SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH CÀ MAU

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học: 2019 - 2020
Môn thi: TOÁN (không chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{5}\left(\sqrt{20}-3\right)+\sqrt{45}.$

b) Chứng minh rằng $\sqrt{24+16\sqrt{2}}-\sqrt{24-16\sqrt{2}}=4\sqrt{2}.$

c) Tìm tập hợp các giá trị của x sao cho $\sqrt{2x+1}\le 5$

Câu 2 (1,5 điểm):

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+4}+x=8.$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=-7 \end{cases}.$

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m+1=0$ (x là ẩn)

a) Giải phương trình khi $m=-\dfrac{3}{2}.$

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

c) Gọi $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để $x_1^2+x_2^2=8.$

Câu 4 (1,5 điểm) Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm riêng xong được công việc ấy, thì đội thứ hai cần nhiều thời gian hơn đội thứ nhất là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm riêng xong công việc ấy trong bao lâu?

Câu 5 (3,0 điểm):

Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB<AC)$, đường cao AH. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD=HB$, vẽ CE vuông góc với AD $(E\in AD)$.

a) Chứng minh tứ giác $AHEC$ nội tiếp, xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$.

b) Chứng minh CH là tia phân giác của góc $\angle ACE$.

c) Tính diện tích giới hạn bởi đoạn thẳng CA, CH và cung nhỏ AH của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$. Biết $CA=6cm$; $\angle ACB=30^0$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (VD)

Phương pháp:

a) Sử dụng quy tắc đưa thừa số ra ngoài dấu căn: Với hai biểu thức A, B mà $B \ge 0$, ta có:

$$\sqrt{A^2.B} = A\sqrt{B},\ khi\ \ A \ge 0$$
$$\sqrt{A^2.B} = -A\sqrt{B},\ khi\ \ A < 0$$

b) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A\ \ khi\ \ A \ge 0 \\ -A\ \ khi\ \ A < 0 \end{cases}$.

c) $\sqrt{f(x)} \ge g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f(x) \ge [g(x)]^2 \end{cases} \end{array} \right.$

Cách giải:

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{5}\left(\sqrt{20} - 3\right) + \sqrt{45}$.

Ta có:

$$A = \sqrt{5}\left(\sqrt{20} - 3\right) + \sqrt{45}$$
$$A = \sqrt{5}.\sqrt{20} - 3.\sqrt{5} + \sqrt{3^2.5}$$
$$A = \sqrt{100} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$
$$A = 10 + \left(-3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}\right)$$
$$A = 10$$

b) Chứng minh rằng $\sqrt{24 + 16\sqrt{2}} - \sqrt{24 - 16\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$.

Ta có:

$VT=\sqrt{24+16\sqrt{2}}-\sqrt{24-16\sqrt{2}}$
$VT=\sqrt{16+2.4.2\sqrt{2}+8}-\sqrt{16-2.4.\sqrt{2}+8}$
$VT=\sqrt{\left(4+2\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(4-2\sqrt{2}\right)^2}$
$VT=\left|4+2\sqrt{2}\right|-\left|4-2\sqrt{2}\right|$
$VT=4+2\sqrt{2}-\left(4-2\sqrt{2}\right)\ \left(do\ 4-2\sqrt{2}>0\right)$
$VT=4+2\sqrt{2}-4+2\sqrt{2}$
$VT=4\sqrt{2}=VP\ \left(dpcm\right)$

c) Tìm tập hợp các giá trị của x sao cho $\sqrt{2x+1}\le 5\ (*)$

Điều kiện: $2x+1\ge 0\Leftrightarrow 2x\ge -1\Leftrightarrow x\ge -\frac{1}{2}$

Khi đó, bất phương trình $(*)\Leftrightarrow 2x+1\le 25$

$\Leftrightarrow 2x\le 24\Leftrightarrow x\le 12$

Kết hợp với điều kiện, ta có: $-\frac{1}{2}\le x\le 12$

Câu 2 (VD)

Phương pháp:

a) Sử dụng công thức: $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases}A & khi\ A\ge 0\\ -A & khi\ A<0\end{cases}.$

b) Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

Cách giải:

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+4}+x=8.\ (*)$

Ta có: $x^2-4x+4=(x-2)^2$

Điều kiện: $(x-2)^2\ge 0,$ luôn đúng với mọi $x\in\mathbb{R}.$

$\sqrt{x^2-4x+4}+x=8\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2}+x=8\ (*)$
$\Leftrightarrow|x-2|+x=8$

+) Nếu $x-2\ge 0\Leftrightarrow x\ge 2$ thì $|x-2|=x-2$

Khi đó, phương trình $(*)$ trở thành: $x-2+x=8$

$\Leftrightarrow 2x-2=8 \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn)

+) Nếu $x-2<0 \Leftrightarrow x<2$ thì $|x-2|=-x+2$

Khi đó, phương trình $(*)$ trở thành: $-x+2+x=8 \Leftrightarrow -2=8$ (vô lí)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{5\}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=-7 \end{cases}$.

$$\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=-3 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x+y=4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ -1+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x;y)=(-1;5)$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

a) Thay $m=-\dfrac{3}{2}$ vào phương trình rồi giải phương trình bằng cách sử dụng biệt thức Δ.

b) Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta>0 \\ \Delta'>0 \end{array} \right.$ với mọi giá trị của m.

c) +) Tìm ĐK để phương trình có 2 nghiệm.

