# CHUYÊN ĐỀ: PHÉP CHIA HẾT, PHÉP CHIA CÓ DƯ

## Dạng 1: Vận dụng dấu hiệu chia hết để viết các số tự nhiên

**Phương pháp giải:**

- Dấu hiệu chia hết cho 2: Những số có tận cùng bằng 0, 2, 4, 6 hoặc 8 thì chia hết cho 2.
- Dấu hiệu chia hết cho 5: Những số có tận cùng bằng 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5.
- Dấu hiệu chia hết cho 3: Những số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.
- Dấu hiệu chia hết cho 9: Những số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9.
- Dấu hiệu chia hết cho 4: Những số có hai chữ số tận cùng tạo thành số chia hết cho 4 thì chia hết cho 4.
- Dấu hiệu chia hết cho 25: Những số có hai chữ số tận cùng tạo thành số chia hết cho 25 thì chia hết cho 25.
- Dấu hiệu chia hết cho 8: Những số có 3 chữ số tận cùng tạo thành số chia hết cho 8 thì chia hết cho 8.

**Ví dụ 1:** Hãy viết tất cả các số có ba chữ số khác nhau từ bốn chữ số 0 ; 4 ; 5 ; 9 thỏa mãn điều kiện:

a) Chia hết cho 2

b) Chia hết cho 4

c) Chia hết cho 2 và 5

**Giải**

a, Các số chia hết cho 2 lập từ bốn chữ số đã cho phải có tận cùng bằng 0 hoặc 4.

Mặt khác mỗi số đều có các chữ số khác nhau, nên các số viết được là: 540 ; 940 ; 450 ; 950 ; 490 ; 590 ; 504 ; 904 ; 954 ; 594

b, Ta có các số có ba chữ số chia hết cho 4 viết được là: 540; 504; 940; 904

c, Số chia hết cho 2 và 5 phải có tận cùng bằng 0.

Vậy các số cần tìm là: 540; 940 ; 450 ; 950 ; 490 ; 590

**Ví dụ 2:**

a) Có thể viết được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số mà các chữ số của nó đều là số chẵn.

b) Có thể viết được bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau chia hết cho 5 mà các chữ số của nó đều là số lẻ?

**Giải**

a) Mỗi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$.

Có 5 chữ số là số chẵn: 0 ; 2; 4 ; 6 ; 8

- Có 4 cách chọn a

- Có 5 cách chọn b

- Có 5 cách chọn c

Vậy số các số chẵn có ba chữ số mà các chữ số của nó đều là số chẵn là:

$$4 \times 5 \times 5 = 100 \text{ (số)}$$

b) Mỗi số cần tìm có dạng $\overline{abc5}$. Nhận xét:

- Có 4 cách chọn a

- Có 3 cách chọn b

- Có 2 cách chọn c

Vậy số các số có bốn chữ số khác nhau mà các chữ số của nó đều là số lẻ là:

$$4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ (số)}$$

## Dạng 2: Xác định các chữ số chưa biết của một số tự nhiên

**Phương pháp giải:**

- Nếu số phải tìm chia hết cho 2 hoặc 5 thì trước hết ta dựa vào dấu hiệu chia hết cho 2 hoặc 5 để xác định chữ số hàng đơn vị.

- Tiếp đó, dùng phương pháp thử chọn kết hợp với các dấu hiệu chia hết để xác định các chữ số còn lại.

**Ví dụ 1:** Thay x, y bởi chữ số thích hợp để nhận được số tự nhiên A = $\overline{1996xy}$ chia hết cho 2 ; 5 và 9.

**Giải**

A chia hết cho 2 và 5 vậy y phải bằng 0.

Thay vào ta được A = $\overline{1996x0}$. Vì A chia hết cho 9 nên:

1 + 9 + 9 + 6 + x = x + 25 chia hết cho 9. Suy ra x = 2

Vậy x = 2; y = 0 và A = 199620.

**Ví dụ 2:** Cho N = $\overline{a378b}$ là số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Tìm tất cả những chữ số a, b để thay vào ta được số N chia hết cho 3 và 4.

