SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẬU GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 – 2021
Bài thi: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút

A. Trắc nghiệm (2 điểm)

Câu 1. Tìm số thực m để hàm số $y=(2-m)x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m>0$ **B.** $m<2$ **C.** $m\neq 2$ **D.** $m>2$

Câu 2. Phương trình $x^2-5x-6=0$ có bao nhiêu nghiệm dương?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 3. Tìm điều kiện của x để biểu thức $P=\dfrac{2+x}{\sqrt{x-3}}+\sqrt{x}$ có nghĩa.

A. $x>3$ **B.** $x\geq 0$ **C.** $x\geq 0$ và $x\neq 3$ **D.** $x\neq 3$

Câu 4. Cho $P=\sqrt{53-20\sqrt{7}}=a+b\sqrt{7}$, với a,b là các số nguyên. Tính $a-b$

A. 7 **B.** 73 **C.** –7 **D.** –3

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB=3, BC=5$. Tính $\tan\angle ACB$

A. $\tan\angle ACB=\dfrac{5}{3}$ **B.** $\tan\angle ACB=\dfrac{3}{5}$ **C.** $\tan\angle ACB=\dfrac{4}{5}$ **D.** $\tan\angle ACB=\dfrac{3}{4}$

Câu 6. Tìm thể tích V của khối hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao lần lượt là $a,2a,3a$

A. $V=3a^3$ **B.** $V=6a^3$ **C.** $V=a^3$ **D.** $V=2a^3$

Câu 7. Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích S của hình tròn (O)

A. $S=\dfrac{1}{2}\pi a^2$ **B.** $S=4\pi a^2$ **C.** $S=\pi a^2$ **D.** $S=2\pi a^2$

Câu 8. Tính thể tích V của khối cầu có bán kính $R=2a$

A. $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$ **B.** $V=\dfrac{32}{3}\pi a^3$ **C.** $V=4\pi a^3$ **D.** $V=8\pi a^3$

B. Tự luận (8 điểm):

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A=7\sqrt{20}-3\sqrt{25}$

2) Tính giá trị của biểu thức $B=\sqrt{x}+\dfrac{3}{2\sqrt{x}}+4$

3) Rút gọn biểu thức $C=\dfrac{5}{1-\sqrt{2}}-\dfrac{5}{1+\sqrt{2}}$

Câu II. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $2x^2-6x+1=0$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=3\\x+2y=5\end{cases}$

Câu III. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y = 2x - m + 1$(với m là tham số)

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 2(x_1 + x_2)$

Câu IV. (2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 2a$ và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ đến (O) hai tiếp tuyến AM và AN (với M, N là các tiếp điểm)

1) Chứng minh bốn điểm A, M, N, O cùng thuộc một đường tròn (C). Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C).

2) Tính diện tích S của tứ giác $AMON$ theo a, biết rằng $OA = 3a$.

3) Gọi M' là điểm đối xứng với M qua O và P là giao điểm của đường thẳng AO và (O), P nằm bên ngoài đoạn OA. Tính $\sin \angle MPN$.

Câu V. (0,5 điểm)

Cho x và y là hai số thực không âm thỏa mãn $x + y = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - 4xy + 3$

------HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

A. Trắc nghiệm: (2,0 điểm)

1. D	**2. B**	**3. A**	**4. C**
5. D	**6. B**	**7. C**	**8. B**

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $a < 0$ đồng biến khi $a > 0$

Cách giải:

Hàm số đã cho nghịch biến khi $2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$

Chọn D.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 \left(a \ne 0\right)$ có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0$

Cách giải:

Phương trình đã cho có $ac = -6 < 0$ nên có hai nghiệm trái dấu, nên nó có một nghiệm dương

Chọn B.

Câu 3 (TH):

Phương pháp:

Biểu thức có nghĩa khi các biểu thức trong căn không âm và biểu thức dưới mẫu khác 0

Cách giải:

Biểu thức đã cho có nghĩa khi và chỉ khi $\begin{cases} x \ge 3 \\ \sqrt{x-3} \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$

Chọn A.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Đưa biểu thức trong căn về bình phương

Cách giải:

Ta có $P = \sqrt{53 - 20\sqrt{7}} = \sqrt{5^2 - 2.5.2\sqrt{7} + \left(2\sqrt{7}\right)^2} = \sqrt{\left(5 - 2\sqrt{7}\right)^2} = \left|5 - 2\sqrt{7}\right| = 2\sqrt{7} - 5$

Vậy $\begin{cases} a = -5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - b = -7$

Chọn C.

