SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu I (2 điểm):

1) Giải phương trình: $x^2-5x+4=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-y=3\\2x+y=7\end{cases}$.

Câu II (2 điểm):

1) Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-3\sqrt{45}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$.

2) Cho biểu thức: $B=\left(\dfrac{1}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{1}{3+\sqrt{x}}\right).\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\quad\left(x>0,\ x\ne 9\right)$.

Rút gọn biểu thức B và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B>\dfrac{1}{2}$.

Câu III (1,5 điểm):

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y=\dfrac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y=-mx+3-m$ (với m là tham số).

1) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P), biết điểm M có hoành độ bằng 4.

2) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A, B.$ Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành hoành độ của hai điểm $A, B.$ Tìm m để $x_1^2+x_2^2=2x_1x_2+20.$

Câu IV (4,0 điểm)

1) Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn $(O;R)$ vẽ các tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn đó. Gọi M là một điểm bất kì trên nửa đường tròn $(O;R)$ (với M khác A, M khác B), tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

b) Chứng minh tam giác COD vuông tại O.

c) Chứng minh $AC.BD=R^2$.

d) Kẻ $MN\perp AB\ (N\in AB)$; BC cắt MN tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

2) Tính thể tích của một hình nón có bán kính đáy $r = 4cm$, độ dài đường sinh $l = 5cm$.

Câu V (0,5 điểm):

Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $abc = 1$.

Chứng minh $\dfrac{1}{2+a} + \dfrac{1}{2+b} + \dfrac{1}{2+c} \le 1.$

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu I (VD)

Phương pháp:

1) Giải phương trình bằng cách nhẩm nghiệm hoặc đưa về phương trình tích.

2) Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số.

Cách giải:

1) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$\begin{aligned}
& x^2 - 5x + 4 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x^2 - 4x - x + 4 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x(x-4) - (x-4) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & (x-1)(x-4) = 0 \\
\Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right..
\end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1;\, 4\}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}.$

$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 3x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3.2 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x;\, y) = (2;\, 3)$.

Câu II (VD)

Phương pháp:

1) Sử dụng các công thức $\dfrac{A}{\sqrt{B}-C}=\dfrac{A\left(\sqrt{B}+C\right)}{B-C^2}$; $\sqrt{A^2B}=|A|\sqrt{B}=\begin{cases}A\sqrt{B} & khi\ A\ge 0\\ -A\sqrt{B} & khi\ A<0\end{cases}$ để làm bài.

2) Quy đồng mẫu các phân thức rồi rút gọn biểu thức.

+) Giải bất phương trình $B>\dfrac{1}{2}$ để tìm x. Đối chiếu với điều kiện của x và điều kiện x nguyên rồi kết luận.

Cách giải:

1) Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}-3\sqrt{45}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}$.

$$\begin{aligned}A&=\frac{4}{\sqrt{5}-1}-3\sqrt{45}+\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}\\&=\frac{4\left(\sqrt{5}+1\right)}{5-1}-3\sqrt{3^2.5}+\left|\sqrt{5}-1\right|\\&=\sqrt{5}+1-9\sqrt{5}+\sqrt{5}-1\quad\left(do\ \ \sqrt{5}-1>0\right)\\&=-7\sqrt{5}.\end{aligned}$$

Vậy $A=-7\sqrt{5}$.

2) Cho biểu thức: $B=\left(\dfrac{1}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{1}{3+\sqrt{x}}\right).\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\ \left(x>0,\ x\ne 9\right)$.

Rút gọn biểu thức B ***và tìm tất cả các giá trị nguyên của*** x ***để*** $B>\dfrac{1}{2}$.

Điều kiện: $x>0,\ x\ne 9$.

$$\begin{aligned}B&=\left(\frac{1}{3-\sqrt{x}}-\frac{1}{3+\sqrt{x}}\right).\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\\&=\frac{3+\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\left(3-\sqrt{x}\right)\left(3+\sqrt{x}\right)}.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\\&=\frac{2\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}.\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{2}{3-\sqrt{x}}.\end{aligned}$$

