

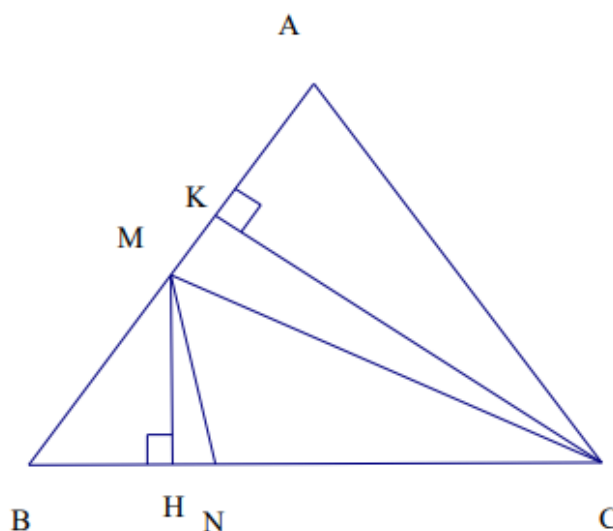
CHUYÊN ĐỀ: HÌNH HỌC**Dạng 1: Tỷ số diện tích trong tam giác****Phương pháp giải:**

- Hai tam giác chung đáy thì tỷ số diện tích bằng tỷ số 2 đường cao tương ứng.
- Hai tam giác có chung đường cao thì tỷ số diện tích bằng tỷ số hai đáy tương ứng.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC, lấy điểm N trên BC sao cho $BN = \frac{1}{2}NC$. Điểm M là trung điểm của AB.

Tính diện tích tam giác ABC, biết diện tích tam giác BMN bằng 6 cm^2 .

Giải



Kẻ đường cao MH, CK

Ta có $S_{MBN} = \frac{1}{2}S_{MNC}$ (Hai tam giác có chung đường cao MH và $BN = \frac{1}{2}NC$)

Suy ra $S_{MNC} = 2 \times S_{MBN} = 2 \times 6 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{BMC} = S_{MBN} + S_{MNC} = 6 + 12 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

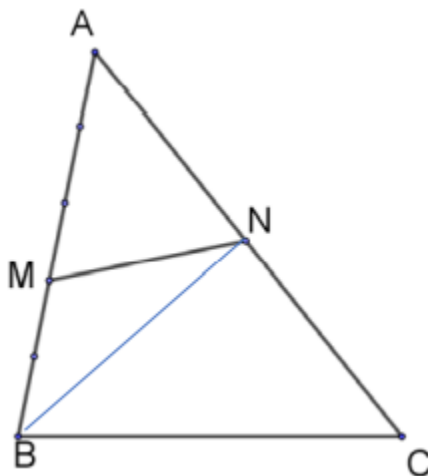
Ta có $S_{BMC} = S_{AMC} = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{ABC} = S_{BMC} + S_{AMC} = 18 + 18 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: 36 cm^2

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho AM gấp rưỡi MB; trên cạnh AC lấy điểm N sao cho AN bằng một nửa AC. Biết diện tích tam giác AMN là 36 cm^2 . Tính diện tích tứ giác BMNC.

Giải



Ta có $S_{MNB} = \frac{2}{2} S_{AMN}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh N xuống đáy AB và $MB = \frac{2}{3} MA$)

$$S_{MNB} = \frac{2}{3} \times 36 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{ABN} = S_{AMN} + S_{MNB} = 36 + 24 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{ABN} = S_{BNC} = 60 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ (Vì chung đường cao hạ từ đỉnh B và AN = NC)}$$

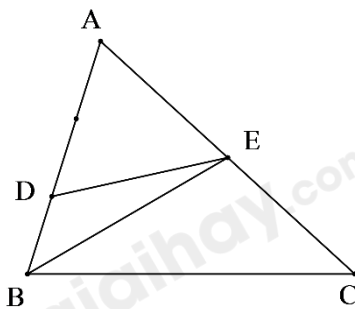
Diện tích tứ giác BMNC là

$$S_{BMNC} = S_{BMN} + S_{BNC} = 24 + 60 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: 84 cm^2

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Cho tam giác ABC trên AB, AC lấy hai điểm D, E sao cho $AD = 2 \times DB$ và $AE = EC$. Tính diện tích tam giác ADE biết diện tích tam giác ABC bằng 180 cm^2 .



