SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CÁC TRƯỜNG THPT

PT DTNT THPT TỈNH, CÁC TRƯỜNG PT DTNT THCS&THPT

NĂM HỌC 2021 – 2022

ĐỀ THI MÔN TOÁN

(DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THI SINH)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu)

Câu I (2,0 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định:

a) $A=\sqrt{x-4}$

b) $B=\dfrac{5}{x-2}$

2) Rút gọn:

a) $A=\sqrt{75}-\sqrt{3}$

b) $B=\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}-\sqrt{2}$

Câu II (2,0 điểm)

1) Vẽ đồ thị hàm số: $y=-2x+3$.

2) Cho phương trình $x^2-4x+m-1=0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=14$.

Câu III (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, biết $HB=2\ cm,\ HC=8\ cm$. Tính độ dài các cạnh $AB,\ AC$.

2) Một ô tô và một xe máy khởi hình cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau 200km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của ô tô và xe máy, biết rằng nếu vận tốc của ô tô tăng thêm 10km/h và vận tốc của xe máy giảm đi 5km/h thì vận tốc của ô tô bằng 2 lần vận tốc của xe máy.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{x-6}+7\sqrt{y+5}=27 \\ \sqrt{x-6}+2\sqrt{y+5}=8 \end{cases}$.

Câu IV (2,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, các điểm M,N thay đổi trên các cạnh BC,CD sao cho góc MAN bằng 45^0 (M,N không trùng với các đỉnh của hình vuông). Gọi P,Q lần lượt là giao điểm của AM,AN với BD. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác $ABMQ$ và tứ giác $MNQP$ là các tứ giác nội tiếp.

2) NA là phân giác của góc MND.

3) MN tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Câu V (1,0 điểm)

1) Cho $a>b>0$. Hãy so sánh $\sqrt{a+2}-\sqrt{a}$ với $\sqrt{b+2}-\sqrt{b}$.

2) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x+3y\le 10$. Chứng minh rằng $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{3\sqrt{y}}\ge 10$.

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu I (2,0 điểm)

Phương pháp:

1) a) $\sqrt{f(x)}$ xác định khi $f(x)\ge 0$.

b) $\frac{f(x)}{g(x)}$ xác định khi $g(x)\ne 0$.

2) Sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases}A\ khi\ A\ge 0\\ -A\ khi\ A<0\end{cases}$, thực hiện tính toán với các căn bậc hai.

Cách giải:

1) a) Biểu thức $A=\sqrt{x-4}$ xác định khi và chỉ khi $x-4\ge 0\Leftrightarrow x\ge 4$.

Vậy $A=\sqrt{x-4}$ xác định khi và chỉ khi $x\ge 4$.

b) Biểu thức $B=\frac{5}{x-2}$ xác định khi và chỉ khi $x-2\ne 0\Leftrightarrow x\ne 2$.

Vậy $B=\frac{5}{x-2}$ xác định khi và chỉ khi $x\ne 2$.

2) a) Ta có: $A=\sqrt{75}-\sqrt{3}=\sqrt{5^2.3}-\sqrt{3}=5\sqrt{3}-\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

Vậy $A=4\sqrt{3}$.

b) Ta có:

$$\begin{aligned}B&=\sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}-\sqrt{2}=\left|\sqrt{2}+1\right|-\sqrt{2}\\&=\sqrt{2}+1-\sqrt{2}\left(do\ \sqrt{2}+1>0\right)\\&=1\end{aligned}$$

Vậy $B=1$.

Câu II (2,0 điểm)

Phương pháp:

1) Lập bảng giá trị tương ứng của x và y, tìm được các giao điểm và vẽ đồ thị.

2) + Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Delta'>0$

+ Áp dụng hệ thức Vi – ét, tính được $x_1+x_2; x_1.x_2$, thay vào biểu thức $x_1^2+x_2^2$ để tìm giá trị của tham số m

Chú ý: $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

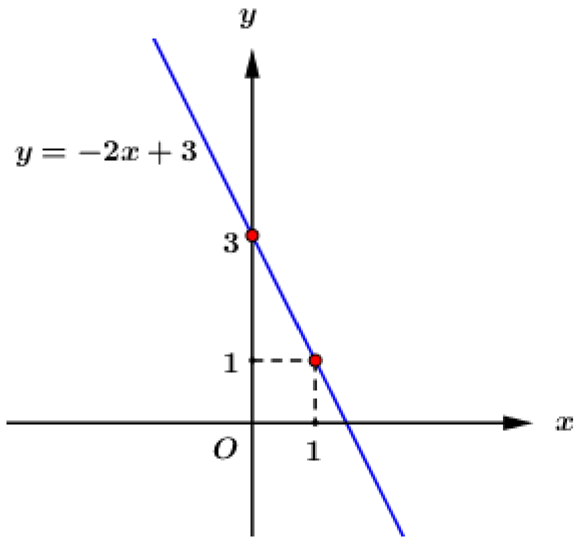
Cách giải:

1) Ta có bảng giá trị:

x	0	1
$y=-2x+3$	3	1

$\Rightarrow y=-2x+3$ là đường thẳng đi qua hai điểm $(0;3)$, $(1;1)$.

