SỞ GIÁO DỤC, KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ BẠC LIÊU	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2021 - 2022
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Gồm 01 trang)*	*** Môn thi: TOÁN (Không Chuyên)** *** Ngày thi: 20/06/2021** *** Thời gian: 120 phút** *(Không kể thời gian giao đề)*

ĐỀ

Câu 1 (4,0 điểm):

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{28}+\sqrt{63}-2\sqrt{7}$

b) Chứng minh rằng: $\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}:\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=x-y$ với $x>0,\ y>0$ và $x\neq y$.

Câu 2 (4,0 điểm):

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x-2y=5\\2x-y=7\end{cases}$.

b) Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y=\dfrac{1}{2}x-2.$ Vẽ đồ thị (P) và tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng d bằng phép tính.

Câu 3 (6,0 điểm):

Cho phương trình $x^2-(m+2)x+m+1=0\ (1)$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m=-3$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi số thực m.

c) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài đường cao kẻ từ đỉnh góc vuông xuống cạnh huyền là $h=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 4 (6,0 điểm):

Cho đường tròn $(O;R)$ và đường thẳng d không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm A, B. Trên tia đối của tia BA, lấy một điểm M, qua M kẻ hai tiếp tuyến MC và MD với đường tròn (O) (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB.

a) Chứng minh rằng tứ giác $OMCH$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) OM cắt đường tròn (O) tại I và cắt CD tại K. Chứng minh $OK.OM=R^2$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OM cắt các tia MC và MD lần lượt tại P và Q. Tính độ dài OM theo R sao cho diện tích tam giác MPQ nhỏ nhất.

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (TH)

Phương pháp:

a) Vận dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \ khi \ A \geq 0 \\ -A \ khi \ A < 0 \end{cases}$

Thực hiện các phép toán với các căn bậc hai.

b) Thực hiện phép chia với các phân thức đại số

Tìm các hạng tử chung của tử thức và mẫu thức sau đó rút gọn biểu thức để chứng minh.

Cách giải:

a) Ta có

$$A = \sqrt{28} + \sqrt{63} - 2\sqrt{7}$$
$$A = \sqrt{2^2.7} + \sqrt{3^2.7} - 2\sqrt{7}$$
$$A = 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$$
$$A = 3\sqrt{7}$$

Vậy $A = 3\sqrt{7}$.

b) Với $x > 0,\ y > 0$ và $x \neq y$ ta có:

$$VT = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} : \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$
$$= \frac{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}}.\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)$$
$$= \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right).\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)$$
$$= x - y = VP$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 2 (VD)

Phương pháp:

a) Vận dụng phương pháp cộng đại số để tìm nghiệm của hệ phương trình.

b) + Lập bảng giá trị tương ứng của x và y của đồ thị (P)

+ Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P)

Áp dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn, tìm được nghiệm của phương trình

Với mỗi nghiệm ta tìm được các giao điểm của d và (P), từ đó kết luận.

Cách giải:

a) $\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=5 \\ 4x-2y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=9 \\ y=2x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2.3-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;\, y)=(3;-1)$.

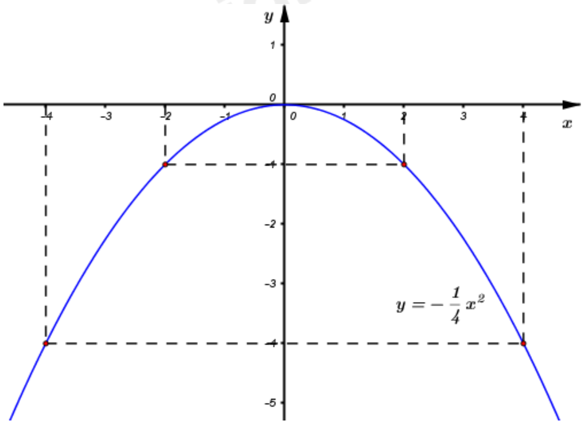
b) Vẽ đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{4}x^2$.

Ta có bảng giá trị:

x	-4	-2	0	2	4
$y=-\frac{1}{4}x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Vậy đồ thị hàm số $(P): y=-\frac{1}{4}x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-4;-4)$, $(-2;-1)$, $(0;\,0)$, $(2;\,-1)$, $(4;-4)$.

Đồ thị hàm số:



Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

$$-\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x-2$$
$$\Leftrightarrow -x^2=2x-8$$
$$\Leftrightarrow x^2+2x-8=0$$

Phương trình có: $\Delta'=(-1)^2+8=9>0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=-1+\sqrt{9}=2$ và $x_2=-1-\sqrt{9}=-4$

Với $x=2 \Rightarrow y=-\frac{1}{4}.2^2=-1.$

Với $x=-4 \Rightarrow y=-\frac{1}{4}.(-4)^2=-4.$

Vậy đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $(2;-1)$ và $(-4;-4)$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

a) Thay $m=-3$ vào phương trình, ta có được phương trình bậc hai một ẩn

Áp dụng công thức nhẩm nghiệm nhanh: phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ nếu có $a+b+c=0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1;x_2=\frac{c}{a}$

b) Phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m khi $\Delta \geq 0,\forall m$

c) + Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0$

+ Áp dụng định lí Vi – ét, tính được $x_1+x_2;x_1.x_2$ theo tham số m

+ Do hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông nên ta có: $x_1,x_2>0$ suya ra điều kiện của m

+ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có hệ thức $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{1}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}$. Biến đổi hệ thức, xuất hiện $x_1+x_2;x_1.x_2$ sau đó thay tham số m thực hiện tính toán.

Cách giải:

a) Khi $m=-3$ phương trình (1) trở thành $x^2+x-2=0$.