Giải

Ta có $S_{ABE} = \frac{1}{2} \times S_{ABC}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh B xuống đáy AC và đáy $AE = \frac{1}{2} AC$)

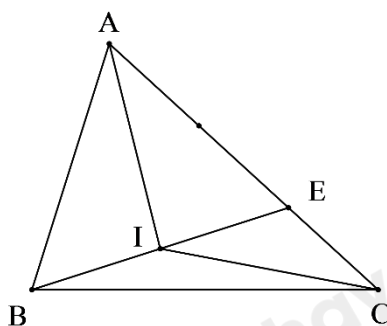
Suy ra $S_{ABE} = \frac{1}{2} \times 180 = 90 \text{ (cm}^2\text{)}$

Ta có $S_{ADE} = \frac{2}{3} \times S_{ABE}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh E xuống đáy AB và đáy $AD = \frac{2}{3} AB$)

Suy ra $S_{ADE} = \frac{2}{3} \times 90 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: 60 cm^2

Bài 2. Cho tam giác ABC. Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = 2 \times EC$. Lấy điểm I trên BE sao cho $IB = IE$. Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác AIE bằng 20 cm^2 .



Giải

Ta có $S_{AIE} = \frac{1}{2} S_{ABE}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh A xuống đáy BE và $IB = IE$)

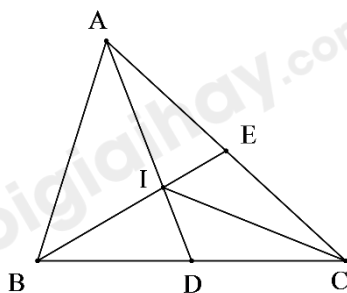
Suy ra $S_{ABE} = 2 \times S_{AIE} = 2 \times 20 = 40 \text{ cm}^2$

Ta có $S_{ABE} = \frac{2}{3} S_{ABC}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh B xuống đáy AC và đáy $AE = \frac{2}{3} AC$)

Suy ra $S_{ABC} = 40 : \frac{2}{3} = 60 \text{ cm}^2$

Đáp số: 60 cm^2

Bài 3. Cho tam giác ABC, D là điểm chính giữa của BC, E là điểm chính giữa cạnh AC. AD và BE cắt nhau tại I. Tính diện tích tam giác IAE biết diện tích tam giác ABC bằng 90 cm^2 .



Giải

Ta có $S_{ABD} = S_{ACD}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh A xuống đáy BC và đáy $DB = DC$)

Lại có $S_{IBD} = S_{ICD}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh I xuống đáy BC và $DB = DC$)

Suy ra $S_{AIB} = S_{AIC}$

Ta có $S_{IAE} = \frac{1}{2} \times S_{IAC}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh I xuống đáy AC và đáy $EA = \frac{1}{2} AC$)

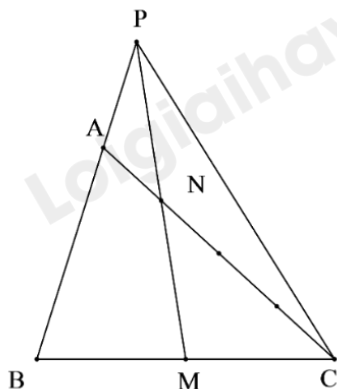
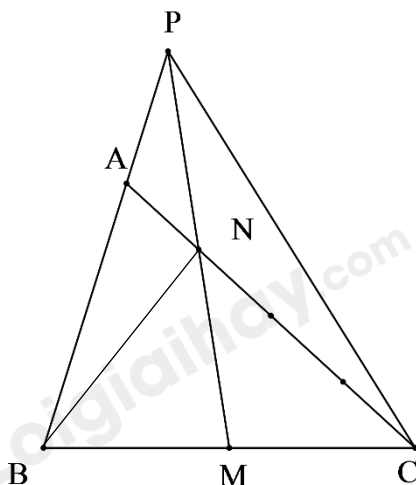
$$\Rightarrow S_{IAE} = \frac{1}{2} \times S_{AIB} = \frac{1}{3} \times S_{ABE}$$

$$\text{Ta có } S_{ABE} = \frac{1}{2} \times S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 90 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy } S_{IAE} = \frac{1}{3} \times 45 = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: 15 cm^2

Bài 4. Cho tam giác ABC, trên AC lấy điểm N sao cho $AN = \frac{1}{4} AC$, trên BC lấy điểm M sao cho $BM = MC$. Kéo dài AB và MN cắt nhau ở P. Tính diện tích tam giác ABC biết diện tích tam giác APN bằng 100 cm^2 .

