

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG TRỊ

KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Khóa ngày 06 tháng 6 năm 2022

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (2,0 điểm):

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{27} - \sqrt{12}$

b) $B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2}$ với $a \geq 0$

Câu 2 (1,0 điểm):

Giải phương trình: $(x-1)^2 - x + 1 = 0$

Câu 3 (3,0 điểm):

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = 2x - m$ (m là tham số)

a) Vẽ (P) .

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

c) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức

$Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4 (1,0 điểm):

Nhằm phục vụ khán giả cổ vũ giải bóng đá U23 châu Á, một xưởng may phải may 2000 áo cổ động viên trong một số ngày quy định. Trong ba ngày đầu, mỗi ngày xưởng may đúng số áo theo kế hoạch. Từ ngày thứ tư, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 30 áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, trước khi hết thời hạn một ngày, xưởng đã may được 1980 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu áo?

Câu 5 (3,0 điểm):

Cho đường tròn (O) bán kính R , đường kính AB , tiếp tuyến Ax . Trên Ax lấy điểm P sao cho $AP > R$. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến thứ hai kẻ từ P của đường tròn (O) .

a) Chứng minh $AOMP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $BM \parallel OP$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt BM tại N , OM cắt PN tại J .

i) Chứng minh $AONP$ là hình chữ nhật.

ii) Gọi K là tâm của hình chữ nhật AOPN và I là giao điểm của PM và ON. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

a) Sử dụng hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

Thực hiện các phép tính với căn bậc hai.

b) Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

Cách giải:

Bằng các phép biến đổi đại số, hãy rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{27} - \sqrt{12}$

$$A = \sqrt{27} - \sqrt{12} = \sqrt{3^3} - \sqrt{2^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

b) $B = \sqrt{a} - \frac{a-4}{\sqrt{a}+2}$ với $a \geq 0$

$$B = \sqrt{a} - \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}{\sqrt{a}+2}$$

$$B = \sqrt{a} - (\sqrt{a} - 2)$$

$$B = \sqrt{a} - \sqrt{a} + 2$$

$$B = 2$$

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Đưa phương trình ban đầu về phương trình tích: $A(x) \cdot B(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \end{cases}$

Cách giải:

Giải phương trình: $(x-1)^2 - x + 1 = 0$

$$\begin{aligned}
 (x-1)^2 - x + 1 &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x-1)^2 - (x-1) &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x-1)(x-1-1) &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{1; 2\}$

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

+ Nhận xét về hệ số a và sự biến thiên của hàm số

+ Lập bảng giá trị tương ứng của x và y

+ Xác định được các điểm mà đồ thị đi qua, vẽ đồ thị.

b) Thay $x = 0$, $y = 1$ vào phương trình đường thẳng (d) tìm được m .

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) (1)

Yêu cầu đề bài \Leftrightarrow phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

Áp dụng hệ thức Vi-ét, tính $x_1 + x_2; x_1 x_2$ theo m

Thay vào biểu thức Q, tìm giá trị lớn nhất.

Cách giải:

Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = 2x - m$ (m là tham số)

a) Vẽ (P).

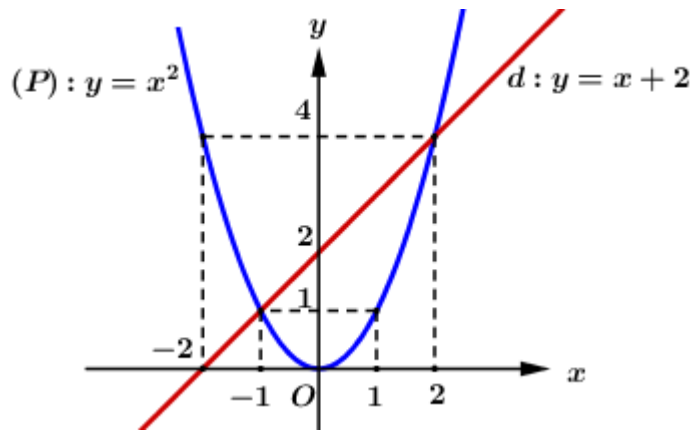
Xét *parabol* (P): $y = x^2$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$ và có bề lõm hướng lên trên.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

\Rightarrow Parabol (P) là đường cong đi qua các điểm $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(2; 4)$.



b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên đi qua điểm $(0;1)$.

