

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SƠN LA
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1:

Cho biểu thức: $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

- a) Tìm điều kiện để biểu thức A xác định.
b) Rút gọn biểu thức A .

Câu 2:

Trên cùng hệ trục tọa độ vẽ hai đồ thị hàm số $y = x + 2$ và $y = x^2$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó.

Câu 3:

Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x}{2} + 2020 = x + \frac{2035}{2}$

b) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 6 = 0$

c) $x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 7$

Câu 4:

Cho phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m - 1 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có đúng hai nghiệm dương.

Câu 5:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $480m^2$. Nếu tăng chiều dài lên 8m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích không đổi. Hãy tính chu vi của mảnh vườn đó.

Câu 6:

Từ một điểm A bên ngoài đường tròn tâm O vẽ các tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC .

- a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn.
b) Tính diện tích tam giác ABC trong trường hợp bán kính đường tròn (O) bằng R và $AO = 3R$.
c) Dây cung EF thay đổi nhưng luôn đi qua H . Chứng minh AO là tia phân giác góc $\angle EAF$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1 (1,5 điểm)**Cách giải:**

Cho biểu thức: $A = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

a) Tìm điều kiện để biểu thức A xác định.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \\ \sqrt{x-2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \\ \sqrt{x} \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Vậy biểu thức A xác định khi $x \geq 0, x \neq 4$.**b) Rút gọn biểu thức A.**Điều kiện: $x \geq 0, x \neq 4$.

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}} \\ &= \frac{x}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{x-2}} \\ &= \frac{x + \sqrt{x-2} - \sqrt{x-2}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} \\ &= \frac{x-4}{x-4} = 1. \end{aligned}$$

Vậy $A=1$ khi $x \geq 0, x \neq 4$.**Câu 2 (1,0 điểm)****Cách giải:****Trên cùng hệ trục tọa độ vẽ hai đồ thị hàm số $y = x+2$ và $y = x^2$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị đó.**

+ Vẽ đồ thị hàm số.

Vẽ đường thẳng $y = x+2$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	0	-2
y	2	0

⇒ Đường thẳng $y = x + 2$ là đường thẳng đi qua các điểm $(0; 2)$; $(-2; 0)$.

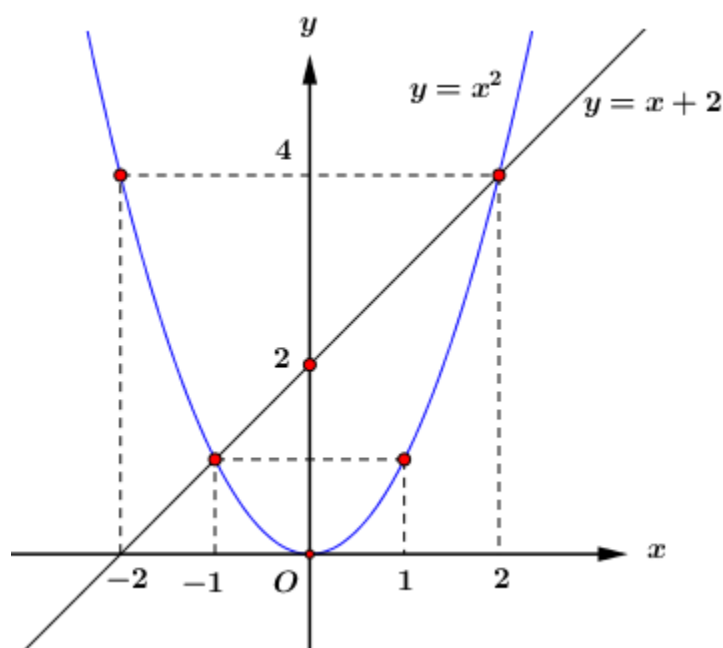
Vẽ parabol $y = x^2$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

⇒ Parabol $y = x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2; 4)$, $(-1; 1)$, $(0; 0)$, $(1; 1)$, $(2; 4)$ và nhận trục Oy là trục đối xứng.