**Giải**

Nối N với B

Ta có $S_{PMB} = S_{PMC}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh P xuống đáy BC và $MB = MC$)

Lại có $S_{NMB} = S_{NMC}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh N xuống đáy BC và $MB = MC$)

Suy ra $S_{PNB} = S_{PNC}$

Ta có $S_{PNC} = 3 \times S_{APN}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh P và đáy $NC = 3 \times NA$)

Suy ra $S_{PNC} = S_{PNB} = 3 \times 100 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{BNA} = S_{PNB} - S_{APN} = 300 - 100 = 200 \text{ (cm}^2\text{)}$

Ta có $S_{ABC} = 4 \times S_{BNA}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh B và $AC = 4 \times AN$)

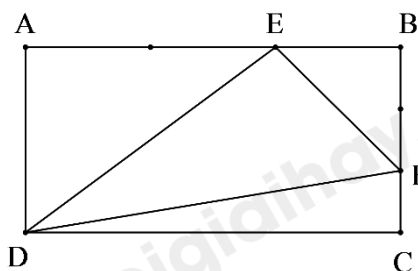
Suy ra $S_{ABC} = 4 \times S_{BNA} = 4 \times 200 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: 800 cm^2

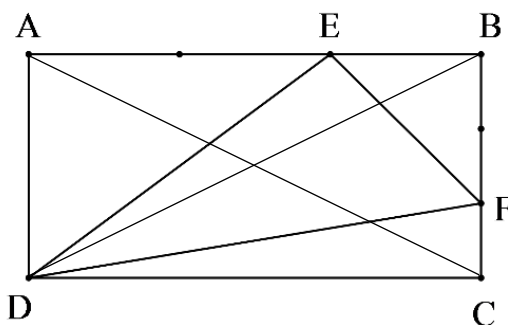
Bài 5: (Đề thi vào lớp 6 môn Toán trường Hà Nội – Amsterdam 2003 – 2004)

Cho hình chữ nhật ABCD có diện tích 144 cm^2 như hình vẽ. Trên AB lấy điểm E, trên BC lấy điểm F.

Các đoạn $EB = \frac{1}{3} \times AB$, $CF = \frac{1}{3} \times CB$. Tính diện tích tam giác DEF.



Giải



Nối B với D

Ta có $S_{DAB} = S_{DBC} = S_{BAC} = \frac{1}{2} \times S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times 144 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{DAE} = \frac{2}{3} \times S_{DAB}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh D xuống đáy AB và $AE = \frac{2}{3} \times AB$)

Suy ra $S_{DAE} = \frac{2}{3} \times 72 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$S_{DFC} = \frac{1}{3} \times S_{DBC} \text{ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh D xuống đáy BC và } CF = \frac{1}{3} CB)$$

$$\text{Suy ra } S_{DFC} = \frac{1}{3} \times 72 = 24 \text{ (cm}^2)$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{BEF}}{S_{BAC}} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

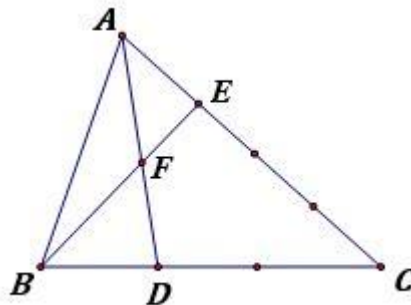
$$\text{Suy ra } S_{BEF} = \frac{2}{9} \times S_{BAC} = \frac{2}{9} \times 72 = 16 \text{ (cm}^2)$$

Diện tích tam giác DEF là $144 - (48 + 24 + 16) = 56 \text{ (cm}^2)$

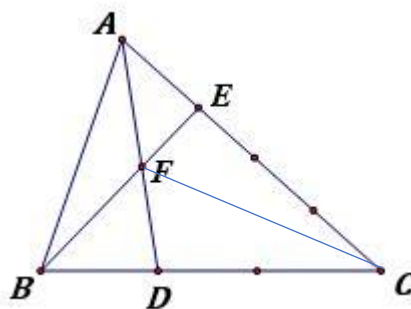
Đáp số: 56 cm^2

Bài 6: (Thi vào 6 trường THCS chuyên Ngoại Ngữ 2019 – 2020)

Cho hình vẽ. Tính tỉ số diện tích 2 tam giác BDF và AEF?



