

ĐỀ THI HỌC KÌ I QUẬN TÂY HỒ

MÔN: TOÁN - LỚP 9



BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (2 điểm)

Cho $A = \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25} + \frac{3}{\sqrt{x} + 5}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5}$ (với $x \geq 0; x \neq 5$).

a) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=49$.

b) Rút gọn A

c) Tìm giá trị của x để $B : A = |x - 4|$.

Bài 2 (2 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (2m - 1)x - 2m + 5$ (m là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d) và hàm số $y = 2x + 1$ có đồ thị là đường thẳng (d').

a) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; -3)$.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d'). Với giá trị của m vừa tìm được, vẽ đường thẳng (d) và tính góc α tạo bởi đường thẳng (d) và trục Ox (làm tròn đến phút).

Bài 3 (2 điểm)

Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x - 8} - \sqrt{25x - 50} = 3 - \sqrt{16x - 32}$

b) $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{4x^2 - 1} = 0$.

Bài 4 (3 điểm)

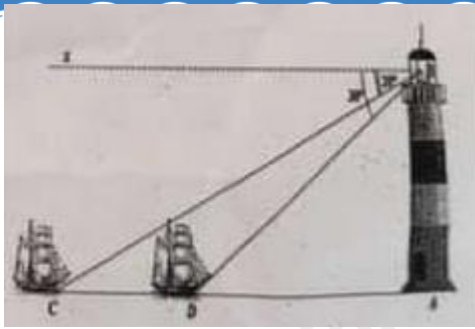
Cho đường tròn ($O; R$), đường kính AB. Qua điểm A và điểm B lần lượt vẽ đường thẳng d và d' là hai tiếp tuyến của đường tròn. Lấy điểm M bất kì thuộc đường tròn (O) (M khác A và B). Qua M kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt d và d' theo thứ tự tại C và D.

a) Chứng minh bốn điểm A, C, M, O thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\triangle OCD$ vuông và $4.AC \cdot BD = AB^2$.

c) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$.

Bài 5 (1 điểm)



a) Một người đứng trên ngọn hải đăng cao 100 mét quan sát hai lần một con thuyền đang đi về phía ngọn hải đăng. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy thuyền với góc hạ là 20^0 , lần thứ hai người đó nhìn thấy thuyền với góc hạ là 30^0 . Hỏi con thuyền đã đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát? (làm tròn đến mét).

b) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $xy > 2020x + 2021y$.

Chứng minh rằng: $x + y > (\sqrt{2020} + \sqrt{2021})^2$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1:

a) Thay $x = 49$ (t/m điều kiện) vào B ta được:

$$B = \frac{\sqrt{49} + 2}{\sqrt{49} - 5} = \frac{9}{2}$$

Vậy $B = \frac{9}{2}$ khi $x = 49$.

b)

$$A = \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25} + \frac{3}{\sqrt{x} + 5}$$

$$A = \frac{20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} + \frac{3(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$A = \frac{20 - 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 15}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$$

Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$.

c) Ta có:

$$B: A = |x - 4|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5} : \frac{1}{\sqrt{x} - 5} = |x - 4|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5} \cdot (\sqrt{x} - 5) = |x - 4|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = |x - 4|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 2 = x - 4 \\ -\sqrt{x} - 2 = x - 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x} - 6 = 0 \\ x + \sqrt{x} - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2) = 0 \\ (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 3 = 0 \\ \sqrt{x} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9(t/m) \\ x = 1(t/m) \end{cases}$$

Vậy $x \in \{1; 9\}$ thỏa mãn đề bài

Bài 2:

a) (d) đi qua điểm $A(2; -3)$ khi:

$$(2m - 1) \cdot 2 - 2m + 5 = -3$$

$$\Leftrightarrow 2m = -6$$

$$\Leftrightarrow m = -3$$

Vậy $m = -3$.

b) $(d) \parallel (d')$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2m - 1 = 2 \\ -2m + 5 \neq 1 \end{cases}$$