Vẽ đồ thị hàm số:



Cách 1:

Dựa vào đồ thị ta thấy hai đồ thị hàm số $y = x + 2$ và $y = x^2$ cắt nhau tại hai điểm $(-1; 1)$ và $(2; 4)$.

Cách 2:

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned}
 x + 2 &= x^2 \\
 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 + x - 2x - 2 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x(x+1) - 2(x+1) &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$.

Với $x = 2 \Rightarrow y = 2^2 = 4 \Rightarrow B(2; 4)$.

Vậy hai đồ thị hàm số $y = x + 2$ và $y = x^2$ cắt nhau tại 2 điểm có tọa độ là $A(-1; 1)$ và $B(2; 4)$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cách giải:

Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{x}{2} + 2020 = x + \frac{2035}{2}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{x}{2} = 2020 - \frac{2035}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{2005}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2005.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 2005$.

$$b) x^2 - 2\sqrt{2}x - 6 = 0$$

Ta có: $\Delta' = 2 + 6 = 8 > 0$

$$\Rightarrow \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt: } \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \\ x_2 = \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{-\sqrt{2}; 3\sqrt{2}\}$.

$$c) x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 7 \quad (*)$$

Điều kiện: $x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$.

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{3x^2}{x+3} + \frac{9x^2}{(x+3)^2} + \frac{6x^2}{x+3} = 7$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3x}{x+3}\right)^2 + \frac{6x^2}{x+3} - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2 + 3x - 3x}{x+3}\right)^2 + \frac{6x^2}{x+3} - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{x+3}\right)^2 + \frac{6x^2}{x+3} - 7 = 0 \quad (1)$$

Đặt $\frac{x^2}{x+3} = t$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow t^2 + 6t - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 7t - t - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow t(t+7) - (t+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+7)(t-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t+7=0 \\ t-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-7 \\ t=1 \end{cases}$$

+) Với $t = -7$ ta có: $\frac{x^2}{x+3} = -7$

$$\Leftrightarrow x^2 = -7x - 21$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 21 = 0$$

Có $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 21 = -35 < 0$

\Rightarrow Phương trình vô nghiệm.

+) Với $t = 1$ ta có: $\frac{x^2}{x+3} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 = x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 3 = 0$$

Có $\Delta = 1 + 4 \cdot 3 = 13 > 0$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} \quad (tm) \\ x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \quad (tm) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{ \frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2} \right\}$.

Câu 4 (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m-1 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có đúng hai nghiệm dương.

Để phương trình $x^2 + 2(m-3)x + m-1 = 0$ có hai nghiệm dương thì:

$$\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - (m-1) \geq 0 \\ -2(m-3) > 0 \\ m-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 - m + 1 \geq 0 \\ m-3 < 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 10 \geq 0 \\ m < 3 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 10 \geq 0 \quad (1) \\ 1 < m < 3 \end{cases} (*)$$

Xét bất phương trình $m^2 - 7m + 10 \geq 0$ (1) ta có:

$$\begin{aligned} & m^2 - 7m + 10 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & m^2 - 2m - 5m + 10 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & m(m-2) - 5(m-2) \geq 0 \\ \Leftrightarrow & (m-2)(m-5) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} m-2 \geq 0 \\ m-5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 5.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 2.$$

$$\text{Do đó (1) } \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó hệ (*) trở thành: } \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases} \Rightarrow 1 < m \leq 2.$$

Vậy $1 < m \leq 2$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cách giải:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $480m^2$. Nếu tăng chiều dài lên $8m$ và giảm chiều rộng đi $2m$ thì diện tích không đổi. Hãy tính chu vi của mảnh vườn đó.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là x, y (mét) (ĐK: $x > y > 2$).

Vì diện tích mảnh vườn là $480m^2$ nên ta có phương trình $xy = 480$ (1).

Nếu tăng chiều dài lên $8m$ thì chiều dài mới là $x + 8$ (m).

giảm chiều rộng đi $2m$ thì chiều rộng mới là $y - 2$ (m).

