SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học 2021 – 2022
Bài thi môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2,0 điểm):

1. Hàm số $y=2x-3$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

2. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=5 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm):

Cho phương trình $x^2-mx+m-1=0$ (1) (m là tham số)

1) Giải phương trình (1) khi $m=3$

2) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m.

3) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của m để $P={x_1}^2+{x_2}^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (1,0 điểm):

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 4km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

Câu 4 (3,5 điểm):

1. Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ điểm A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Vẽ cát tuyến ADE không đi qua tâm O của đường tròn (D nằm giữa A và E). Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh MA là tia phân giác của góc BMC.

2. Một dụng cụ đựng chất lỏng có dạng hình trụ với chiều cao bằng 3dm và bán kính đáy bằng 2dm. Dụng cụ này đựng được bao nhiêu lít chất lỏng? (Bỏ qua độ dày của thành và đáy dụng cụ, lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Câu 5 (1,0 điểm):

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình $x^2+2y^2+2xy=1$

2) Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện $a+b^2=2ab^2$

Chứng minh rằng $\dfrac{1}{a^4+b^4+2ab^4}+\dfrac{1}{a^2+b^8+2a^2b^2}\le\dfrac{1}{2}$.

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

1) Hàm số $y=ax+b\left(a\ne 0\right)$ đồng biến khi $a>0$ và nghịch biến khi $a<0$.

2) Vận dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases}A\ \ khi\ \ A\ge 0\\ -A\ \ khi\ A<0\end{cases}$

Thực hiện các phép toán với căn bậc hai.

3) Vận dụng phương pháp cộng đại số để xác định nghiệm của hệ phương trình.

Cách giải:

1) Hàm số $y=2x-3$ có $x=2>0$ nên hàm số $y=2x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

2) Ta có:

$$A=\sqrt{18}-2\sqrt{50}+3\sqrt{8}$$
$$A=\sqrt{3^2.2}-2\sqrt{5^2.2}+3\sqrt{2^2.2}$$
$$A=3\sqrt{2}-10\sqrt{2}+6\sqrt{2}$$
$$A=\left(3-10+6\right)\sqrt{2}$$
$$A=-\sqrt{2}$$

Vậy $A=-\sqrt{2}$.

3) Ta có: $\begin{cases}x-y=1\\ 2x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=6\\ y=x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\left(x;y\right)=\left(2;1\right)$.

Câu 2 (VD):

Phương pháp:

1) Thay $m=3$ vào phương trình (1) thì ta thấy phương trình (1) là phương trình bậc hai một ẩn số.

Vận dụng cách giải nhanh: $a+b+c=0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=\frac{c}{a}$

2) Tính Δ (hoặc Δ') sau đó chứng minh Δ (hoặc Δ') luôn dương với mọi giá trị của m.

3) Vận dụng hệ thức Vi – ét tính được $x_1+x_2, x_1.x_2$

Biến đổi biểu thức của đề bài, xuất hiện $x_1+x_2, x_1.x_2$, thay các giá trị của m, biến đổi để tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Cách giải:

1) Với $m=3$ thì (1) trở thành: $x^2-3x+2=0$.

Ta có $a+b+c=1-3+2=0$ nên phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=\frac{c}{a}=2 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm phương trình $S=\{1;2\}$.

2) Phương trình (1) có: $\Delta=m^2-4(m-1)=m^2-4m+4=(m-2)^2\ge 0\ \forall m$.

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m.

3) Theo câu 2) phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=m-1 \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} P&=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2 \\ &=m^2-2(m-1)=(m-1)^2+1 \end{aligned}$$

Nhận thấy $(m-1)^2\ge 0\ \forall m \Rightarrow (m-1)^2+1\ge 1\ \forall m$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$.

Vậy $m=1$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Giải bài toán bằng cách lập phương trình, cụ thể gọi vận tốc của người đi xe đạp từ A tới B là $x\ \left(km/h\right)\ \left(x>0\right)$, tính được vận tốc đi từ B trở về A và tính được cái đại lượng liên quan, lập phương trình biểu thị các quan hệ, giải phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

Gọi vận tốc của người đi xe đạp từ A tới B là $x\ \left(km/h\right)\ \left(x>0\right)$.

Do khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc lên $4km/h$ nên vận tốc của người đó khi về là $x+4\ \left(km/h\right)$

Thời gian người đi xe đạp từ A tới B là $\dfrac{24}{x}\left(h\right)$

Thời gian người đi xe đạp từ B về A là $\dfrac{24}{x+4}\left(h\right)$

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút = $\dfrac{1}{2}\left(h\right)$ nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}
&\frac{24}{x}-\frac{24}{x+4}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{24\left(x+4\right)-24x}{x\left(x+4\right)}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \frac{96}{x\left(x+4\right)}=\frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow x\left(x+4\right)=96.2\\
&\Leftrightarrow x^2+4x-192=0
\end{aligned}$$

Ta có $\Delta'=2^2+192=196=14^2>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{ll} x=-2+14=12 & \left(tm\right)\\ x=-2-14=-16 & \left(ktm\right)\end{array}\right.$

Vậy vận tốc người đi xe đạp từ A tới B là $12km/h$.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

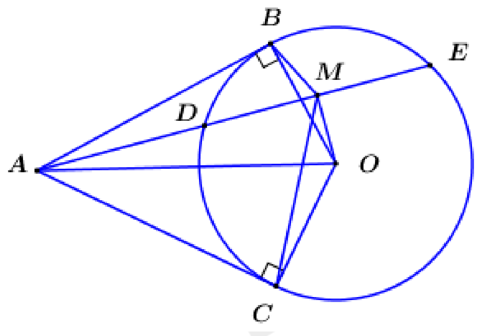
1) a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết của tứ giác nội tiếp: tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0 là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh năm điểm $O,\ B,\ A,\ C,\ M$ cùng thuộc một đường tròn.