Giải



Nối F với C

$$\text{Ta có } S_{ABE} = \frac{1}{3} \times S_{BEC} \text{ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh B và } AE = \frac{1}{3} EC)$$

$$\text{Và } S_{FAE} = \frac{1}{3} \times S_{FEC} \text{ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh F và } AE = \frac{1}{3} EC)$$

$$\Rightarrow S_{BAF} = \frac{1}{3} \times S_{BCF}$$

$$\text{Ta có } S_{BFD} = \frac{1}{3} \times S_{BFC} \text{ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh F và } BD = \frac{1}{3} \times BC)$$

$$\Rightarrow S_{BAF} = S_{BFD} \quad (1)$$

Ta có $S_{AFB} = \frac{1}{2} \times S_{AFC}$

$$S_{AFE} = \frac{1}{4} \times S_{AFC} \quad (\text{Chung chiều cao hạ từ đỉnh F và } AE = \frac{1}{4} \times AC)$$

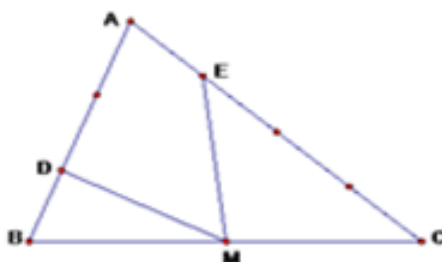
$$\Rightarrow S_{AFE} = \frac{1}{2} \times S_{BAF} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $S_{BFD} = 2 \times S_{AEF}$

Bài 7: (Thi vào 6 trường Hà Nội Amsterdam 2006 – 2007)

Cho tam giác ABC có diện tích bằng 18cm^2 . Biết $DA = 2 \times DB$; $EC = 3 \times EA$; $MC = MB$ (hình vẽ).

Tính tổng diện tích hai tam giác MDB và MCE?



Giải

$$\text{Ta có } \frac{S_{MDB}}{S_{ABC}} = \frac{BM}{BC} \times \frac{BD}{BA} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Suy ra } S_{MDB} = \frac{1}{6} \times 18 = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{MCE}}{S_{ABC}} = \frac{CM}{CB} \times \frac{CE}{CA} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Suy ra } S_{MCE} = \frac{3}{8} \times 18 = 6,75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Tổng diện tích hai tam giác MDB và MCE là

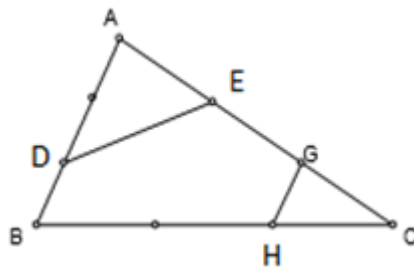
$$3 + 6,75 = 9,75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: $9,75 \text{ cm}^2$

Bài 8: (Thi vào 6 trường Hà Nội Amsterdam 2001 – 2002)

Cho tam giác ABC và các điểm D, E, G, H sao cho $BD = \frac{1}{3} AB$; $AE = CG = \frac{1}{3} AC$; $CH = \frac{1}{3} BC$.

Tính diện tích hình BDEGH? Biết diện tích của tam giác ABC là 180cm^2



Giải

Ta có $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

Suy ra $S_{ADE} = \frac{2}{9} \times S_{ABC} = \frac{2}{9} \times 180 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$

Ta có $\frac{S_{CGH}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Suy ra $S_{CGH} = \frac{1}{9} \times S_{ABC} = \frac{1}{9} \times 180 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$

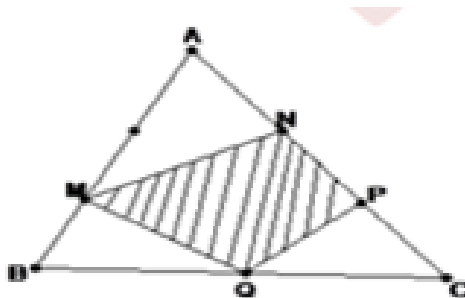
Diện tích hình BDEGH là

$180 - (40 + 20) = 120 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: 120 cm^2