+) Áp dụng định lí Vi-ét.

+) Sử dụng biến đổi: $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$.

Cách giải:

Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m+1=0$ ***(*** x ***là ẩn)***

a) Giải phương trình khi $m=-\dfrac{3}{2}$.

Thay $m=-\dfrac{3}{2}$ vào phương trình đã cho, ta được:

$$x^2-2.\left(-\frac{3}{2}+2\right)x-\frac{3}{2}+1=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-2.\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-x-\frac{1}{2}=0\ (*)$$

$$\Delta=1^2-4.1.\left(-\frac{1}{2}\right)=3>0\Rightarrow\sqrt{\Delta}=\sqrt{3}$$

Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt: $x_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$; $x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

Vậy $S=\left\{\frac{1+\sqrt{3}}{2};\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right\}$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2-2(m+2)x+m+1=0$ (x là ẩn)

$$\Delta'=(m+2)^2-1.(m+1)=m^2+4m+4-m-1$$

$$=m^2+3m+3=m^2+2.\frac{3}{2}.m+\frac{9}{4}+\frac{3}{4}$$

$$=\left(m^2+2.\frac{3}{2}.m+\frac{9}{4}\right)+\frac{3}{4}$$

$$=\left(m+\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{4}>0\ \forall m$$

Vậy phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt.

c) Gọi $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để $x_1^2+x_2^2=8$.

Phương trình $x^2-2(m+2)x+m+1=0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+2)=2m+4\\x_1x_2=m+1\end{cases}$

Theo đề bài, ta có: $x_1^2+x_2^2=8\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=8$

$\Rightarrow (2m+4)^2 - 2.(m+1) = 8$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 2m - 2 = 8$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 2m - 2 - 8 = 0$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 14m + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 2m^2 + 7m + 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2m^2 + 6m + m + 3 = 0$

$\Leftrightarrow 2m(m+2) + (m+3) = 0$

$\Leftrightarrow (m+3)(2m+1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+3=0 \\ 2m+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy $m=-3$; $m=-\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4 (VD)

Phương pháp:

+) Gọi thời gian đội thứ nhất làm riêng xong công việc là $x\ (x>0)$ (giờ)

$\Rightarrow$ Thời gian đội thứ hai làm riêng xong công việc là $x+6$ (giờ)

+) Một giờ đội thứ nhất làm được: $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Một giờ đội thứ hai làm được: $\dfrac{1}{x+6}$ (công việc)

+) Hai đội cùng làm trong 4 giờ thì xong công việc nên $4.\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+6}\right)=1\ (*)$

+) Giải phương trình $(*)$ ta tìm được x. Đối chiếu với điều kiện của x rồi kết luận.

Cách giải:

Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm riêng xong được công việc ấy, thì đội thứ hai cần nhiều thời gian hơn đội thứ nhất là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm riêng xong công việc ấy trong bao lâu?

Gọi thời gian đội thứ nhất làm riêng xong công việc là $x\ (x>0)$ (giờ)

$\Rightarrow$ Thời gian đội thứ hai làm riêng xong công việc là $x+6$ (giờ)

Một giờ đội thứ nhất làm được: $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Một giờ đội thứ hai làm được: $\frac{1}{x+6}$ (công việc)

Hai đội cùng làm một công việc trong 4 giờ thì xong công việc nên ta có

$$4.\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}\right)=1 \Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}=\frac{1}{4}$$
$$\Leftrightarrow \frac{4.(x+6)}{4x.(x+6)}+\frac{4x}{4x.(x+6)}=\frac{x.(x+6)}{4x.(x+6)}$$
$$\Rightarrow 4.(x+6)+4x=x.(x+6)$$
$$\Leftrightarrow 4x+24+4x=x^2+6x$$
$$\Leftrightarrow x^2+6x-4x-24-4x=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x-24=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-6x+4x-24=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-6)+4(x-6)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-6)(x+4)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-6=0 \\ x+4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6\ \ (tm) \\ x=-4\ \ (ktm) \end{array}\right.$$

Vậy đội thứ nhất làm riêng xong công việc trong 6 giờ

đội thứ hai làm riêng xong công việc trong $6+6=12$ giờ.