Thay $x=0, y=1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có: $1=2.0-m \Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $m=-1$.

c) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức

$Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$ đạt giá trị lớn nhất.

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình

$$x^2 = 2x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0 \quad (1)$$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Rightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}.$$

Theo giả thiết ta có:

$$Q = x_1 x_2 (y_1 + y_2 - 2)$$

$$Q = x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2 - 2)$$

$$Q = x_1 x_2 [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2]$$

$$Q = m(4 - 2m - 2)$$

$$Q = -2m^2 + 2m$$

$$Q = -2(m^2 - m)$$

$$Q = -2\left(m^2 - 2m \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

$$Q = -2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có: } \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0 \forall x \Leftrightarrow -2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \forall m$$

Do đó $Q \leq \frac{1}{2} \forall m$. Dấu “=” xảy ra khi $m - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (tm).

Vậy $m = \frac{1}{2}$ thì Q đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 4 (VD):

Phương pháp:

Gọi số áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch là x (chiếc áo) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2000$)

Tính số áo mỗi ngày xưởng may được trong ba ngày đầu.

Tính số áo mỗi ngày xưởng may được từ ngày thứ tư.

Tính thời gian may hoàn thành theo kế hoạch và trên thực tế.

Tính số áo xưởng may được theo thực tế.

Lập phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

Nhằm phục vụ khán giả cổ vũ giải bóng đá U23 châu Á, một xưởng may phải may 2000 áo cổ động viên trong một số ngày quy định. Trong ba ngày đầu, mỗi ngày xưởng may đúng số áo theo kế hoạch. Từ ngày thứ tư, nhờ cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn 30 áo so với số áo phải may trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế, trước khi hết thời hạn một ngày, xưởng đã may được 1980 áo. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may bao nhiêu áo?

Gọi số áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch là x (chiếc áo) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2000$)

Khi đó: theo kế hoạch, thời gian xưởng may hoàn thành 2000 chiếc áo là $\frac{2000}{x}$ (ngày)

Từ ngày thứ tư, mỗi ngày xưởng may được $x + 30$ (chiếc áo)

Trên thực tế, xưởng may hết trước thời hạn 1 ngày nên thời gian xưởng may là $\frac{2000}{x} - 1$ (ngày)

Do 3 ngày đầu, xưởng may đúng số áo theo kế hoạch và từ ngày thứ tư thì xưởng may được mỗi ngày $x + 30$

(chiếc áo) nên tổng số áo may được là: $3x + (x + 30) \cdot \left(\frac{2000}{x} - 1 - 3\right)$ (áo)

Trên thực tế, xưởng may được 1980 chiếc áo nên ta có phương trình:

$$3x + (x + 30) \cdot \left(\frac{2000}{x} - 1 - 3\right) = 1980$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2000 - x - 3x + \frac{60000}{x} - 30 - 90 = 1980$$

$$\Leftrightarrow -x - 100 + \frac{60000}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 100x + 60000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 100x - 60000 = 0$$

Ta có: $\Delta' = 50^2 - (-60000) = 62500 > 0, \sqrt{\Delta'} = 250$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = -50 + 250 = 200 (tm) \\ x = -50 - 250 = -300 (ktm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may 200 chiếc áo.

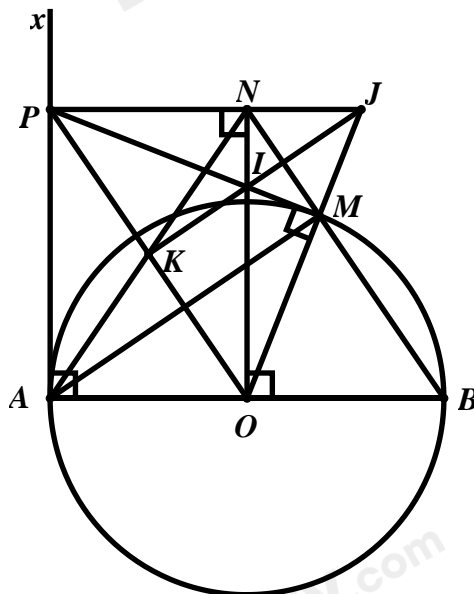
Câu 5 (VD):