Đồ thị hàm số:



2) Phương trình $x^2-4x+m-1=0$ có $\Delta'=2^2-(m-1)=4-m+1=5-m$.

Để phương trình $x^2-4x+m-1=0$ có 2 nghiệm $x_1,\ x_2$ thì $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow 5-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 5$.

Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1x_2=m-1 \end{cases}$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
& x_1^2+x_2^2=14 \\
\Leftrightarrow\ & (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=14 \\
\Leftrightarrow\ & 4^2-2(m-1)=14 \\
\Leftrightarrow\ & 16-2(m-1)=14 \\
\Leftrightarrow\ & 2(m-1)=12 \\
\Leftrightarrow\ & m-1=1 \\
\Leftrightarrow\ & m=2\ \ (tm)
\end{aligned}$$

Vậy $m=2$.

Câu III (3,0 điểm)

Phương pháp:

1) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông và định lý Py – ta – go với tam giác vuông.

2) + Gọi vận tốc của ô tô và vận tốc của xe máy lần lượt là $x,\ y$ (km/h) (ĐK: $x,\ y>0$).

+ Tính được quãng đường sau 2 giờ của ô tô và xe máy đi được, ta lập được phương trình (1)

+ Từ giả thiết còn lại, ta lập được phương trình (2)

+ Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình, giải hệ phương trình, tìm được $x,\ y$

3) + Xác định điều kiện của hệ phương trình

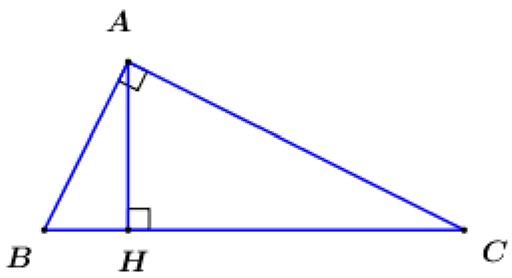
+ Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{x-6} \\ b=\sqrt{y+5} \end{cases}\left(a,\ b\ge 0\right)$, hệ phương trình ban đầu trở thành hệ phương trình hai ẩn a,b

+ Áp dụng phương pháp cộng đại số, tìm được a,b, từ đó suy ra được x,y

+ Chú ý trong quá trình giải, luôn phải kiểm tra điều kiện của các nghiệm khi tìm được.

Cách giải:

1)



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC, đường cao AH ta có:

$AH^2=HB.HC=2.8=16$

$\Rightarrow AH=\sqrt{16}=4\ (cm)$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABH ta có:

$AB^2=AH^2+HB^2$

$\Rightarrow AB^2=4^2+2^2=20$

$\Rightarrow AB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ (cm)$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ACH ta có:

$AC^2=AH^2+HC^2$

$\Rightarrow AC^2=4^2+8^2=80$

$\Rightarrow AC=\sqrt{80}=4\sqrt{5}\ (cm)$

Vậy $AB=2\sqrt{5}\ cm,\ AC=8\sqrt{5}\ cm$.

2) Gọi vận tốc của ô tô và vận tốc của xe máy lần lượt là $x,\ y$ (km/h) (ĐK: $x,\ y>0$).

Sau 2 giờ ô tô đi được quãng đường là $2x\ (km)$.

Sau 2 giờ xe máy đi được quãng đường là $2y\ (km)$.

Vì 2 xe khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau 200km, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ nên ta có phương trình $2x+2y=200 \Leftrightarrow x+y=10\ (1)$.

Nếu vận tốc của ô tô tăng thêm 10 km/h thì vận tốc mới của ô tô và $x+10$ (km/h).

Nếu vận tốc của xe máy giảm đi 5 km/h thì vận tốc mới của xe máy là $y-5$ (km/h).