**Giải**

N chia hết cho 4 thì $\overline{8b}$ chia hết cho 4. Vậy b bằng 0 ; 4 hoặc 8

N có năm chữ số khác nhau nên b bằng 0 hoặc 4.

- Nếu b = 0, ta có N = $\overline{a3780}$

Vì N chia hết cho 3 nên a bằng 3 ; 6 hoặc 9.

Mặt khác, do N có năm chữ số khác nhau nên a bằng 6 hoặc 9.

Thay vào ta được các số 63 780 ; 93 780.

- Nếu b = 4, ta có N = $\overline{a3784}$.

Vì N chia hết cho 3 nên a bằng 2 ; 5 hoặc 8.

Mặt khác, vì N có năm chữ số khác nhau nên a = 2 hoặc 5. Thay vào ta được các số 23 784 ; 53 784.

Vậy ta tìm được các cặp số a và b như sau: a = 6; b = 0

a = 9; b = 0

a = 2 ; b = 4

a = 5 ; b = 4

N là: 63 780 ; 93 780 ; 23 784 ; 53 784

## Dạng 3: Các bài toán về phép chia có dư

**Phương pháp giải:**

- Nếu a chia cho 2 dư 1 thì chữ số tận cùng của nó bằng 1 ; 3; ;5 ; 7 hoặc 9
- Nếu a chia cho 5 dư 1 thì chữ số tận cùng của nó bằng 1 hoặc 6 ; dư 2 thì chữ số tận cùng bằng 2 hoặc 7; dư 3 thì chữ số tận cùng là 3 hoặc 8 và dư 4 thì chữ số tận cùng bằng 4 hoặc 9.
- Nếu a và b có cùng số dư khi chia cho 2 thì hiệu của chúng chia hết cho 2

  Cũng có tính chất tương tự đối với các trường hợp khi chia cho 3 ; 4 ; 5 hoặc 9.
- Nếu a chia cho b dư b - 1 thì a + 1 chia hết cho b.
- Nếu a chia cho b dư 1 thì a - 1 chia hết cho b

**Ví dụ 1:** Thay x và y bởi những chữ số thích hợp để nhận được số tự nhiên N = $\overline{x459y}$ mà khi chia cho 2 ; 5 và 9 đều dư 1.

**Giải**

N chia cho 5 dư 1 nên y = 1 bằng 1 hoặc 6.

Mặt khác, N chia 2 dư 1 nên y = 1. Thay vào ta được N = $\overline{x4591}$

N chia cho 9 dư 1 nên x + 4 + 5 + 9 + 1 = x + 19 chia cho 9 dư 1. Suy ra x = 0 hoặc 9. Mà x không thể bằng 0 nên x = 9.

Vậy x = 9 ; y = 1 và N = 94591.

**Ví dụ 2:** Tìm số tự nhiên bé nhất khác 1 sao cho khi chia số đó cho 3 ; 4 ;5 và 7 đều dư 1.

**Giải:**

Gọi số cần tìm là a.

Theo đề bài, a chia cho 3; 4; 5; 7 đều dư 1 nên b = a - 1 chia hết cho 3; 4; 5; 6; 7.

b chia hết cho 4 và 5 nên b có tận cùng là 0.

- Trường hợp b có 1 chữ số: b = 0 Suy ra a = 1 (loại vì số phải tìm lớn hơn 1)

- Trường hợp b có 2 chữ số: b có tận cùng bằng 0 và chia hết cho 7 nên b = 70 (loại vì 70 không chia hết cho 3).

- Trường hợp b có 3 chữ số: b có tận cùng là 0, vậy b = $\overline{xy0}$

+ Vì b chia hết cho 4 nên y bằng 0; 2; 4; 6 hoặc 8;

+ Số $\overline{xy0}$ chia hết cho 7 nên b có thể là: 140; 280; 420; 560; 700; 840 hoặc 980.