Vận dụng kiến thức góc – đường tròn chứng minh các cặp góc bằng nhau

2) Áp dụng công thứ tính thể tích khối trụ: $V=\pi r^2h$

Cách giải:



a) Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) lần lượt tại A, B nên $\begin{cases} OB \perp AB \Rightarrow \angle OBA = 90^0 \\ OC \perp AC \Rightarrow \angle OCA = 90^0 \end{cases}$ (định nghĩa).

Xét tứ giác $ABOC$ có $\angle OBA + \angle OCA = 90^0 + 90^0 = 180^0$.

Vậy $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

b) Vì M là trung điểm của DE nên $OM \perp DE$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung) $\Rightarrow \angle OMA = 90^0$.

Xét tứ giác $OMAC$ có $\angle OMA + \angle OCA = 90^0 + 90^0 = 180^0$ nên $OMAC$ là tứ giác nội tiếp (dhnb).

$\Rightarrow$ Năm điểm O, B, A, C, M cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: $\angle AMC = \angle AOC$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

$\angle AMB = \angle AOB$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

Mà $\angle AOC = \angle AOB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

$\Rightarrow \angle AMC = \angle AMB$.

Vậy MA là tia phân giác của góc BMC.

2) Thể tích của dụng cụ đựng chất lỏng là $V = \pi r^2 h = \pi.2^2.3 = 12\pi \approx 37,68\left(dm^3\right)$.

Đổi $37,68\ dm^3 = 37,68\ l$.

Vậy dụng cụ này được được $37,68l$ chất lỏng.

Câu 5 (VDC):

Phương pháp:

1) Biến đổi phương trình về dạng $a^2 + b^2 =$ hằng số

Đánh giá từng biểu thức và biện luận nghiệm

2) Đặt $\begin{cases} a = x \\ b^2 = y \end{cases} (x; y > 0) \Rightarrow x + y = 2xy$. Khi đó ta cần chứng minh: $\dfrac{1}{x^4 + y^2 + 2xy^2} + \dfrac{1}{x^2 + y^4 + 2x^2 y} \le \dfrac{1}{2}$

Sau đó, vận dụng BĐT Cô – si để chứng minh.

Cách giải:

1) Ta có:

$$\begin{aligned}
&x^2+2y^2+2xy=1\\
\Leftrightarrow\ &x^2+2xy+y^2+y^2=1\\
\Leftrightarrow\ &(x+y)^2+y^2=1
\end{aligned}$$

Do $x,\ y$ nguyên nên $(x+y)^2, y^2$ nguyên. Mặt khác $(x+y)^2\ge 0, y^2\ge 0$ nên ta có:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x+y)^2=1\\ y^2=0\end{cases}\\ \begin{cases}(x+y)^2=0\\ y^2=1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=0\\ x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1\end{cases}\\ \begin{cases}x+y=0\\ y=\pm 1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y=0\\ x=\pm 1\end{cases}\\ \begin{cases}x=1\\ y=-1\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1\\ y=1\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy cặp nghiệm (x,y) thỏa mãn phương trình là $\{(1;0);(-1;0);(-1;1);(1;-1)\}$.

2) Đặt $\begin{cases}a=x\\ b^2=y\end{cases}(x;y>0)\Rightarrow x+y=2xy$. Khi đó ta cần chứng minh: $\dfrac{1}{x^4+y^2+2xy^2}+\dfrac{1}{x^2+y^4+2x^2y}\le\dfrac{1}{2}$

Có $\begin{cases}x^4+y^2\ge 2x^2y\\ x^2+y^4\ge 2xy^2\end{cases}(BDT\ Co-si)$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^4+y^2+2xy^2}\le\frac{1}{2x^2y+2xy^2}=\frac{1}{2xy(x+y)}$$

$$\frac{1}{x^2+y^4+2x^2y}\le\frac{1}{2xy^2+2x^2y}=\frac{1}{2xy(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^4+y^2+2xy^2}+\frac{1}{x^2+y^4+2x^2y}\le\frac{1}{2xy(x+y)}+\frac{1}{2xy(x+y)}=\frac{1}{xy(x+y)}$$

Ta sẽ chứng minh $\dfrac{1}{xy(x+y)}\le\dfrac{1}{2}$.

Ta có:

$$\frac{1}{xy(x+y)} \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow xy(x+y) \ge 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{2}(x+y) \ge 2 \ (Do\ x+y=2xy)$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 \ge 4 \Leftrightarrow x+y \ge 2$$

Thật vậy: $x+y=2xy \le \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Leftrightarrow (x+y)^2 \ge 4(x+y) \Leftrightarrow x+y \ge 4 \ (Do\ x+y>0)$.

Vậy ta có điều phải chứng minh.