Bài 9: (Thi vào 6 trường Hà Nội Amsterdam 2010 – 2011)

Cho tam giác ABC có diện tích là 180 cm^2 . Biết $AB = 3 \times BM$; $AN = NP = PC$; $QB = QC$. Tính diện tích tứ giác MNPQ? (xem hình vẽ)



Giải

Ta có $\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

$S_{AMN} = \frac{2}{9} \times S_{ABC} = \frac{2}{9} \times 180 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}$

Ta có $\frac{S_{BMQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$S_{BMQ} = \frac{1}{6} \times S_{ABC} = \frac{1}{6} \times 180 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\frac{S_{CPQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Ta có

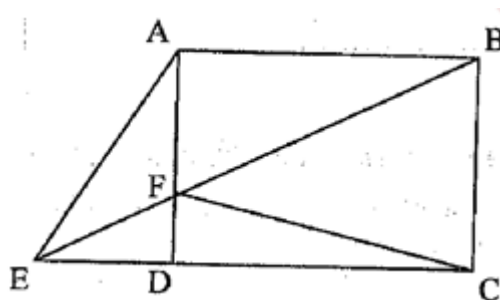
$$S_{BMQ} = \frac{1}{6} \times S_{ABC} = \frac{1}{6} \times 180 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích tứ giác MNPQ là $180 - (40 + 30 + 30) = 80 \text{ (cm}^2\text{)}$

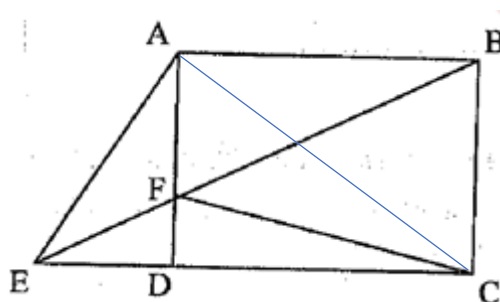
Đáp số: 80 cm^2

Bài 10: (Thi vào 6 trường Hà Nội Amsterdam 2013 – 2014)

Cho hình chữ nhật ABCD, F là một điểm bất kì trên cạnh AD, BF cắt CD kéo dài tại điểm E. Nối điểm A với điểm E. Tính diện tích tam giác AEF, biết $AF = 3 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $AB = 7 \text{ cm}$?



Giải



$$\text{Ta có } S_{ABE} = S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 7 \times 5 = 17,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{ABF} = \frac{1}{2} \times AB \times AF = \frac{1}{2} \times 7 \times 3 = 10,5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

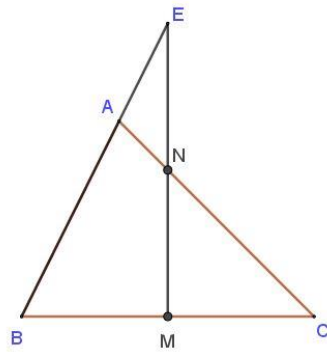
Diện tích tam giác AEF là

$$S_{AEF} = S_{ABE} - S_{ABF} = 17,5 - 10,5 = 7 \text{ (cm}^2\text{)}$$

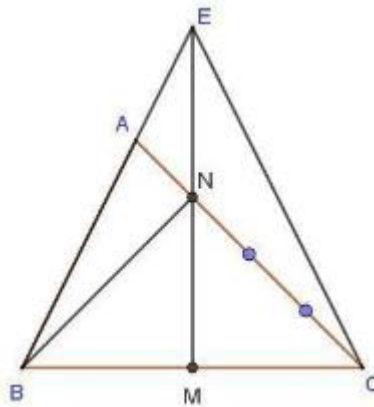
Đáp số: 7 cm^2

Bài 11: (Thi vào 6 trường Hà Nội Amsterdam 2011 – 2012)

Cho tam giác ABC biết $BM = MC$; $CN = 3 \times NA$ (như hình vẽ) và diện tích tam giác AEN bằng 27 cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC?



