SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC: 2021 – 2022

MÔN THI: TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)

Thời gian: **120 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Bài 1 (2,0 điểm):

a) Cho phương trình $x^2+5x-6=0$ (*). Hãy xác định các hệ số a, b, c và giải phương trình (*).

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$.

Bài 2 (2,0 điểm): Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{8}$

b) $\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$.

Bài 3 (2,0 điểm):

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình: Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m. Biết chiều dài mảnh đất lớn hơn chiều rộng là 7m. Hãy tính diện tích mảnh đất hình chữ nhật đó.

b) Cho phương trình $x^2-2mx-1=0\ (1)$ với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$

Bài 4 (3,0 điểm):

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đường kính AB. Lấy một điểm M trên tia Ax $(M \neq A)$. Vẽ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Vẽ AC cắt OM tại E, vẽ MB cắt nửa đường tròn tại D $(D \neq B)$.

a) Chứng minh: Tứ giác $AMDE$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh $MA^2 = MD.MB$.

c) Vẽ CH vuông góc với AB $(H \in AB)$. Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của đoạn thẳng CH.

Bài 5 (1,0 điểm):

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{a^2}{b+c}+\dfrac{b^2}{c+a}+\dfrac{c^2}{a+b}$ với $\begin{cases} a, b, c>0 \\ a+b+c=3 \end{cases}$.

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Bài 1 (TH):

Phương pháp

a) Tính nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai: Nếu $a+b+c=0$ thì phương trình $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$ có hai nghiệm phân biệt: $x_1=1;x_2=\frac{c}{a}$.

b) Sử dụng phương pháp cộng đại số, tìm được nghiệm x

Sử dụng phương pháp thế, tìm được nghiệm y

Kết luận nghiệm $\left(x;y\right)$ của hệ phương trình.

Cách giải:

a) Phương trình $x^2+5x-6=0$ có $a=1,\ b=5,\ c=-6$.

Vì $a+b+c=1+5+\left(-6\right)=0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x_1=1\\x_2=\frac{c}{a}=-6\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{1;-6\right\}$.

b) Ta có: $\left\{\begin{array}{l}x+y=5\\x-y=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2x=6\\y=x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=3\\y=2\end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\left(x;y\right)=\left(3;2\right)$.

Bài 2 (TH):

Phương pháp

a) Sử dụng hằng đẳng thức: $\sqrt{A^2}=\left|A\right|=\left\{\begin{array}{l}A\ khi\ A\ge 0\\-A\ khi\ A<0\end{array}\right.$

Thực hiện các phép tính với căn bậc hai.

b) Xác định mẫu thức chung của biểu thức

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

Cách giải:

a) $3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{8}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{5^2.2}-\sqrt{2^2.2}$

$=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=\left(3+5-2\right)\sqrt{2}$

$=6\sqrt{2}$

b) $\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0$.

Với $x>0$ ta có:

$$\begin{aligned}&\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}\\&=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}}+\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}+2}\\&=\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-2\\&=2\sqrt{x}-1\end{aligned}$$

Vậy với $x>0$ thì $\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}=2\sqrt{x}-1$.

Bài 3 (VD):

Phương pháp

a) Gọi chiều rộng mảnh đất là $x\ (m)$ (ĐK: $x>0$)

Tính được chiều dài mảnh đất theo x

Áp dụng định lý Py – ta – go, lập được phương trình.

Giải phương trình, đối chiếu điều kiện và kết luận.

b) Phương trình $ax^2+bx+c=0\left(a\ne 0\right)$ có hai nghiệm phân biệt $\Delta>0$ (hoặc $\Delta'>0$)

Áp dụng hệ thức Vi – ét, tính được $x_1+x_2;x_1.x_2$ theo m

Thay vào $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$, tính được m, đối chiếu điều kiện và kết luận.

Cách giải:

a) Gọi chiều rộng mảnh đất là $x\ (m)$ (ĐK: $x>0$) $\Rightarrow$ Chiều dài mảnh đất là $x+7\ (m)$.

Vì độ dài đường chéo của mảnh đất hình chữ nhật là 13m nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}&x^2+\left(x+7\right)^2=13^2\\&\Leftrightarrow x^2+x^2+14x+49=169\\&\Leftrightarrow 2x^2+14x-120=0\\&\Leftrightarrow x^2+7x-60=0\end{aligned}$$

Ta có $\Delta=7^2-4.(-60)=289=17^2>0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-7+17}{2}=5\quad (tm)\\x=\dfrac{-7-17}{2}=-12\ (ktm)\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ Chiều rộng của mảnh đất là $5m$, chiều dài của mảnh đất là $5+7=12m$.

Vậy diện tích mảnh đất hình chữ nhật là $S=5.12=60\ \left(m^2\right)$.

b) Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 + 1 > 0\ \forall m$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$.

Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2 = 7$$
$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7$$
$$\Rightarrow 4m^2 + 3 = 7$$
$$\Leftrightarrow 4m^2 = 4$$
$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy $m = \pm 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 4 (VD):

Phương pháp

a) Vận dụng dấu hiệu nhận biết: Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhình một cạnh dưới các góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp.

b) Ta sẽ chứng minh: ΔMAD” $\Delta MBA\,(g.g) \Rightarrow MA^2 = MD.MB$

c) Gọi $MB \cap CH = \{N\}$.

Ta sẽ chứng minh: $\angle DEC = \angle DAB$ (1) và $\angle DNC = \angle DAB$ (2)

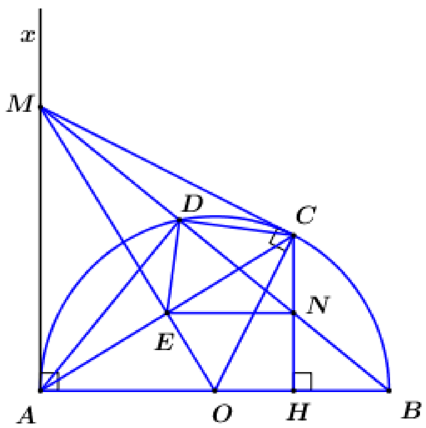
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle DEC = \angle DNC$ $\Rightarrow DENC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

Ta sẽ chứng minh: $EN\,//\,AH$

$\Rightarrow N$ là trung điểm của CH (định lí đường trung bình trong tam giác ACH).

Vậy MB đi qua N là trung điểm của CH (đpcm).

Cách giải:



a) Ta có: $OA = OC \Rightarrow O$ thuộc trung trực của AC.

$MA = MC$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow M$ thuộc trung trực của AC.

$\Rightarrow OM$ là trung trực của $AC \Rightarrow OM \perp AC$ tại E $\Rightarrow \angle AEM = 90^0$.

Ta có $\angle ADB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ADM = 90^0$.

Xét tứ giác $AMDE$ có $\angle AEM = \angle ADM = 90^0\ (cmt)$ $\Rightarrow AMDE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AM (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn AM dưới một góc 90^0).

b) Xét ΔMAD và ΔMBA có:

$\angle AMB\ chung;$

$\angle MDA = \angle MAB = 90^0$

$\Rightarrow \Delta MAD$” $\Delta MBA\ (g.g) \Rightarrow \dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MB}{MA}$ (2 cạnh tương ứng) $\Rightarrow MA^2 = MD.MB$.

c) Gọi $MB \cap CH = \{N\}$.

Vì $AEDM$ là tứ giác nội tiếp (cmt) nên $\angle DEC = \angle AMD$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Mà $\angle AMD = \angle DAB$ (cùng phụ với $\angle MAD$) nên $\angle DEC = \angle DAB$ (1).

Ta có $\angle DNC = \angle BNH$ (đối đỉnh), mà $\begin{cases} \angle BNH + \angle NBH = 90^0 \\ \angle DAB + \angle NBH = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \angle BNH = \angle DAB \Rightarrow \angle DNC = \angle DAB$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle DEC = \angle DNC$.

$\Rightarrow DENC$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \angle DNE = \angle DCE$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DE).

Mà $\angle DCE = \angle DCA = \angle DBA$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DA).

$\Rightarrow \angle DNE = \angle DBA$. Mà 2 góc này nằm ở vị trí 2 góc đồng vị nên $EN // AB$ hay $EN // AH$.

Lại có: E là trung điểm của AC (do OM là trung trực của AC, $OM \cap AC = \{E\}$).

$\Rightarrow N$ là trung điểm của CH (định lí đường trung bình trong tam giác ACH).

Vậy MB đi qua N là trung điểm của CH (đpcm).

Bài 5 (VDC):

Phương pháp

Áp dụng BĐT phụ: $\dfrac{x^2}{a} + \dfrac{y^2}{b} + \dfrac{z^2}{c} \ge \dfrac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$. Dấu “=” xảy ra khi $\dfrac{x}{a} = \dfrac{y}{b} = \dfrac{z}{c}$, $a,b,c > 0$.

Cách giải:

Áp dụng BĐT phụ: $\dfrac{x^2}{a} + \dfrac{y^2}{b} + \dfrac{z^2}{c} \ge \dfrac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$. Dấu “=” xảy ra khi $\dfrac{x}{a} = \dfrac{y}{b} = \dfrac{z}{c}$, $a,b,c > 0$.

Chứng minh BĐT phụ:

Áp dụng BĐT B.C.S cho hai bộ số $\left(\frac{x}{\sqrt{a}};\frac{y}{\sqrt{b}};\frac{z}{\sqrt{c}}\right)$ và $\left(\sqrt{a};\sqrt{b};\sqrt{c}\right)$ ta có:

$$\left(\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}\right)(a+b+c)\ge(x+y+z)^2$$

$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c}\ge\frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$$

Khi đó ta có:

$$A=\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\ge\frac{(a+b+c)^2}{b+c+c+a+a+b}=\frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)}=\frac{a+b+c}{2}=\frac{3}{2}$$

Vậy $A_{\min}=\frac{3}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.