Vì $a+b+c=1+1+(-2)=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{c}{a}=-2 \end{array}\right.$

Vậy khi $m=-3$ thì phương trình có tập nghiệm $S=\{1;-2\}$,.

b) Ta có: hệ số của x^2 là $1\neq 0$ nên phương trình (1) là phương trình bậc hai một ẩn.

Lại có: $\Delta=(m+2)^2-4(m+1)=m^2+4m+4-4m-4=m^2\geq 0\ \forall m$.

Do đó phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi số thực m.

c) Phương trình (1) có: $\Delta=(m+2)^2-4(m+1)=m^2+4m+4-4m-4=m^2$.

Để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ thì $\Delta>0 \Leftrightarrow m^2>0 \Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=m+2 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=m+1 \end{cases}$

Do hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông nên ta có: $x_1,x_2>0$ suy ra:

$$\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1.x_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2>0 \\ m+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m>-1 \end{cases} \Leftrightarrow m>-1.$$

Vì x_1,x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài đường cao kẻ từ đỉnh góc vuông xuống cạnh huyền là $h=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{1}{\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{x_2^2+x_1^2}{x_1^2.x_2^2}=\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4\left(x_1^2+x_2^2\right)=5x_1^2x_2^2$$
$$\Leftrightarrow 4\left(x_1+x_2\right)^2-8x_1x_2=5\left(x_1x_2\right)^2$$
$$\Rightarrow 4\left(m+2\right)^2-8\left(m+1\right)=5\left(m+1\right)^2$$
$$\Leftrightarrow 4m^2+16m+16-8m-8-5m^2-10m-5=0$$
$$\Leftrightarrow -m^2-2m+3=0 \Leftrightarrow m^2+2m-3=0\ (*)$$

Ta có: $a+b+c=1+2+(-3)=0$ nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} m=1\ (tm) \\ m=\dfrac{c}{a}=-3\ (ktm) \end{array}\right.$.

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 4 (VDC):

Phương pháp:

a) Vận dụng dấu hiệu: Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp, cụ thể chứng minh $\angle OHM=\angle OCM=90^0$ cùng nhìn cạnh OM dưới một góc không đổi.

b) + $OM\perp CD$ tại K.

+ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OMD, suy ra $OD^2=OK.OM=R^2$

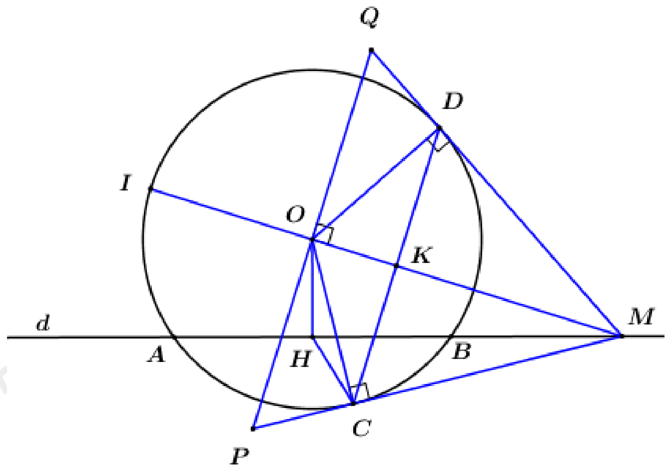
c) + ΔMPQ cân tại $M \Rightarrow MO$ đồng thời là trung tuyến của $\Delta MPQ \Rightarrow OP=\dfrac{1}{2}PQ$

+ Tính được $S_{\Delta MPQ}=OM.OP$

+ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác OMP vuông tại O có $\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{OP^2}=\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{R^2}$

+ Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số dương $\frac{1}{OM^2}$ và $\frac{1}{OP^2}$ tìm được giá trị nhỏ nhất của $S_{\Delta MPQ}$

Cách giải:



a) Vì H là trung điểm của $AB\left(gt\right) \Rightarrow OH \perp AB$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

$\Rightarrow \angle OHM = 90^0$.

Xét tứ giác $OMCH$ có $\angle OHM = \angle OCM = 90^0 \Rightarrow OMCH$ là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

b) Vì $MC = MD$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow M$ thuộc trung trực của CD.

$OC = OD\left(= R\right)$ nên O thuộc trung trực của CD.

$\Rightarrow OM$ là trung trực của $CD \Rightarrow OM \perp CD$ tại K.

Xét tam giác OMD vuông tại D có đường cao DK ta có: $OD^2 = OK.OM = R^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

c) Ta có: MO là phân giác của $\angle PMQ$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau).

MO là đường cao của ΔPMQ (do $PQ \perp OM\left(gt\right)$)

$\Rightarrow \Delta MPQ$ cân tại M (tam giác có đường cao đồng thời là đường phân giác).

$\Rightarrow MO$ đồng thời là trung tuyến của $\Delta MPQ \Rightarrow O$ là trung điểm của $PQ \Rightarrow OP = \frac{1}{2}PQ$.

Ta có $S_{\Delta MPQ} = \frac{1}{2}MO.PQ = OM.OP$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác OMP vuông tại O có đường cao OC ta có:

$$\frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OP^2} = \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{R^2}.$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số dương $\frac{1}{OM^2}$ và $\frac{1}{OP^2}$ ta có:

$$\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{OP^2}\ge\frac{2}{OM.OP}=\frac{2}{S_{\Delta MPQ}}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{R^2}\ge\frac{2}{S_{\Delta MPQ}}\Leftrightarrow S_{\Delta MPQ}\ge 2R^2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}OM=OP\\ \dfrac{2}{OM^2}=\dfrac{1}{R^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}OM=OP\\ OM=R\sqrt{2}\end{cases}$.

Vậy $S_{\Delta MPQ}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2R^2$ khi $OM=R\sqrt{2}$.