB* và điểm *C* bất kỳ thuộc đường tròn (*C* khác *A* và *B*). Kẻ tiếp tuyến tại *A* của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia *BC* ở *D*. Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tại *C* cắt *AD* ở *E*.

1. Chứng minh bốn điểm *A,E,C,O* cùng thuộc một đường tròn.

2. Chứng minh $BC.BD=4R^2$ và *OE* song song với *BD*.

3. Đường thẳng kẻ qua *O* và vuông góc với *BC* tại *N* cắt tia *EC* ở *F*. Chứng minh *BF* là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$

4. Gọi *H* là hình chiếu của *C* trên *AB*, *M* là giao của *AC* và *OE*. Chứng minh rằng khi điểm *C* di động trên đường tròn $(O;R)$ và thỏa mãn yêu cầu đề bài thì đường tròn ngoại tiếp tam giác *HMN* luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 (0,5 điểm):

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + \frac{9}{x-2} + 2010$ với $x > 2.$

LG bài 1

Giải chi tiết:

1. Tính giá trị của *A* khi $x = 4.$

Khi $x = 4$ thì $A = \frac{2\sqrt{4} - 4}{\sqrt{4} - 1} = \frac{2.2 - 4}{2 - 1} = \frac{0}{1} = 0$

2. Rút gọn *B*.

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} \\
&= \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} + \frac{3\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)} - \frac{6\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} \\
&= \frac{x + \sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3 - 6\sqrt{x} + 4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} \\
&= \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{x-1} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.
\end{aligned}$$

3. So sánh *A.B* với 5.

$$\begin{aligned}
A.B - 5 &= \frac{2\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 1} . \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} - 5 = \frac{2\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1} - 5 \\
&= \frac{2\sqrt{x} - 4 - 5\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1} = \frac{-3\sqrt{x} - 9}{\sqrt{x} + 1}
\end{aligned}$$

Có $\sqrt{x} \ge 0\ \forall x \ge 0 \Rightarrow -3\sqrt{x} \le 0\ \forall x \ge 0 \Rightarrow -3\sqrt{x} - 9 < 0\ \forall x \ge 0$

Mặt khác $\sqrt{x} \ge 0\ \forall x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0\ \forall x \ge 0.$

$$\Rightarrow A.B - 5 = \frac{-3\sqrt{x} - 9}{\sqrt{x} + 1} < 0\ \ \forall x \ge 0 \Rightarrow A.B < 5$$

LG bài 2

Giải chi tiết:

1. Thực hiện phép tính: $\left(3\sqrt{8}-\sqrt{18}+5\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\sqrt{50}\right).3\sqrt{2}.$

$$\left(3\sqrt{8}-\sqrt{18}+5\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{50}\right).3\sqrt{2}$$
$$=\left(3.2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+\frac{5\sqrt{2}}{2}+5\sqrt{2}\right).3\sqrt{2}$$
$$=\frac{21\sqrt{2}}{2}.3\sqrt{2}$$
$$=21.3=63.$$

2. Giải phương trình: $\sqrt{4x^2-4x+1}-5=2.$

Điều kiện: $4x^2-4x+1\ge 0\Leftrightarrow (2x-1)^2\ge 0$ luôn đúng với mọi x

$$\sqrt{4x^2-4x+1}-5=2$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2}=7$$
$$\Leftrightarrow |2x-1|=7$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=7\\2x-1=-7\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\x=-3\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{-3;4\}$.

LG bài 3

Giải chi tiết:

1. Điểm $A\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ **có thuộc đường thẳng** (d_1) **không? Vì sao?**

Thay tọa độ điểm A vào công thức hàm số ta có: $3.\dfrac{1}{3}+2=1+2=3$.

Vậy $A\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ thuộc đường thẳng $(d_1): y=3x+2$

2. Tìm giá trị của m **để đường thẳng** (d_1) **và đường thẳng** (d_2) **có phương trình** $y=-2x-m$ **cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.**

Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là: $3x+2=-2x-m \Leftrightarrow m=-5x-2 \quad (1)$

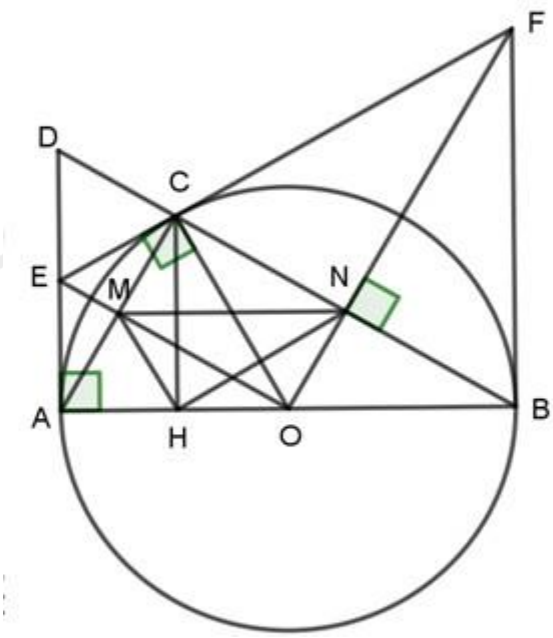
Vì (d_1) cắt (d_2) tại điểm có hoành độ bằng 1 nên $x=1$ là nghiệm của phương trình (1)

$\Rightarrow m=-5.1-2=-7$

Vậy với $m=-7$ thỏa mãn yêu cầu để bài.