Trong các số trên chỉ có 420 và 840 chia hết cho 3 nên b bằng 420 hoặc 840

Suy ra a bằng 421 hoặc 841.

Vậy số bé nhất khi chia số đó cho 3 ; 4 ;5 và 7 đều dư 1 là 421.

**Ví dụ 3**: Hãy viết thêm vào bên trái và bên phải số 35 mỗi bên một chữ số để nhận được số chẵn lớn nhất có bốn chữ số khác nhau mà khi chia cho 3 dư 2, cho 5 dư 3.

**Giải**

Gọi chữ số viết thêm vào bên trái là a, bên phải là b. Số cần tìm có dạng n = $\overline{a35b}$.

Vì n chia cho 5 dư 3 nên b bằng 3 hoặc 8.

Mặt khác n là số chẵn nên b = 8. Thay vào ta được n = $\overline{a358}$

Vì n chia cho 3 dư 2 nên a + 3 + 5 + 8 = a + 16 chia cho 3 dư 2.

Suy ra a bằng 1 ; 4 hoặc 7.

Số lớn nhất cần tìm là 7358.

**Ví dụ 4:** Tổng số học sinh khối lớp Một của một trường tiểu học là số có ba chữ số có chữ số hàng trăm là 3. Nếu các em xếp hàng 10 hoặc hàng 12 đều dư 8, mà xếp hàng 8 thì không dư. Tính số học sinh khối lớp 1 của trường đó?

**Giải**

Theo đề bài, số học sinh khối lớp Một của trường có dạng $\overline{3ab}$.

Các em xếp hàng 10 dư 8 vậy b = 8. Thay vào ta được số $\overline{3a8}$

Mặt khác, các em xếp hàng 12 dư 8, nên số $\overline{3a8}$ - 8 = $\overline{3a0}$ phải chia hết cho 12. Suy ra a bằng 0 hoặc 6.

Vì 308 không chia hết cho 8 nên số học sinh khối lớp Một của trường đó là 368 em.

## BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Tìm a và b để $\overline{56a3b}$ chia hết cho 36.

**Giải**

Để $\overline{56a3b}$ chia hết cho 36 thì số đó chia hết cho 4 và 9.

$\overline{56a3b}$ chia hết cho 4 thì $\overline{3b}$ chia hết cho 4. Suy ra b = 2 hoặc b = 6

- Với b = 2 ta được số $\overline{56a32}$.

Số $\overline{56a32}$ chia hết cho 9 nên 5 + 6 + a + 3 + 2 = 16 + a chia hết cho 9. Suy ra a = 2

- Với b = 6 ta được số $\overline{56a36}$

Số $\overline{56a36}$ chia hết cho 9 nên 5 + 6 + a + 3 + 6 chia hết cho 9.

Suy ra 20 + a chia hết cho 9. Suy ra a = 7

Vậy a = 2 , b = 2 ta có số 56232

a = 7 , b = 6 ta có số 56736

**Câu 2:** Tìm a và b để số $\overline{a391b}$ chia hết cho 9 và chia cho 5 dư 1.

**Giải**

Để $\overline{a391b}$ chia 5 dư 1 thì b = 1 hoặc b = 6

- Với b = 1 ta có số $\overline{a3911}$

Để $\overline{a3911}$ chia hết cho 9 thì a + 3 + 9 + 1 + 1 = a + 14 chia hết cho 9.

Suy ra a = 4. Ta được số 43911.

- Với b = 6 ta có số $\overline{a3916}$

Để số $\overline{a3916}$ chia hết cho 9 thì a + 3 + 9 + 1 + 6 = a + 18 chia hết cho 9

Suy ra a = 9. Ta được số 93916.

Vậy a = 4 và b = 1 ta được số 43911

Hoặc a = 9 và b = 6 ta được số 93916

**Câu 3:**

Cho số $\overline{5x1y}$. Hãy tìm x và y để được số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 2, 3 và chia cho 5 dư 4.