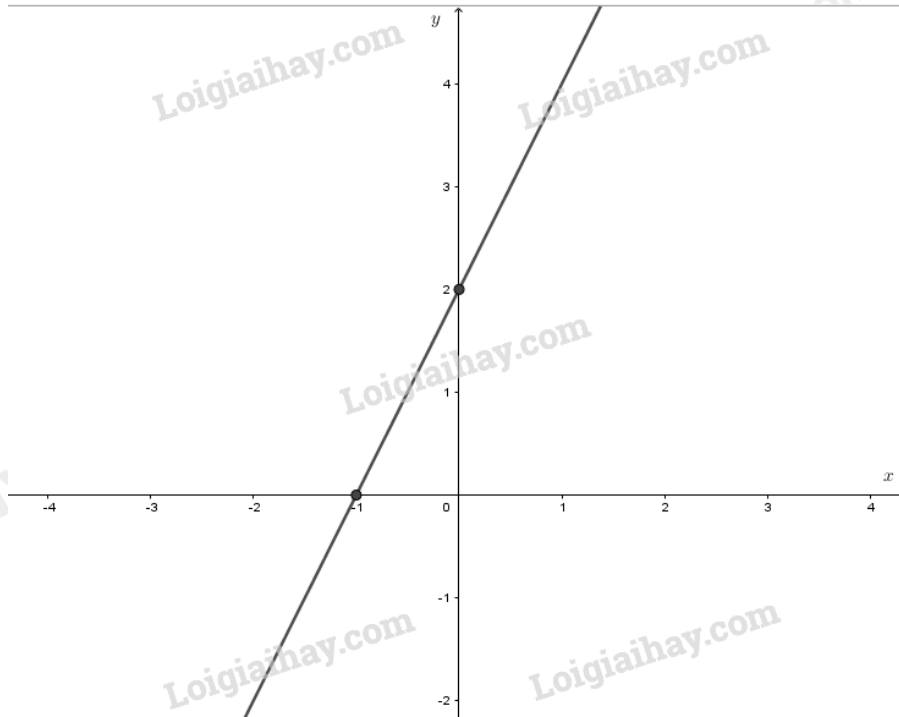
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Thay $m = \frac{3}{2}$ vào (d) ta có: $y = 2x + 2$

+) Với $x=-1$ thì $y=0 \Rightarrow (d)$ đi qua điểm $(-1;0)$

+) Với $x=0$ thì $y=2 \Rightarrow (d)$ đi qua điểm $(0;2)$



Ta có:

$$\tan \alpha = \frac{2}{1} = 2$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 63^{\circ}26'$$

Vậy $\alpha \approx 63^{\circ}26'$

Bài 3:

a) $\sqrt{4x-8} - \sqrt{25x-50} = 3 - \sqrt{16x-32}$ đk: $x \geq 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x-2)} - \sqrt{25(x-2)} = 3 - \sqrt{16(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} - 5\sqrt{x-2} = 3 - 4\sqrt{x-2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 3$$

$$\Leftrightarrow x-2=9$$

$$\Leftrightarrow x=11(t/m)$$

Vậy $x=11$

b) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{4x^2-1} = 0$ đk: $x \geq \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} + \sqrt{(2x-1)(2x+1)} = 0$$

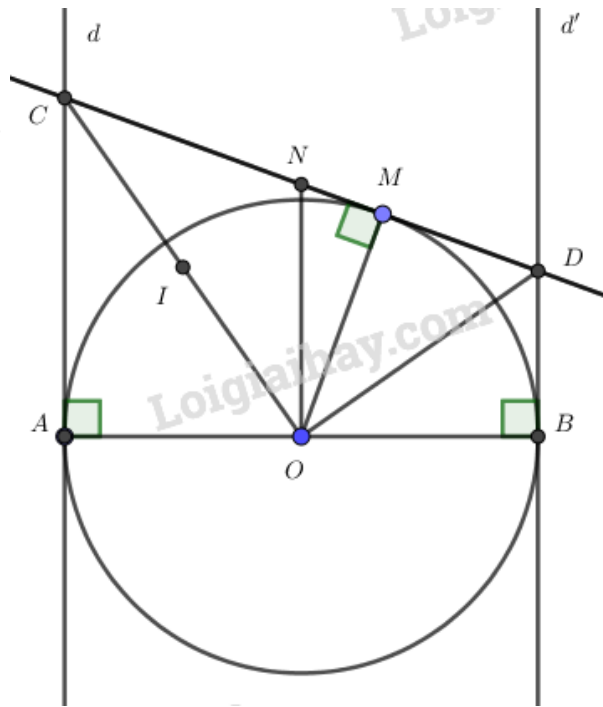
$$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} \cdot (1 + \sqrt{2x+1}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = 0 \\ 1 + \sqrt{2x+1} = 0 \text{ (VN)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (t/m)}$$