Vì nếu vận tốc của ô tô tăng thêm 10km/h và vận tốc của xe máy giảm đi 5km/h thì vận tốc của ô tô bằng 2 lần vận tốc của xe máy nên ta có phương trình $x+10=2(y-5) \Leftrightarrow x-2y=-20\ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=100 \\ x-2y=-20 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y=120 \\ x=2y-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=40\ (tm) \\ x=2.40-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=40 \\ x=60 \end{cases} (tm)$$

Vậy vận tốc của ô tô là 60 km/h, vận tốc của xe máy là 40 km/h.

3) ĐKXĐ: $\begin{cases} x-6\ge 0 \\ y+5\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 6 \\ y\ge -5 \end{cases}$.

Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{x-6} \\ b=\sqrt{y+5} \end{cases} (a,\ b\ge 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} 3a+7b=27 \\ a+2b=8 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+7b=27 \\ 3a+6b=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=8-2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ a=8-2.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} (tm)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-6}=2 \\ \sqrt{y+5}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-6=4 \\ y+5=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(10;4)$.

Câu IV (2,0 điểm)

Phương pháp:

1) Chứng minh được: $\angle QMP=45^0$ và $\angle QNP=45^0$ nên tứ giác $MNQP$ nội tiếp đường tròn (tứ giác có hai đỉnh kề cùng chắn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

2) Chứng minh: $\angle DNA=\angle QNM=90^0-\angle QPN$ suy ra $\angle DNA=\angle ANM$ hay AN là phân giác góc $\angle MND$.

3) + Gọi H là giao điểm của NP và MQ.

+ H là trực tâm của tam giác AMN.

+ Gọi giao điểm của AH và MN là $I \Rightarrow AI\perp MN$

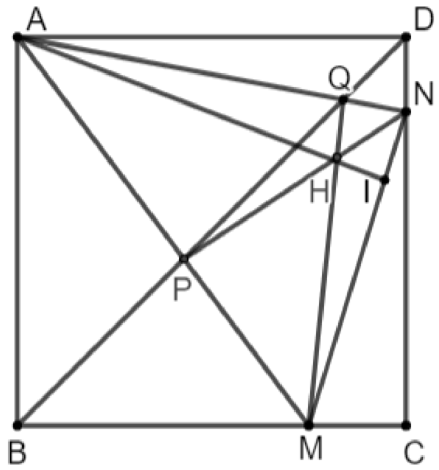
+ $\Delta AMB = \Delta AMI$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow AB = AI$ (cặp cạnh tương ứng) nên AI có độ dài không đổi.

$\Rightarrow (A; AI)$ cố định.

$\Rightarrow$ Đpcm

Cách giải:



1) Ta có: $\angle MAN = 45^0$ hay $\angle MAQ = 45^0$.

Lại có $\angle CBD = 45^0$ (do BD là đường chéo của hình vuông $ABCD$ nên BD là phân giác của $\angle ABC$) nên $\angle MBQ = 45^0$.

Do đó $\angle MAQ = \angle MBQ = 45^0$ suy ra tứ giác $ABMQ$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng chắn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

Suy ra $\angle QMA = \angle QBA = 45^0$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AQ) $\Rightarrow \angle QMP = 45^0$ (1)

Ta có: $\angle BDC = 45^0$ (do BD là đường chéo của hình vuông) nên $\angle NDP = 45^0$.

Mà $\angle MAN = 45^0 (gt)$ nên $\angle PAN = 45^0$.

Do đó $\angle NDP = \angle PAN$ suy ra tứ giác $ADNP$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng chắn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

Suy ra $\angle ANP = \angle ADP = 45^0 = \angle QNP$ (2) (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AP).

Từ $(1),(2)$ ta có $\angle QMP = \angle QNP = 45^0$ suy ra tứ giác $MNQP$ nội tiếp đường tròn (tứ giác có hai đỉnh kề cùng chắn một cạnh dưới các góc bằng nhau) (đpcm).

2) Do tứ giác $ADNP$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle APN + \angle ADN = 180^0$ (tính chất tứ giác nội tiếp).

Mà $\angle ADN = 90^0$ (do $ABCD$ là hình vuông) nên $\angle APN = 90^0$.

Xét tam giác vuông ADN ta có: $\angle DNA = 90^0 - \angle DAN = 90^0 - \angle DPN = 90^0 - \angle QPN$ ($\angle DAN = \angle DPN$ do là hai góc nội tiếp cùng chắn cung DN).

Do tứ giác $MPQN$ nội tiếp đường tròn (cmt) nên $\angle QNM = \angle APQ = 90^0 - \angle QPN$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Do đó $\angle DNA = \angle QNM$ suy ra $\angle DNA = \angle ANM$ hay AN là phân giác góc $\angle MND$. (đpcm).