**Giải**

Để số $\overline{5x1y}$ chia 5 dư 4 thì y = 4 hoặc y = 9

Mà $\overline{5x1y}$ chia hết cho 2 nên y = 4. Ta được số $\overline{5x14}$

Để $\overline{5x14}$ chia hết cho 3 thì 5 + x + 1 + 4 chia hết cho 3. Suy ra x = 2 hoặc 8

Vậy các số thỏa mãn là 5214, 5814.

**Câu 4:** Cho $A=\overline{x036y}$. Tìm x và y để A chia cho 2, 5 và 9 đều dư 1.

**Giải**

Để $\overline{x036y}$ chia cho 2 và 5 dư 1 thì y = 1. Ta được số $\overline{x0361}$

Để $\overline{x0361}$ chia 9 dư 1 thì (x + 0 + 3 + 6 + 1) – 1 chia hết cho 9

Hay x + 9 chia hết cho 9. Suy ra x = 9

Vậy x = 9, y = 1

**Câu 5.** Hãy viết thêm ba chữ số vào bên phải số 567 để được một số lẻ có sáu chữ số khác nhau, khi chia số đó cho 5 và 9 đều dư 1.

**Giải**

Gọi số viết thêm là $\overline{abc}$

Để $\overline{567abc}$ là số lẻ chia 5 dư 1 thì c = 1. Thay vào ta được số $\overline{567ab1}$

Để số này chia cho 9 dư 1 thì (5 + 6 + 7 + a + b + 1) – 1 = 18 + a + b chia cho 9

Suy ra a + b = 9 hoặc 18.

Mà nhận được có 6 chữ số khác nhau nên a = 0 , b = 9 hoặc a = 9, b = 0

Vậy số cần tìm là 567091; 567901

**Câu 6.** Hãy viết thêm hai chữ số vào bên phải và một chữ số vào bên trái số 54 để được số lớn nhất có năm chữ số thỏa mãn tính chất: chia số đó cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 9 dư 8.

**Giải**

Gọi chữ số viết thêm vào bên trái là a, bên phải là b.

Số cần tìm có dạng $\overline{a54bc}$.

Vì $\overline{a54bc}$ chia cho 4 dư 3, cho 5 dư 4 và cho 9 dư 8

Để $\overline{a54bc}$ chia cho 5 dư 4 thì c = 4 hoặc c = 9

Mặt khác $\overline{a54bc}$ là số lớn nhất nên c = 9. Thay vào ta được số $\overline{a54b9}$

Để $\overline{a54b9}$ chia 4 dư 3 thì $\overline{b9}$ chia 4 dư 3. Nên b = 3 ; 5 ; 7 ; 9

Vì $\overline{a54b9}$ lớn nhất nên b = 9. Thay vào ta được số $\overline{a5499}$

Để $\overline{a5499}$ chia cho 9 dư 8 thì (a + 5 + 4 + 9 + 9) – 8 chia hết cho 9.

Suy ra a + 19 chia hết cho 9. Nên a = 8

Vậy số cần tìm là 85499.

**Câu 7.** Một cửa hàng hoa quả có 5 rổ đựng cam và chanh (trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả). Số quả trong mỗi rổ lần lượt là 104 ; 115 ; 132 ; 136 và 148 quả. Sau khi bán được 1 rổ cam, người bán hàng thấy rằng số chanh còn lại gấp 4 lần số cam. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu quả mỗi loại?

**Giải**

Tổng số cam và chanh của cửa hàng là

104 + 115 + 132 + 136 + 148 = 635 (quả)

Số chanh còn lại gấp 4 lần số cam nên tổng số quả còn lại phải chia hết cho 5.

Suy ra số cam đã bán chia hết cho 5. Vậy cửa hàng đã bán rổ đựng 115 quả cam.