Ta có: $B>\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{2}{3-\sqrt{x}}>\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{1}{2}>0 \Leftrightarrow \dfrac{4-3+\sqrt{x}}{2\left(3-\sqrt{x}\right)}>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}+1}{2\left(3-\sqrt{x}\right)}>0 \Leftrightarrow 3-\sqrt{x}>0 \quad \left(do\ \sqrt{x}+1>0\ \forall x\ge 0\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}<3 \Leftrightarrow x<9.$

Kết hợp với điều kiện $x>0,\ x\ne 9,\ x\in \mathbb{Z} \Rightarrow x\in \left\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8\right\}.$

Vậy $x\in \left\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8\right\}$ thì $B>\dfrac{1}{2}.$

Câu III (VD)

Phương pháp:

1) Thay hoành độ điểm M vào công thức $y=\dfrac{1}{2}x^2$ để tìm tung độ của điểm M.

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm $(*)$ của hai đồ thị hàm số.

+) Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0\ (\Delta'>0)$.

+) Sử dụng định lý Vi-et và hệ thức bài cho để tìm m. Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận.

Cách giải:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y=\dfrac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y=-mx+3-m$ (với m là tham số).

1) Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol (P), biết điểm M có hoành độ bằng 4.

Ta có $M\left(4;\ y_M\right)$ thuộc $(P):\ y=\dfrac{x^2}{2}$ nên thay $x=4$ vào công thức hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$ ta được:

$$y_M=\frac{1}{2}.4^2=8\Rightarrow M\left(4;\ 8\right).$$

Vậy $M\left(4;\ 8\right)$.

2) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành hoành độ của hai điểm A, B. Tìm m để $x_1^2+x_2^2=2x_1x_2+20$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\frac{x^2}{2}=-mx+3-m\Leftrightarrow x^2+2mx+2m-6=0\quad(*)$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m^2-2m+6>0\Leftrightarrow m^2-2m+1+5>0\Leftrightarrow(m-1)^2+5>0\ \forall m$

$\Rightarrow$ Đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1;\,y_1),\ B(x_2;\,y_2)$.

Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-2m\\x_1x_2=2m-6\end{cases}$.

Theo đề bài ta có: $x_1^2+x_2^2=2x_1x_2+20$

$\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+2x_1x_2-4x_1x_2-20=0$
$\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2-20=0$
$\Leftrightarrow(-2m)^2-4(2m-6)-20=0$
$\Leftrightarrow 4m^2-8m+24-20=0$
$\Leftrightarrow 4m^2-8m+4=0$
$\Leftrightarrow m^2-2m+1=0$
$\Leftrightarrow(m-1)^2=0$
$\Leftrightarrow m-1=0$
$\Leftrightarrow m=1.$

Vậy $m=1$ thỏa mãn bài toán.

Câu IV (4,0 điểm) (VD)

Phương pháp:

1) a) Chứng minh tứ giác $ACMO$ là tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0.

b) Áp dụng tính chất : hai tia phân giác của 2 góc kề bù vuông góc với nhau.

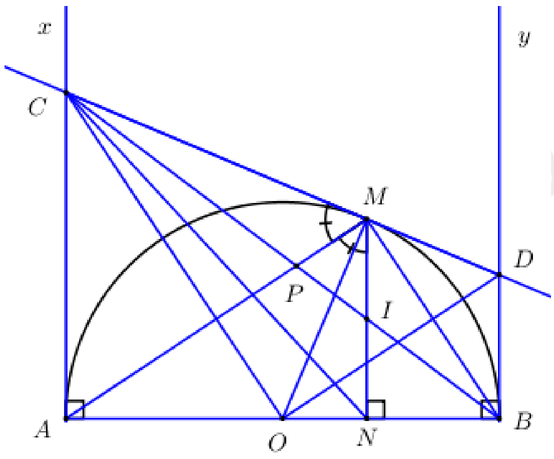
c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông và tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau.

d) Áp dụng tính chất đường phân giác.

2) Tính chiều cao của hình nón bằng định lý Pitago: $h=\sqrt{l^2-r^2}$.

+) Thể tích hình nón có bán kính đáy r và chiều cao h là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h.$

Cách giải:



1) a) Chứng minh tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

Do AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại $A \Rightarrow \angle OAC = 90^0$.

MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại $M \Rightarrow \angle OMC = 90^0$.

Xét tứ giác $ACMO$ có: $\angle OAC + \angle OMC = 90^0 + 90^0 = 180^0 \Rightarrow$ Tứ giác $ACMO$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0).

b) Chứng minh tam giác COD vuông tại O.

Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau ta có:

OC là tia phân giác của $\angle AOM$;

OD là tia phân giác của $\angle BOM$;

Mà $\angle AOM; \angle BOM$ là hai góc kề bù $\Rightarrow OC \perp OD$ (hai tia phân giác của 2 góc kề bù vuông góc với nhau).

$\Rightarrow \angle COD = 90^0$ hay tam giác COD vuông tại O. (đpcm)

c) Chứng minh $AC.BD = R^2$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCD vuông tại O có đường cao OM ta có: $OM^2 = MC.MD$.

Mà $OM = R \Rightarrow MC.MD = R^2$ (1).

Áp dụng tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau ta có: $AC = MC; BD = MD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC.BD = R^2$. (đpcm)

d) Kẻ $MN \perp AB$ $(N \in AB)$; BC cắt MN tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

Ta có: $\begin{cases} AC \perp AB \\ BD \perp AB \\ MN \perp AB \end{cases} \left(gt\right) \Rightarrow AC//BD//MN$ (Từ vuông góc đến song song).

Gọi $P = AM \cap CN$. Áp dụng định lí Ta-lét ta có : $\frac{MI}{AC} = \frac{PI}{PC}; \frac{NI}{AC} = \frac{BI}{BC}$ (3).

Ta có : $\angle AMB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle AMN + \angle NMB = 90^0$.

Mà trong tam giác vuông MNB lại có: $\angle NBM + \angle NMB = 90^0$

$\Rightarrow \angle AMN = \angle NBM = \angle ABM$.

Ta có : $\angle ABM = \angle AMC$ (góc nội tiếp và tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AM) ;

$\angle ABM = \angle AMN$ (cmt) ;

$\Rightarrow \angle AMC = \angle AMN \Rightarrow MA$ là tia phân giác trong của góc CMN.

Mà $MB \perp MA \left(\angle AMB = 90^0\right) \Rightarrow MB$ là tia phân giác ngoài của góc CMN.

Áp dụng tính chất đường phân giác trong tam giác CMI ta có: $\frac{MI}{MC} = \frac{PI}{PC} = \frac{BI}{BC}$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{MI}{AC} = \frac{NI}{AC} \Leftrightarrow MI = NI$.

Vậy I là trung điểm của MN (đpcm).

2) Chiều cao của hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3\left(cm\right)$.

Thể tích của hình nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.4^2.3 = 16\pi\left(cm^3\right)$.

Câu V (VDC)

Cách giải:

Ta có: $\frac{1}{2+a} = \frac{abc}{2abc+a} = \frac{bc}{2bc+1}\left(Do\ a > 0\right)$.

Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $2bc + 1 = bc + bc + 1 \ge 3\sqrt[3]{\left(bc\right)^2} \Rightarrow \frac{bc}{2bc+1} \le \frac{bc}{3\sqrt[3]{\left(bc\right)^2}} = \frac{\sqrt[3]{bc}}{3} \Rightarrow \frac{1}{2+a} \le \frac{\sqrt[3]{bc}}{3}$

CMTT ta có : $\frac{1}{2+b} \le \frac{\sqrt[3]{ca}}{3}; \frac{1}{2+c} \le \frac{\sqrt[3]{ab}}{3}$

Cộng vế với vế ta được $\frac{1}{2+a}+\frac{1}{2+b}+\frac{1}{2+c}\le \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{ca}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}}+\frac{1}{\sqrt[3]{b}}+\frac{1}{\sqrt[3]{c}}\right)$.

Ta có : $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}+\frac{1}{\sqrt[3]{b}}+\frac{1}{\sqrt[3]{c}}\le \frac{9}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}\le \frac{9}{3\sqrt[3]{\sqrt[3]{abc}}}=\frac{9}{3}=3$.

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{a}}+\frac{1}{\sqrt[3]{b}}+\frac{1}{\sqrt[3]{c}}\le 3\Rightarrow 3\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}}+\frac{1}{\sqrt[3]{b}}+\frac{1}{\sqrt[3]{c}}\right)\le 1$.

Vậy $\frac{1}{2+a}+\frac{1}{2+b}+\frac{1}{2+c}\le 1$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=1$.