LG bài 4

Giải chi tiết:



1. Chứng minh bốn điểm *A, E, C, O* cùng thuộc một đường tròn.

AE là tiếp tuyến tại *A* của $(O;R) \Rightarrow \angle EAO = 90^o$

CE là tiếp tuyến tại *C* của $(O;R) \Rightarrow \angle ECO = 90^o$

$\Rightarrow$ *C, A* cùng thuộc đường tròn đường kính *OE*

$\Rightarrow$ *A, E, C, O* cùng thuộc đường tròn đường kính *OE*

2. Chứng minh $BC.BD = 4R^2$ và *OE* song song với *BD*.

Ta có điểm *C* thuộc (O) đường kính $AB = 2R$

$\Rightarrow \angle ACB = 90^o \Rightarrow AC \perp BD$

$\Rightarrow AC$ là đường cao trong ΔABD

Xét ΔABD vuông tại *A* đường cao *AC* ta có:

$BC.BD = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$

Ta có AE là tiếp tuyến tại A của $(O;R)$

CE là tiếp tuyến tại C của $(O;R)$

$AE \cap CE = \{E\}$

$\Rightarrow OE \perp AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $BD \perp AC$ (chứng minh trên) $\Rightarrow OE \parallel BD$ (từ vuông góc đến song song)

3. Đường thẳng kẻ qua *O* và vuông góc với *BC* tại *N* cắt tia *EC* ở *F*. Chứng minh *BF* là tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$

Ta có $OF \perp BC$ tại N (gt) $\Rightarrow \angle BOF = \angle COF = \frac{1}{2}\angle BOC$ (đường cao đồng thời là đường trung tuyến trong tam giác cân)

Mặt khác $\angle BCF = \frac{1}{2}\angle BOC$ (*CF* là tiếp của (O) tại *C*)

$\Rightarrow \angle BOF = \angle BCF\left(= \frac{1}{2}\angle BOC\right) \Rightarrow BOCF$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle OBF + \angle OCF = 180^o \Leftrightarrow \angle OBF + 90^o = 180^o$ ($\angle OCF = 90^o$ do *CF* là tiếp tuyến của (O) tại *C*)

$\Rightarrow \angle OBF = 90^o \Rightarrow BF$ là tiếp tuyến của $(O;R)$

4. Gọi *H* là hình chiếu của *C* trên *AB*, *M* là giao của *AC* và *OE*. Chứng minh rằng khi điểm *C* di động trên đường tròn $(O;R)$ và thỏa mãn yêu cầu đề bài thì đường tròn ngoại tiếp tam giác *HMN* luôn đi qua một điểm cố định.

Ta có $OE \parallel CA$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \angle OMC = 90^o$

Mặt khác $\angle MCN = \angle ONC = 90^o \Rightarrow OMCN$ là hình chữ nhật $\Rightarrow$
$\angle OMN = \angle OCN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung ON)

Ta có $\angle OHC = \angle ONC = 90^o \Rightarrow OHCN$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle OHN = \angle OCN$
(hai góc nội tiếp cùng chắn cung ON)

$\Rightarrow \angle OMN = \angle OHN (= \angle OCN)$

$\Rightarrow$ *HMNO* là tứ giác nội tiếp (dhnb)

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tam giác *HMN* luôn đi qua *O* là điểm cố định. (đpcm)

LG bài 5

Giải chi tiết:

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + \frac{9}{x-2} + 2010$ **với** $x > 2.$

$$P = x + \frac{9}{x-2} + 2010 = x - 2 + \frac{9}{x-2} + 2012$$

Với $x > 2 \Leftrightarrow x - 2 > 0 \Rightarrow \frac{9}{x-2} > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm $x-2$ và $\frac{9}{x-2}$

$$x - 2 + \frac{9}{x-2} \ge 2.\sqrt{(x-2).\frac{9}{x-2}} = 2\sqrt{9} = 6$$

$$\Rightarrow P = x - 2 + \frac{9}{x-2} + 2012 \ge 6 + 2012 = 2018$$

Dấu "=" xảy ra khi $x - 2 = \frac{9}{x-2}$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=3 \\ x-2=-3 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow x = 5$ (do $x > 2$)

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2018 tại $x = 5$.