Bài 4:



a) Gọi I là trung điểm của CO

Do d là tiếp tuyến của (O) tại A nên $OAC = 90^\circ$

d' là tiếp tuyến của (O) tại M nên $OMC = 90^\circ$

Xét tam giác MCO vuông tại M có MI là trung tuyến nên: $IC = IO = IM$ (1)

Xét tam giác ACO vuông tại A có AI là trung tuyến nên: $IA = IC = IO$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $IA = IC = IM = IO$

Vậy bốn điểm A, C, M, O cùng thuộc một đường tròn

b) Ta có OC là phân giác của AMO nên: $AOC = MCO$

OD là phân giác của BMO nên: $BOD = MOD$

$$\Rightarrow MOC + DOM = AOC + BOD$$

$$\text{Mà: } MOC + DOM + AOC + BOD = 180^\circ$$

$$\text{Nên: } MOC + DOM = AOC + BOD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow COD = 90^\circ$$

Vậy tam giác COD vuông tại O.

Do AC và MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại C nên $AC = MC$

MD và BD là hai tiếp tuyến cắt nhau tại D nên $BD = MD$

$$\text{Suy ra } AC \cdot BD = MC \cdot MD \quad (3)$$

Xét tam giác OCD vuông tại O có OM là đường cao:

$$MC \cdot MD = OM^2 = \left(\frac{1}{2} AB\right)^2 = \frac{1}{4} AB^2 \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } AC \cdot BD = \frac{1}{4} AB^2$$

$$\text{Hay } 4 \cdot AC \cdot BD = AB^2 \quad (\text{đpcm})$$

c) Lấy N là trung điểm của OC

Xét $\triangle OCD$ vuông tại O có ON là trung tuyến nên: $NO = NC = ND$ (*)

$\Rightarrow N$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$ (a)

Từ (*) suy ra tam giác NCO cân tại N

$$\Rightarrow NCO = NOC \text{ mà } NCO = AOC \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)}$$

$$\Rightarrow AOC = NCO$$

Ta có:

$$NOA = NOC + AOC$$

$$= ACO + AOC = 90^\circ \text{ (Do } \triangle OCD \text{ vuông tại A)}$$

$$\Rightarrow NO \perp AB \text{ (b)}$$

Từ (a) và (b) suy ra AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle OCD$

Bài 5:

Gọi: Ngon hải đăng là điểm A, chân là điểm B

Điểm mà người đó nhìn thấy lần thứ nhất và thứ hai lần lượt là: C và D

Ta có:

$$BAD = 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$$

$$BAC = 90^{\circ} - 20^{\circ} = 70^{\circ}$$

$$\tan BAC = \frac{BC}{AB}$$

$$\Rightarrow BC = AB \cdot \tan BAC$$

$$\Rightarrow BC = 100 \cdot \tan 70^{\circ} = 275(m)$$

$$\tan BAD = \frac{BD}{AB}$$

$$\Rightarrow BD = AB \cdot \tan BAD$$

$$\Rightarrow BD = 100 \cdot \tan 60^{\circ} = 173(m)$$

Ta có $BC - BD = 275 - 173 = 102(m)$

Vậy thuyền đã đi được 102 mét giữa hai lần quan sát.

b)

Biến đổi giả thiết bài toán thành:

$$xy > 2020x + 2021y \Leftrightarrow 1 > \frac{2020}{y} + \frac{2021}{x}$$

Do đó, ta có:

$$x + y = (x + y) \cdot 1 > (x + y) \left(\frac{2021}{x} + \frac{2020}{y} \right) \geq \left(\sqrt{x \cdot \frac{2021}{x}} + \sqrt{y \cdot \frac{2020}{y}} \right)^2 \quad (\text{Bất đẳng thức Bunhiacopxki})$$

$$\Rightarrow x + y > \left(\sqrt{2020} + \sqrt{2021} \right)^2$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.