Phương pháp:

- a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp: Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180 độ là tứ giác nội tiếp.
- b) Vận dụng dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.
- c) i) Vận dụng dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật: Tứ giác có ba góc bằng 90 độ là hình chữ nhật.
ii) JK đi qua trung tâm I của tam giác PJO nên J, I, K thẳng hàng

Cách giải:

Cho đường tròn (O) bán kính R, đường kính AB, tiếp tuyến Ax. Trên Ax lấy điểm P sao cho $AP > R$. Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến thứ hai kẻ từ P của đường tròn (O).



a) Chứng minh AOMP là tứ giác nội tiếp.

AP là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A $\Rightarrow AP \perp AO \Rightarrow \angle PAO = 90^\circ$

MP là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại M $\Rightarrow PM \perp OM \Rightarrow \angle PMO = 90^\circ$

Xét tứ giác AOMP có: $\angle PAO + \angle PMO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ mà hai góc này đối nhau

$\Rightarrow AOMP$ là tứ giác nội tiếp (dnhb)

b) Chứng minh $BM // OP$.

Tứ giác AOMP nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle AMP = \angle AOP$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AP)

Xét (O) có: $\angle ABM = \angle AMP$ (góc nội tiếp; góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AM)

Suy ra $\angle AOP = \angle ABM$ mà hai góc này ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow BM // OP$ (đpcm)

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AB cắt BM tại N, OM cắt PN tại J.

i) Chứng minh AONP là hình chữ nhật.

AP, MP là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow PO$ là phân giác của $\angle APM \Rightarrow \angle APO = \angle OPM$ (1)

Xét $\triangle AOP$ và $\triangle ONB$ có:

$$\left. \begin{array}{l} AO = OB = R \\ \angle PAO = \angle NOB = 90^\circ \\ \angle AOP = \angle NBO \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOP = \triangle ONB \text{ (g.c.g)} \Rightarrow \angle APO = \angle ONB \text{ (hai góc tương ứng)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $\angle OPM = \angle ONB$ hay $\angle OPM = \angle ONM$

Xét tứ giác OPNM có: $\angle OPM = \angle ONM$ mà hai góc này có hai đỉnh P, N kề nhau cùng nhìn cung OM

$\Rightarrow OPNM$ là tứ giác nội tiếp (dnhb)

$\Rightarrow \angle PNO = \angle PMO = 90^\circ$ (do $\angle PMO = 90^\circ$)

Ta có: $ON \perp AB$ tại O(gt) $\Rightarrow \angle AON = 90^\circ$

Xét tứ giác AONP có: $\angle PAO = \angle AON = \angle ONP = 90^\circ$

$\Rightarrow AONP$ là hình chữ nhật

ii) Gọi K là tâm của hình chữ nhật AOPN và I là giao điểm của PM và ON. Chứng minh I, J, K thẳng hàng

Xét tam giác OIP có:

$$\left. \begin{array}{l} PM \perp OI \\ ON \perp PJ \\ ON \cap PM = \{I\} \end{array} \right\} \Rightarrow I \text{ là trực tâm của tam giác OIP}$$

AONP là hình chữ nhật (cmt) $\Rightarrow PN // AO \Rightarrow \angle OPN = \angle POA$ (hai góc so le trong)

PA, PM là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow OP$ là tia phân giác của $\angle AOM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \angle AOP = \angle POM$

Suy ra $\angle OPN = \angle POM$ hay $\angle JPO = \angle JOP$

$\Rightarrow \triangle PJO$ cân tại J

Lại có K là giao điểm của AN và OP nên K là trung điểm của OP

$\Rightarrow JK$ là đường trung tuyến đồng thời là đường cao của tam giác PJO

$\Rightarrow JK$ đi qua trực tâm I

$\Rightarrow J, I, K$ thẳng hàng.