Câu 5 (TH):

Phương pháp: Áp dụng định lý Pitago, sau đó áp dụng công thức tan bằng đối trên kề

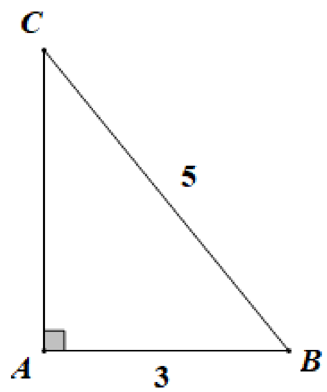
Cách giải

Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông ABC ta có

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$\Rightarrow \tan \angle ACB = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{3}{4}$

Chọn D.



Câu 6 (TH):

Phương pháp:

Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của chúng

Cách giải:

Thể thích của khối hộp đã cho là $V = a.2a.3a = 6a^3$

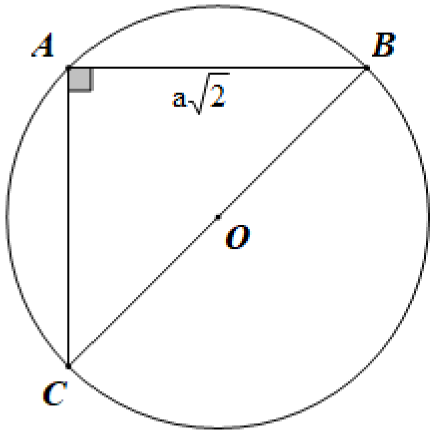
Chọn B.

Câu 7 (VD):

Phương pháp:

Tính bán kính đường tròn, rồi áp dụng công thức diện tích

Cách giải:



Giả sử tam giác *ABC* vuông cân tại *A*, nội tiếp đường tròn (*O*)

Vì tam giác *ABC* vuông cân tại *A* nên đường tròn (*O*) có đường kính là $BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2a$

Suy ra bán kính của (*O*) là $r = a$ và diện tích là $S = \pi r^2 = \pi a^2$

Chọn C.

Câu 8 (NB):

Phương pháp:

Áp dụng công thức thể tích khối cầu

Cách giải:

Thể tích khối cầu đã cho là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$

Chọn B.

B. Tự luận: (8,0 điểm)

Câu I (2,0 điểm):

Phương pháp:

1) Sử dụng các công thức: $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \;\; khi \;\; A \ge 0 \\ -A \;\; khi \;\; A < 0 \end{cases}$ và $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} = \begin{cases} A\sqrt{B} \;\; khi \;\; A \ge 0 \\ -A\sqrt{B} \;\; khi \;\; A < 0 \end{cases}, B \ge 0.$

2) Quy đồng mẫu các phân thức, biến đổi và rút gọn biểu thức.

Cách giải:

1) Rút gọn biểu thức $A = 7\sqrt{20} - 3\sqrt{25}$

Ta có: $A = 7\sqrt{20} - 3\sqrt{25}$

$= 7\sqrt{4.5} - 3\sqrt{25}$

$= 7.\sqrt{4}.\sqrt{5} - 3.5$

$= 7.2.\sqrt{5} - 15$

$= 14\sqrt{5} - 15$

Vậy $A = 14\sqrt{5} - 15$.

2) Tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} + 4$ ***khi*** $x = 9$

Điều kiện: $x > 0$.

Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào $B=\sqrt{x}+\dfrac{3}{2\sqrt{x}}+4$ ta được:

$$B=\sqrt{9}+\frac{3}{2\sqrt{9}}+4$$

$$=3+\frac{3}{2.3}+4$$

$$=3+\frac{1}{2}+4=\frac{15}{2}.$$

Vậy khi $x=9$ thì $B=\dfrac{15}{2}$.

3) Rút gọn biểu thức $C=\dfrac{5}{1-\sqrt{2}}-\dfrac{5}{1+\sqrt{2}}$

Ta có: $C=\dfrac{5}{1-\sqrt{2}}-\dfrac{5}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{-5}{\sqrt{2}-1}-\dfrac{5}{\sqrt{2}+1}$

$$=\frac{-5\left(\sqrt{2}+1\right)-5\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}$$

$$=\frac{-5\sqrt{2}-5-5\sqrt{2}+5}{2-1}$$

$$=\frac{-10\sqrt{2}}{1}=-10\sqrt{2}$$

Vậy $C=-10\sqrt{2}$.

Câu II (2,0 điểm) (VD):

Phương pháp:

1) Tính biệt thức và áp dụng công thức nghiệm của phương trình bậc hai

2) Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số

Cách giải:

1) Giải phương trình $2x^2-6x+1=0$.