Số cam còn lại bằng $\frac{1}{5}$ số quả chưa bán. Do đó số cam còn lại là:

(104 + 132 + 136 + 148) : 5 = 104 (quả)

Số cam lúc đầu của cửa hàng là

115 + 104 = 219 (quả)

Số chanh lúc đầu là

635 – 219 = 416 (quả)

Đáp số: Số cam: 219 quả

Số chanh: 416 quả

**Câu 8.** Một cửa hàng thực phẩm có 7 rổ trứng gà và trứng vịt (mỗi rổ chỉ đựng một loại trứng). Số trứng trong mỗi rổ theo thứ tự lần lượt là: 45 ; 56 ; 60 ; 66 ; 75 ; 85 và 92 quả. Sau khi bán hết 6 rổ, chỉ còn lại 1 rổ trứng gà, người bán hàng thấy rằng trong số trứng đã bán, số trứng vịt gấp 3 lần số trứng gà. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu quả trứng mỗi loại?

**Giải**

Tổng số trứng cửa hàng có lúc đầu là

$45 + 56 + 60 + 66 + 75 + 85 + 92 = 479$ (quả)

Trong số trứng đã bán, số trứng vịt gấp 3 lần số trứng gà nên số trứng đã bán phải chia hết cho 4.

Mà 479 chia 4 dư 3, số trứng đã bán chia hết cho 4 nên số trứng còn lại phải chia cho 4 dư 3.

Vậy còn lại rổ đựng 75 quả trứng gà.

Số trứng gà đã bán bằng $\frac{1}{4}$ số trứng đã bán. Do đó số trứng gà đã bán là

$(479 - 75) : 4 = 101$ (quả)

Số trứng gà lúc đầu cửa hàng có là

$75 + 101 = 176$ (quả)

Số trứng vịt lúc đầu cửa hàng có là

$479 - 176 = 303$ (quả)

Đáp số: 303 quả

**Câu 9.** Một tháng có 3 chủ nhật là ngày chẵn. Hỏi ngày 15 của tháng đó là thứ mấy?

**Giải**

Ta có hai ngày chủ nhật chẵn cách nhau 14 ngày.

Một tháng có 3 chủ nhật là ngày chẵn nên tháng đó có 5 chủ nhật vào các ngày 2 , 9 , 16 , 23 , 30

Ngày 16 tháng đó là chủ nhật nên ngày 15 là thứ bảy.

**Câu 10.** Một chuỗi các viên bi được sắp xếp theo quy luật sau: 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng, 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng,... Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi màu của viên thứ 321 là màu gì? Màu của viên thứ 508 là màu gì?

**Giải**

Các viên bi sắp xếp theo quy luật: 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng rồi tiếp tục lặp lại như vậy.

Coi mỗi nhóm gồm 13 viên bi (gồm 5 viên xanh, 4 viên đen, 4 viên trắng)

Ta có $321 : 13 = 24$ (dư 9). Vậy viên thứ 321 màu đen.

$508 : 13 = 39$ (dư 1). Vậy viên thứ 508 màu xanh.

**Câu 11.** (Amsterdam 2006 – 2007)

Trong một tháng có 3 ngày thứ 7 là ngày chẵn. Hỏi ngày 13 của tháng đó là thứ mấy?

**Giải**

Ta có hai ngày thứ bảy là ngày chẵn cách nhau 14 ngày.

Một tháng có 3 ngày thứ bảy là ngày chẵn nên tháng đó có 5 thứ bảy vào các ngày 2 , 9 , 16 , 23 , 30

Ngày 16 tháng đó là thứ bảy nên ngày 13 là thứ tư.

**Câu 12.** (Lương Thế Vinh 2009 – 2010).

Từ 1 giờ chủ nhật này đến 3 giờ chủ nhật tiếp theo có bao nhiêu giờ?

**Giải**

Từ 1 giờ chủ nhật này đến 1 giờ chủ nhật tiếp theo có 7 ngày.

Từ 1 giờ chủ nhật này đến 3 giờ chủ nhật tiếp theo có số giờ là 24 x 7 + 2 = 170giờ.

**Câu 13.** Ngày 1/6 năm 2011 là ngày thứ Sáu. Hỏi ngày 1/6 năm sau là ngày thứ mấy?

**Giải**

Ta có năm 2012 là năm nhuận nên tháng 2 năm 2012 có 29 ngày.

