SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học 2020 – 2021
Bài thi môn: TOÁN
***Thời gian làm bài:* 120 phút**

Câu 1:

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa.

2. Tính $A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$

3. Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{a}+2}+\frac{1}{\sqrt{a}-2}\right):\frac{\sqrt{a}}{a-4}$ với $a>0$ và $a\ne 4$

Câu 2:

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$

2. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx-1$ nghịch biến trên R.

3. Xác định tọa độ giao điểm của parabo $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x-2$

Câu 3:

Người ta đổ thêm 20 gam nước vào một dung dịch chứa 4 gam muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10%. Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu gam nước?

Câu 4:

1. Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $AF.AB=AE.AC$

c) Kẻ đường kính AD của đường tròn tâm O. Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

2. Một chiếc máy bay bay lên từ mặt đất với vận tốc $600\,km/h$. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30^0. Hỏi sau $1,5$ phút máy bay bay lên cao được bao nhiêu kilomet theo phương thẳng đứng?

Câu 5:

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy}+\sqrt{yz}+\sqrt{zx}=2020$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\frac{x^2}{x+y}+\frac{y^2}{y+z}+\frac{z^2}{z+x}$.

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1

Cách giải:

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa.

Biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa khi $x-5\ge 0\Leftrightarrow x\ge 5$

Vậy với $x\ge 5$ thì biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa.

2. Tính $A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$

Ta có:

$$
\begin{aligned}
&A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{75}\\
&=\sqrt{4.3}+\sqrt{9.3}-\sqrt{25.3}\\
&=\sqrt{4}.\sqrt{3}+\sqrt{9}.\sqrt{3}-\sqrt{25}.\sqrt{3}\\
&=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-5\sqrt{3}\\
&=\sqrt{3}(2+3-5)\\
&=\sqrt{3}.0=0
\end{aligned}
$$

Vậy $A=0.$

3. Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{a}+2}+\frac{1}{\sqrt{a}-2}\right):\frac{\sqrt{a}}{a-4}$ với $a>0$ và $a\ne 4$

Ta có:

$$P=\left(\frac{1}{\sqrt{a}+2}+\frac{1}{\sqrt{a}-2}\right):\frac{\sqrt{a}}{a-4}$$
$$=\left[\frac{\sqrt{a}-2}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}+\frac{\sqrt{a}+2}{\left(\sqrt{a}-2\right)\left(\sqrt{a}+2\right)}\right].\frac{a-4}{\sqrt{a}}$$
$$=\frac{\sqrt{a}-2+\sqrt{a}+2}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-2\right)}.\frac{a-4}{\sqrt{a}}$$
$$=\frac{2\sqrt{a}}{a-4}.\frac{a-4}{\sqrt{a}}$$
$$=2$$

Vậy $P=2$ với $a>0$ và $a\neq 4$.

Câu 2

Cách giải:

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=3\\x-y=1\end{cases}$

Ta có: $\begin{cases}x+y=3\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x=4\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\2-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(x;y\right)=\left(2;1\right)$

2. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx-1$ nghịch biến trên R.

Hàm số $y=mx-1$ nghịch biến trên R khi $m<0$.

Vậy với $m<0$ thì hàm số $y=mx-1$ nghịch biến trên R.

3. Xác định tọa độ giao điểm của parabo $\left(P\right):y=x^2$ và đường thẳng $\left(d\right):y=3x-2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol $\left(P\right)$ và đường thẳng $\left(d\right)$, ta có:

$$x^2=3x-2$$
$$\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x-x+2=0$$
$$\Leftrightarrow x\left(x-2\right)-\left(x-2\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(x-1\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-2=0\\x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$$

Với $x = 2 \Rightarrow y = 2^2 = 4$

Với $x = 1 \Rightarrow y = 1^2 = 1$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(1;1),(2;4)$.

Câu 3

Cách giải:

Người ta đổ thêm 20 gam nước vào một dung dịch chứa 4 gam muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10%. Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu gam nước?

Gọi khối lượng nước trước khi đổ thêm là x (gam) $(x > 0)$

Nồng độ dung dịch ban đầu là $\dfrac{4}{x+4}.100\%$

Sau khi đổ thêm 20 gam nước thì nồng độ dung dịch là $\dfrac{4}{20+x+4}.100\% = \dfrac{4}{x+24}.100\%$

Vì nồng độ của dung dịch giảm đi 10% nên ta có phương trình:

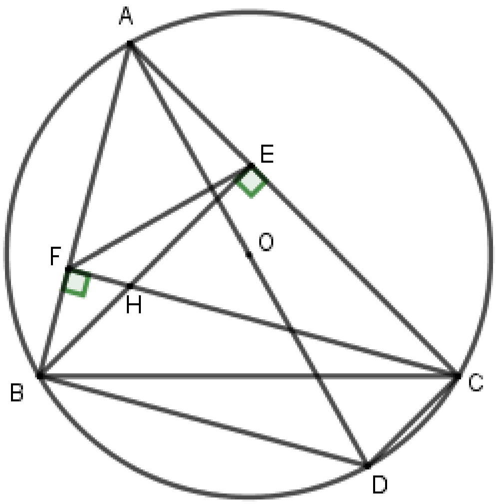
$$\frac{4}{x+4}.100\% - \frac{4}{x+24}.100\% = 10\%$$
$$\Leftrightarrow \frac{4}{x+4} - \frac{4}{x+24} = \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow \frac{4x+96-4x-16}{(x+4)(x+24)} = \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow \frac{80}{x^2+28x+96} = \frac{1}{10}$$
$$\Rightarrow x^2+28x+96 = 800$$
$$\Leftrightarrow x^2+28x-704 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2+44x-16x-704 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x+44)-16(x+44) = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-16)(x+44) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-16=0 \\ x+44=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=16\ (tm) \\ x=-44\ (ktm) \end{array}\right.$$

Vậy lượng nước ban đầu của dung dịch trước khi đổ thêm là 16 gam.

Câu 4

Cách giải:

1. Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H.



a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn.

Ta có:

BE là đường cao nên $BE \perp AC \Rightarrow \angle BEC = 90^0$

CF là đường cao nên $CF \perp AB \Rightarrow \angle BFC = 90^0$

Xét tứ giác $BFEC$ có:

$\angle BEC = \angle BFC = 90^0$ nên $BFEC$ là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau)

Vậy tứ giác $BFEC$ nội tiếp (đpcm).

b) Chứng minh rằng: $AF.AB = AE.AC$

Theo câu a, $BFEC$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle BFE + \angle BCE = 180^0$ (tính chất)

Mà $\angle BFE + \angle AFE = 180^0$ (kề bù)

Nên $\angle BCE = \angle BCA = \angle AFE$

Xét ΔAFE và ΔACB có:

$\angle A$ chung

$\angle AFE = \angle ACB\left(cmt\right)$

$\Rightarrow \Delta AFE \sim \Delta ACB\left(g-g\right)$

$\Rightarrow \dfrac{AF}{AC} = \dfrac{AE}{AB}$ (cạnh tương ứng)

$\Rightarrow AF.AB = AE.AC$ (đpcm)

c) Kẻ đường kính AD của đường tròn tâm O. Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

AD là đường kính nên $\angle ACD = \angle ABD = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow DC \perp AC, DB \perp AB$.

Ta có:

$\begin{cases} DC \perp AC \\ BH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DC//BH$ (từ vuông góc đến song song)

$\begin{cases} DB \perp AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DB//CH$ (từ vuông góc đến song song)

Tứ giác $BHCD$ có: $DC//BH, DB//HC$ nên là hình bình hành. (đpcm)

2. Một chiếc máy bay bay lên từ mặt đất với vận tốc $600\,km/h$. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30^0. Hỏi sau $1,5$ phút máy bay bay lên cao được bao nhiêu kilomet theo phương thẳng đứng?

Đổi $1,5$ phút $= \frac{1,5}{60} = \frac{1}{40}$ giờ

Sau $\frac{1}{40}$ giờ máy bay bay được số kilomet theo phương AB là: $600.\frac{1}{40} = 15(km)$

Sau $1,5$ phút máy bay bay được số kilomet theo phương thẳng đứng là: $15.\sin 30^0 = 15.\frac{1}{2} = 7,5(km)$.

Vậy sau 1,5 phút, máy bay lên cao được $7,5km$.

Câu 5

Cách giải:

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$.

Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \sqrt{y} \\ c = \sqrt{z} \end{cases} \Rightarrow a,b,c > 0$

$\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020 \Rightarrow ab + bc + ca = 2020$

Ta có: $Q = \frac{a^4}{a^2+b^2} + \frac{b^4}{b^2+c^2} + \frac{c^4}{c^2+a^2}$

Áp dụng BĐT $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{y}\ge \frac{(a+b)^2}{x+y}$ ta được:

$$Q=\frac{a^4}{a^2+b^2}+\frac{b^4}{b^2+c^2}+\frac{c^4}{c^2+a^2}$$
$$\ge \frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{a^2+b^2+b^2+c^2}+\frac{c^4}{c^2+a^2}$$
$$\ge \frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{a^2+b^2+b^2+c^2+c^2+a^2}$$
$$=\frac{\left(a^2+b^2+c^2\right)^2}{2\left(a^2+b^2+c^2\right)}$$
$$=\frac{a^2+b^2+c^2}{2}$$

Lại có:

$$a^2+b^2\ge 2ab$$
$$b^2+c^2\ge 2bc$$
$$c^2+a^2\ge 2ca$$
$$\Rightarrow 2\left(a^2+b^2+c^2\right)\ge 2\left(ab+bc+ca\right)$$
$$\Rightarrow a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca=2020$$
$$\Rightarrow Q\ge \frac{a^2+b^2+c^2}{2}\ge \frac{2020}{2}=1010$$
$$\Rightarrow Q\ge 1010$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=\sqrt{\frac{2020}{3}}\Rightarrow x=y=z=\frac{2020}{3}$

Vậy GTNN của Q là 1010 khi $x=y=z=\frac{2020}{3}$