3) Gọi H là giao điểm của NP và MQ.

Vì tứ giác $ABMQ$ nội tiếp (cmt) nên $\angle ABM + \angle AQM = 180^0$.

Mà $\angle ABM = \angle ABC = 90^0 \Rightarrow \angle AQM = 90^0 \Rightarrow MQ \perp AN$.

Lại có $\angle APN = 90^0\ (cmt)$ nên $NP \perp AM$.

Mà $MQ \cap NP = \{H\} \Rightarrow H$ là trực tâm của tam giác AMN.

Gọi giao điểm của AH và MN là I.

Suy ra $AI \perp MN$ (do AI là đường cao thứ ba của tam giác AMN).

Ta có: tứ giác $ABMQ$ nội tiếp (cmt) nên $\angle AQB = \angle AMB$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AB).

Mà tứ giác $MPQN$ nội tiếp (cmt) nên $\angle AQP = \angle NMP$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Suy ra $\angle AMB = \angle NMP$ hay $\angle AMB = \angle IMA$.

Xét ΔAMB và ΔAMI ta có:

$\angle ABM = \angle AIM = 90^0$

$\angle AMB = \angle IMA\ (cmt)$

AM là cạnh chung

Do đó $\Delta AMB = \Delta AMI$ (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow AB = AI$ (cặp cạnh tương ứng) nên AI có độ dài không đổi.

$\Rightarrow (A; AI)$ cố định.

Lại có $AI \perp MN\ (cmt) \Rightarrow MN$ là tiếp tuyến của đường tròn $(A; AI)$ tại I.

Vậy MN luôn tiếp xúc với đường tròn tâm A bán kính AI cố định (đpcm).

Câu V (1,0 điểm)

Phương pháp:

1) Xét hiệu $H = \left(\sqrt{a+2} - \sqrt{a}\right) - \left(\sqrt{b+2} - \sqrt{b}\right)$

Từ giả thiết của đề bài, chứng minh $H < 0$

2) Áp dụng lần lượt hai BĐT Svac-xơ và BĐT Bunhiacopxki.

Cách giải:

1) Xét hiệu

$H=\left(\sqrt{a+2}-\sqrt{a}\right)-\left(\sqrt{b+2}-\sqrt{b}\right)$

$H=\left(\sqrt{a+2}-\sqrt{b+2}\right)-\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$

$H=\dfrac{a+2-b-2}{\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}}-\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

$H=\dfrac{a-b}{\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}}-\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

$H=(a-b)\left(\dfrac{1}{\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$

Vì $a>b>0\Rightarrow a-b>0$.

Ta có $\begin{cases}\sqrt{a+2}>\sqrt{a}\\ \sqrt{b+2}>\sqrt{b}\end{cases}\Rightarrow \sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}>\sqrt{a}+\sqrt{b}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}}<\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\ \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}<0$.

Do đó $(a-b)\left(\dfrac{1}{\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)<0$.

$\Rightarrow H=\left(\sqrt{a+2}-\sqrt{a}\right)-\left(\sqrt{b+2}-\sqrt{b}\right)<0$

$\Leftrightarrow \sqrt{a+2}-\sqrt{a}<\sqrt{b+2}-\sqrt{b}$

Vậy với $a>b>0$ thì $\sqrt{a+2}-\sqrt{a}<\sqrt{b+2}-\sqrt{b}$.

2) Áp dụng BĐT Svac-xơ ta có:

$\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{27}{\sqrt{3y}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{9}{\sqrt{3y}}+\dfrac{9}{\sqrt{3y}}+\dfrac{9}{\sqrt{3y}}$

$=\dfrac{1^2}{\sqrt{x}}+\dfrac{3^2}{\sqrt{3y}}+\dfrac{3^2}{\sqrt{3y}}+\dfrac{3^2}{\sqrt{3y}}\geq\dfrac{(1+3+3+3)^2}{\sqrt{x}+3\sqrt{3y}}=\dfrac{100}{\sqrt{x}+3\sqrt{3y}}$

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có:

$(x+3y)(1+9)\geq\left(\sqrt{x}+3\sqrt{3y}\right)^2$

$\Rightarrow \sqrt{x}+3\sqrt{3y}\leq\sqrt{10(x+3y)}\leq\sqrt{10.10}=10$

Do đó $\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{27}{\sqrt{3y}}\geq\dfrac{100}{\sqrt{x}+3\sqrt{3y}}\geq\dfrac{100}{10}=10$ (đpcm).

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}}{1}=\dfrac{\sqrt{3y}}{3}\\ x+3y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}$.