Câu 5 (VD):

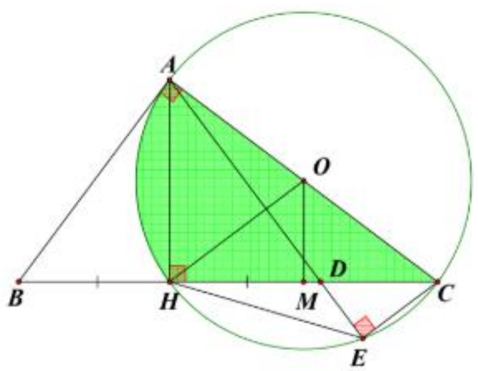
Phương pháp:

a) Chứng minh $\angle AHC=\angle AEC$.

b) Chứng minh $\angle ACH=\angle ECH$.

c) Sử dụng các công thức tính diện tích hình quạt tròn.

Cách giải:



Cho tam giác ABC vuông tại $A\left(AB < AC\right)$, đường cao AH. Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$, vẽ CE vuông góc với AD $\left(E \in AD\right)$.

a) Chứng minh tứ giác $AHEC$ nội tiếp, xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$.

Ta có: $\angle AHC = 90^0$ $\left(do\ AH \perp BC\right)$

Và $\angle AEC = 90^0$ $\left(do\ AE \perp EC\right)$

Xét tứ giác $AHEC$ có E, H là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh AC dưới một góc $\alpha = 90^0$ $\left(\angle AHC = \angle AEC = 90^0\right)$

Suy ra: Tứ giác $AHEC$ là tứ giác nội tiếp.

Tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$ là trung điểm của cạnh AC.

b) Chứng minh CH là tia phân giác của góc $\angle ACE$.

Vì tứ giác $AHEC$ là tứ giác nội tiếp nên: $\angle ACH = \frac{1}{2} sd\ cung\ AH$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cùng cung AH) (1)

Theo câu a, tứ giác $AHEC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC

Theo đề bài: $\angle BAC = 90^0$ (vì ΔABC vuông tại A)

$\Rightarrow AB$ là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, đường kính AC

$\Rightarrow \angle BAH = \frac{1}{2} sd\ cung\ AH$ (Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung) $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra: $\angle ACH = \angle BAH$ $\left(3\right)$

Vì tứ giác $AHEC$ là tứ giác nội tiếp nên:

$\angle EAH = \angle ECH = \frac{1}{2} sd\ cung\ EH$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cùng cung AH) $\left(3\right)$

Xét ΔABD có AH là đường cao, đồng thời là đường trung tuyến

$\Rightarrow \Delta ABD$ cân tại A

$\Rightarrow AH$ là phân giác của $\Delta ABD \Rightarrow \angle BAH = \angle EAH$ $\left(5\right)$

Từ $\left(3\right),\left(4\right)$ và $\left(5\right)$ suy ra: $\angle ACH = \angle ECH$

Vậy CH là tia phân giác của $\angle ACE$.

c) Tính diện tích giới hạn bởi đoạn thẳng CA, CH ***và cung nhỏ*** AH ***của đường tròn ngoại tiếp tứ giác*** $AHEC$. ***Biết*** $CA = 6cm$; $\angle ACB = 30^0$.

Gọi diện tích hình quạt AOH là $S_q = \dfrac{\pi R^2.\angle AOH}{360^0}$

Diện tích cần tính là: $S_q + S_{OHC}$

Theo đề bài, $AC = 6cm$, O là trung điểm của AC

$\Rightarrow OA = OC = R = 3cm$

Ta lại có: $OH = OC = R = 3cm$

$\Rightarrow \Delta OHC$ cân tại O

$\Rightarrow \angle OHC = \angle OCH = 30^0 \ \left(do\ \angle ACB = 30^0\right)$

$\Rightarrow \angle AOH = \angle OHC + \angle OCH = 30^0 + 30^0 = 60^0$ (Góc ngoài của tam giác)

$$S_q = \frac{\pi.3^2.60^0}{360^0} = \frac{\pi.3^2}{62} = \frac{3}{2}\pi \ \left(cm^2\right)$$

Gọi M là trung điểm của HC

$\Rightarrow OM \perp HC$ (Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

$$S_{OHC} = \frac{1}{2}.OM.HC$$

Xét ΔAHC vuông tại H có:

$$\cos\angle ACH = \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = AC.\cos\angle ACH = AC.\cos 30^0 = 6.\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\ (cm)$$

Vì M là trung điểm của HC nên $HM = \dfrac{HC}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

Xét ΔOMH vuông tại M, theo địnhlí Py-ta-go, ta có: $OH^2 = OM^2 + MH^2$

$$\Rightarrow OM^2 = OH^2 - MH^2 = 3^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$OM^2 = 9 - \frac{27}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow OM = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}\ (cm)$$

$$S_{OHC} = \frac{1}{2}.OM.HC = \frac{1}{2}.\frac{3}{2}.3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{3}}{4}\ \left(cm^2\right)$$

Diện tích cần tính là: $S_q + S_{OHC} = \frac{3}{2}\pi + \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}+6\pi}{4}\ \left(cm^2\right)$.