Ta có: $\Delta'=3^2-2.1=7>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2} \\ x_2=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{3\pm\sqrt{7}}{2}\right\}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=3\\ x+2y=5\end{cases}$.

$$\begin{cases}2x-y=3\\ x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x-2y=6\\ x+2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x=11\\ y=2x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{11}{5}\\ y=2.\dfrac{11}{5}-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{11}{5}\\ y=\dfrac{7}{5}\end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{11}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Câu III (1,5 điểm) (VD):

Phương pháp:

1) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị

2) Viết phương trình hoành độ giao điểm và hệ thức Vi–ét

Cách giải:

Trong mặt phẳng Oxy, cho hàm số $y=x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng $d: y=2x-m+1$ (với m là tham số).

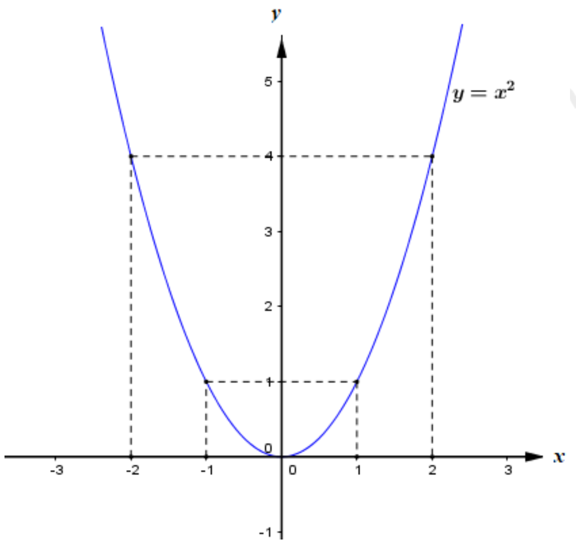
1) Vẽ đồ thị (P).

+ Ta có bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Do đó, parabol $(P): y=x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2;4)$, $(-1;1)$, $(0;0)$, $(1;1)$, $(2;4)$ và nhận Oy là trục đối xứng.

+ Đồ thị hàm số:



2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2=2(x_1+x_2)$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=2x-m+1 \Leftrightarrow x^2-2x+m-1=0$ (*).

Để đường thẳng (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=1-m+1=2-m>0 \Leftrightarrow m<2$.

Khi đó giả sử phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2. Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=m-1 \end{cases}$.

Theo bài ra ta có:

$x_1^2 + x_2^2 = 2(x_1 + x_2)$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2(x_1 + x_2)$

$\Leftrightarrow 2^2 - 2(m-1) = 2.2$

$\Leftrightarrow 4 - 2(m-1) = 4$

$\Leftrightarrow 2(m-1) = 0$

$\Leftrightarrow m - 1 = 0$

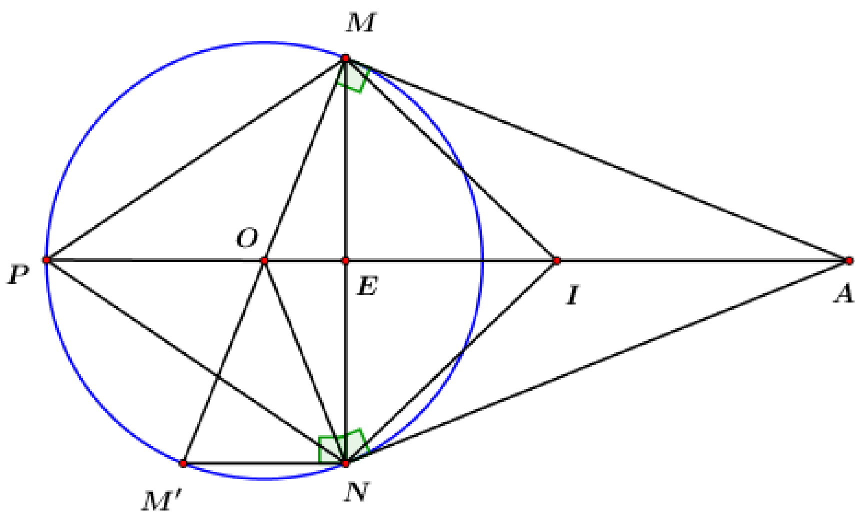
$\Leftrightarrow m = 1\ (tm)$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu IV (2,0 điểm) – (VD):

Cách giải:

Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 2a$ và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ đến (O) hai tiếp tuyến AM và AN (với M, N là các tiếp điểm).