Suy ra từ ngày 1/ 6/2011 đến ngày 1/6/2012 có 366 ngày.

Ta có 366 : 7 = 52 (dư 2)

Vậy ngày 1 – 6 – 2012 là chủ nhật.

**Câu 14**. (Lương Thế Vinh 2013 – 2014)

Một người nói: "Tôi sinh sau năm 1976, nhưng trước năm 1984. Cứ 4 năm tôi mới có một lần sinh nhật". Hỏi người đó sinh ngày nào, tháng nào, năm nào?

**Giải**

Cứ 4 năm người đó mới có 1 lần sinh nhật nên người đó sinh vào ngày 29 /2 của năm nhuận.

Mà người đó sinh sau năm 1976, nhưng trước năm 1984 nên ngày sinh của người đó là 29/02/1980

**Câu 15.** (Lương Thế Vinh 2018-2019)

Trong một tháng có 3 ngày chủ nhật trùng vào ngày chẵn. Hỏi ngày 25 tháng đó là ngày thứ mấy trongtuần?

**Giải**

Ta có hai chủ nhật là ngày chẵn cách nhau 14 ngày.

Một tháng có 3 chủ nhật là ngày chẵn thì tháng đó có 5 chủ nhật vào các ngày 2 , 9 , 16 , 23 , 30

Ngày 23 tháng đó là chủ nhật nên ngày 25 là thứ ba.

**Câu 16**. (ASM 2019 – 2020)

Cho dãy số: 2 ; 22 ; 222 ; ….. Hỏi số thứ 21 của dãy chia 9 dư mấy?

**Giải**

Số thứ 21 trong dãy có 21 chữ số 2.

Tổng các chữ số của số đó là 2 x 21 = 42

Ta có 42 : 9 = 4 (dư 6)

Vậy số thứ 21 trong dãy chia 9 dư 6.

**Câu 17.** (Cầu Giấy 2012 – 2013)

Có bao nhiêu số tự nhiên khác 0 và nhỏ hơn 1000 và không chia hết cho 5, không chia hết cho 7?

**Giải**

Từ 1 đến 999 có 999 số.

Các số chia hết cho 5 khác 0 và nhỏ hơn 1000 là 5 , 10 , 15, …., 995

Số các số chia hết cho 5 là

(995 – 5) : 5 + 1 = 199 (số)

Các số chia hết cho 7 khác 0 và nhỏ hơn 1000 là 7 , 14 , 21, …., 994

Số các số chia hết cho 7 là

(994 – 7) : 7 + 1 = 142 (số)

Các số chia hết cho cả 5 và 7 là 35 ; 70 ; ….; 980

Số các số chia hết cho cả 5 và 7 là

(980 – 35) : 35 + 1 = 28 (số)

Số các số chia hết cho 5 hoặc chia hết cho 7 là

199 + 142 – 28 = 313 (số)

Số các số khác 0 và nhỏ hơn 1000 và không chia hết cho 5, không chia hết cho 7 là

999 – 313 = 686 (số)

Đáp số: 686 số

**Câu 18.**

Một số tự nhiên được viết bởi 2020 chữ số 7. Hỏi phải cộng thêm vào số đó ít nhất bao nhiêu đơn vị để được một số chia hết cho 21?

**Giải**

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có ($\underbrace{777\ldots\ldots\ldots\ldots777}_{\text{2020 chữ số 7}}$ + a) ⋮ 21

Suy ra (777…..7777 + a) ⋮ 3 và (777.….777 + a) ⋮ 7

Có 777…..777 ⋮ 7 nên a ⋮ 7

Lại có 777…..777 có tổng các chữ số là 2020 x 7 = 14140

Mà 14140 chia 3 dư 1 nên 777 ….777 chia 3 dư 1.

Để (777….777 + a) chia hết cho 3 thì a chia 3 dư 2

Suy ra a = 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; …

Mà a chia hết cho 7 nên a = 14.