Khi đó diện tích mảnh vườn không thay đổi nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} (x+8)(y-2) &= 480 \\ \Leftrightarrow xy - 2x + 8y - 16 &= 480 \\ \Leftrightarrow 480 - 2x + 8y - 16 &= 480 \\ \Leftrightarrow 2x - 8y &= -16 \\ \Leftrightarrow x - 4y &= -8 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 480 \\ x - 4y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 480 \\ x = 4y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4y - 8) \cdot y = 480 \\ x = 4y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y^2 - 8y - 480 = 0 \\ x = 4y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 2y - 120 = 0 \quad (*) \\ x = 4y - 8 \end{cases}$$

Xét phương trình (*) ta có:

$$\begin{aligned} y^2 - 2y - 120 &= 0 \\ \Leftrightarrow y^2 - 12y + 10y - 120 &= 0 \\ \Leftrightarrow y(y - 12) + 10(y - 12) &= 0 \\ \Leftrightarrow (y - 12)(y + 10) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y - 12 = 0 \\ y + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \quad (tm) \\ y = -10 \quad (ktm) \end{cases} \end{aligned}$$

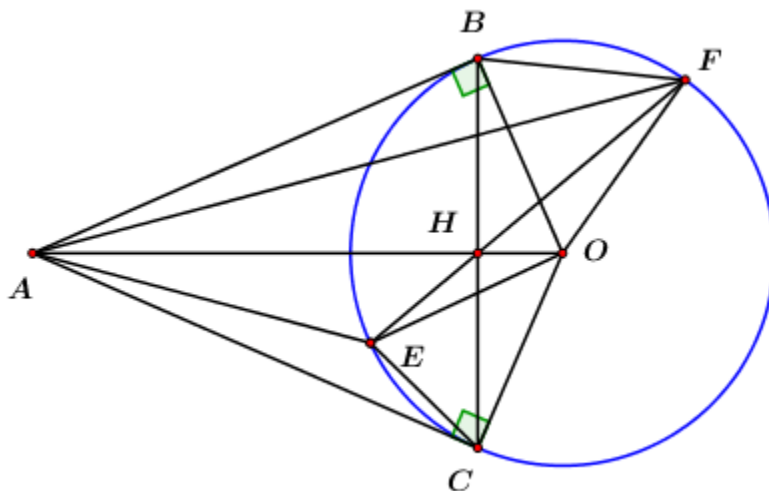
Với $y = 12 \Rightarrow x = 4 \cdot 12 - 8 = 40$.

Vậy chu vi của mảnh vườn đó là $C = 2(x + y) = 2(40 + 12) = 104$ (m).

Câu 6 (1,0 điểm)

Cách giải:

Từ một điểm A bên ngoài đường tròn tâm O vẽ các tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC .



a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn.

Ta có: AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O)

$$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp OB \\ AC \perp OC \end{cases} \Rightarrow \angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $ABOC$ ta có:

$$\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow \angle ABOC$ là tứ giác nội tiếp (dnhb). (đpcm)

b) Tính diện tích tam giác ABC trong trường hợp bán kính đường tròn (O) bằng R và $AO = 3R$.

Ta có: $OB = OC = R$

$\Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của BC .

$AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của BC .

$\Rightarrow AO$ là đường trung trực của BC

$$\Rightarrow AO \perp BC = \{H\}$$

$\Rightarrow H$ là trung điểm của BC (mối liên hệ giữa đường kính và dây cung).

Áp dụng định lý Pitago cho ΔABO vuông tại B ta có:

$$AB = \sqrt{AO^2 - OB^2} = \sqrt{9R^2 - R^2} = 2\sqrt{2}R.$$

Áp dụng hệ thức lượng cho ΔABO vuông tại B có đường cao BH ta có:

$$BH = \frac{OB \cdot AB}{AO} = \frac{2\sqrt{2}R \cdot R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}R}{3}.$$

$$AH = \frac{AB^2}{AO} = \frac{8R^2}{3R} = \frac{8R}{3}$$

$$\Rightarrow BC = 2BH = \frac{4\sqrt{2}}{3}R.$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{8R}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}R}{3} = \frac{16\sqrt{2}R^2}{9} \text{ (dvd)}.$$

Vậy khi $OA = 3R$ thì $S_{ABC} = \frac{16\sqrt{2}R^2}{9}$.