1) Chứng minh bốn điểm A, M, N, O cùng thuộc một đường tròn (C). Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C).

Gọi I là trung điểm của OA.

Ta có: $\angle OMA = 90^0$ (AM là tiếp tuyến với (O))

$\Rightarrow \Delta AMO$ vuông tại M

Có MI là trung tuyến $\Rightarrow MI = IO = IA$ (1)

$\angle ONA = 90^0$ (AN là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \Delta ANO$ vuông tại N

Có NI là trung tuyến $\Rightarrow NI = IO = IA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IO = IA = IM = IM$ nên 4 điểm A, M, N, O cùng thuộc đường tròn (C) tâm I bán kính $R = \dfrac{OA}{2}$. (đpcm)

2) Tính diện tích S của tứ giác AMON theo a, biết rằng $OA = 3a$.

Gọi E là giao điểm của MN là OA.

Ta có: $OM = ON = R$ và $AM = AN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của đoạn MN

$\Rightarrow OA \perp MN$ tại trung điểm E của MN.

Tam giác OMA vuông tại M, theo Pitago ta có:

$$AM^2 = OA^2 - OM^2 = (3a)^2 - (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AM = a\sqrt{5}$$

Tam giác AMO vuông tại M có ME là đường cao nên:

$$ME.OA = OM.AM \quad \Rightarrow ME = \frac{OM.AM}{OA} = \frac{2a.a\sqrt{5}}{3a} = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow MN = 2ME = 2.\frac{2a\sqrt{5}}{3} = \frac{4a\sqrt{5}}{3}$$

Tứ giác OMAN có hai đường chéo OA và MN vuông góc nên

$$S_{OMAN} = \frac{1}{2}OA.MN = \frac{1}{2}.3a.\frac{4a\sqrt{5}}{3} = 2a^2\sqrt{5}.$$

Vậy $S_{OMAN} = 2a^2\sqrt{5}$

3) Gọi M' là điểm đối xứng với M qua O và P là giao điểm của đường thẳng AO và (O), P nằm bên ngoài đoạn OA. Tính $\sin\angle MPN$.

Nối M' với N ta có $\angle MPN = \angle MM'N$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow \sin\angle MPN = \sin\angle MM'N$

Tam giác MNM' có $\angle MNM' = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên là tam giác vuông tại N.

$$\Rightarrow \sin\angle MM'N = \frac{MN}{MM'} = \frac{4a\sqrt{5}}{3} : 4a = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin\angle MPN = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Câu V (0,5 điểm) (VDC):

Cách giải:

Cho x và y là hai số thực không âm thỏa mãn $x+y=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - 4xy + 3$.

Ta có:

$$P = x^4 + y^4 - 4xy + 3$$

$$P = (x^2+y^2)^2 - 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$P = \left[(x+y)^2 - 2xy\right]^2 - 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$P = (x+y)^4 - 4xy(x+y)^2 + 4(xy)^2 - 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$P = 256 - 64xy + 2(xy)^2 - 4xy + 3$$

$$P = 2(xy)^2 - 68xy + 259$$

Đặt $t = xy$, áp dụng BĐT Cô-si ta có: $0 \le xy \le \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = 4 \Rightarrow 0 \le t \le 4$.

Khi đó ta có:

$P = 2t^2 - 68t + 259$

$P = 2\left(t^2 - 34t + 17^2\right) - 319$

$P = 2(t-17)^2 - 319$

Với $0 \le t \le 4 \Rightarrow -17 \le t - 17 \le -13$.

$\Leftrightarrow 13^2 \le (t-17)^2 \le 17^2$

$\Leftrightarrow 2.13^2 \le 2(t-17)^2 \le 2.17^2$

$\Leftrightarrow 2.13^2 - 319 \le 2(t-17)^2 - 319 \le 2.17^2 - 319$

$\Leftrightarrow 19 \le P \le 259$

Vậy $P_{\min} = 19 \Leftrightarrow t = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 4 \\ x + y = 4 \end{cases}$.

Khi đó $x,\ y$ là nghiệm của phương trình $X^2 - 4X + 4 = 0 \Leftrightarrow (X-2)^2 = 0 \Leftrightarrow X = 2$.

$\Rightarrow (x;y) = (2;2)$.

$P_{\max} = 259 \Leftrightarrow t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 0 \\ x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0;\ y = 4 \\ y = 0;\ x = 4 \end{array}\right. \Rightarrow (x;y) = (0;4)$ hoặc $(x;y) = (4;0)$.

-----HẾT-----