Vậy phải cộng thêm vào số đó 14 đơn vị để được một số chia hết cho 21.

**Câu 19**: Cho số 777...777 (2014 số 7). Hỏi cần thêm vào số trên ít nhất bao nhiêu đơn vị để được số chia hết cho 63?

**Giải**

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có ($\underbrace{777\ldots\ldots\ldots\ldots777}_{\text{2014 chữ số 7}}$ + a) ⋮ 63

Suy ra (777…..7777 + a) ⋮ 7 và (777….777 + a) ⋮ 9

Có 777…..777 ⋮ 7 nên a ⋮ 7

Lại có 777…..777 có tổng các chữ số là 2014 x 7 = 14098

Mà 14098 chia 9 dư 4 nên 777 ….777 chia 9 dư 4.

Để (777….777 + a) chia hết cho 9 thì a chia 9 dư 5

Suy ra a = 5 ; 14 ; 23 ; 32 ; …

Mà a chia hết cho 7 nên a = 14.

Vậy phải cộng thêm vào số đó 14 đơn vị để được một số chia hết cho 21.

**Câu 20**: Cho số 222...222 (2015 chữ số 2). Hỏi cần thêm vào ít nhất bao nhiêu đơn vị để được số chia hết cho 55?

**Giải**

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có ($\underbrace{222\ldots\ldots\ldots\ldots222}_{\text{2015 chữ số 2}}$ + a) ⋮ 55

Suy ra (222…..222 + a) ⋮ 5 và (222….222 + a) ⋮ 11

Có 222…..222 chia 5 dư 2 nên a chia 5 dư 3

Lại có 222…..222 chia 11 dư 2 nên a chia 11 dư 9

Suy ra a = 9 ; 20 ; 31 ; 42 ; 53 ; …

Mà a chia 5 dư 3 nên a = 53

Vậy phải cộng thêm vào số đó 53 đơn vị để được một số chia hết cho 55.

**Câu 21**: Một người bán hàng có 5 hộp, mỗi hộp đựng cam hoặc táo. Số quả cam, hoặc táo trong các hộp lần lượt là: 40, 45, 50, 65, 71. Sau khi bán đi 1 hộp thì còn lại số cam gấp 3 lần số táo? Hỏi còn lại bao nhiêu quả táo?

**Giải**

Số quả cam và táo ban đầu là

40 + 45 + 50 + 65 + 71 = 271 (quả)

Sau khi bán đi 1 hộp thì còn lại số cam gấp 3 lần số táo. Vậy số quả còn lại sau khi bán chia hết

cho 4.

Mà 271 chia 4 dư 3 nên hộp đã bán đi có số quả chia 4 dư 3. Vậy hộp đã bán đi có 71 quả.

Số quả còn lại sau khi bán là

271 – 71 = 200 (quả)

Sau khi bán 1 hộp thì số táo bằng $\frac{1}{4}$ số quả còn lại.

Số quả táo còn lại sau khi bán là

200 : 4 = 50 (quả)

Đáp số: 50 quả

**Câu 22.** (Amsterdam 2003 – 2004)

Một số được viết bởi 2003 chữ số 7. Hỏi phải cộng thêm vào số đó ít nhất bao nhiêu đơn vị để được một số chia hết cho 35?

**Giải**

Gọi a là số cộng thêm vào

Ta có ($\underbrace{777\ldots\ldots\ldots\ldots777}_{\text{2003 chữ số 7}}$ + a) ⋮ 35

Suy ra (777…..7777 + a) ⋮ 7 và (777….777 + a) ⋮ 5

Có 777…..777 ⋮ 7 nên a ⋮ 7

Lại có 777…..777 chia 5 dư 2. Để (777….777 + a) chia hết cho 5 thì a chia 5 dư 3

Suy ra a = 3 ; 8 ; 13 ; 18 ; 23 ; 28 ; …

Mà a chia hết cho 7 nên a = 28.

Vậy phải cộng thêm vào số đó 28 đơn vị để được một số chia hết cho 35.