Giải



Nối E với C và B với N

Ta có $S_{EMC} = S_{EMB}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh E và $MB = MC$)

Lại có $S_{NMC} = S_{NMB}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh N và $MB = MC$)

Suy ra $S_{ENC} = S_{ENB}$

Ta có $S_{ENC} = 3 \times S_{AEN}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh E và đáy $NC = 3 \times NA$)

Suy ra $S_{ENC} = S_{ENB} = 3 \times 27 = 81 \text{ (cm}^2\text{)}$

$S_{BNA} = S_{ENB} - S_{AEN} = 81 - 27 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$

Ta có $S_{ABC} = 4 \times S_{BAN}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh B và $AC = 4 \times AN$)

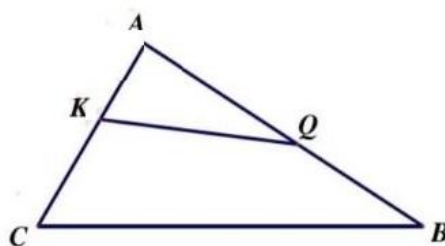
Suy ra $S_{ABC} = 4 \times S_{BAN} = 4 \times 54 = 216 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: 216 cm^2

Bài 12. (Thi vào 6 trường Cầu Giấy năm 2020 – 2021)

Biết $S_{KQBC} = 26 \text{ cm}^2$. Tỷ số $\frac{BQ}{AB} = \frac{1}{6}$; $\frac{AK}{AC} = \frac{1}{3}$.

Tính S_{AKQ} .



Giải

$$\frac{S_{AKQ}}{S_{ABC}} = \frac{AK}{AC} \times \frac{AQ}{AB} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{18}$$

$$\text{Suy ra } \frac{S_{KQBC}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = 26 : \frac{13}{18} = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích tam giác AKQ là

$$36 \times \frac{5}{18} = 10 \text{ (cm}^2\text{)}$$

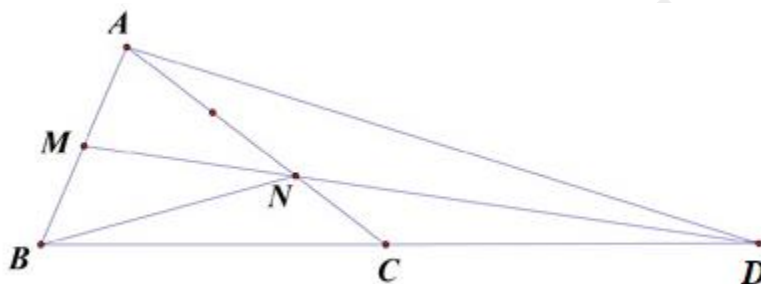
Đáp số: 10 (cm²)

Bài 13. (Thi vào 6 trường Cầu Giấy năm 2019 – 2020)

Cho hình tam giác ABC. Lấy M trên AB và N trên AC sao cho AM = BM và NC x 2 = NA.

a) Tính tỉ số diện tích ANM và BMNC

b) Cho MN cắt BC ở D. So sánh BC với CD.

Giải

$$\text{a) } \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{AM}{AB} \times \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BMNC}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Suy ra } \frac{S_{AMN}}{S_{BMNC}} = \frac{1}{2}$$

b) Nối A với D

Ta có $S_{AMD} = S_{BMD}$ (Chung chiều cao hạ từ D và MA = MB)

Ta có $S_{AMN} = S_{BMN}$ (Chung chiều cao hạ từ N và MA = MB)

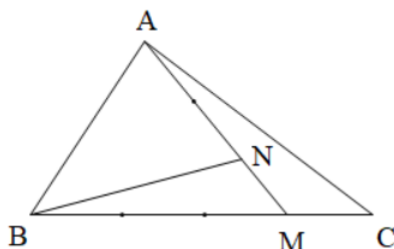
Suy ra $S_{AND} = S_{BND}$

Lại có $S_{CND} = \frac{1}{2} S_{AND}$ (Chung chiều cao hạ từ D và xuống đáy AC và đáy $NC = \frac{1}{2} NA$)

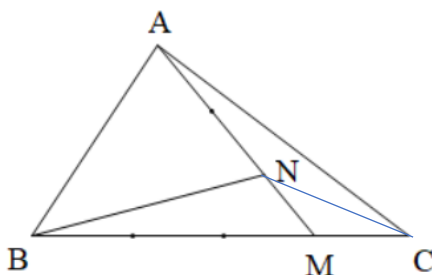
Suy ra $S_{CND} = \frac{1}{2} S_{BND}$. Mà hai tam giác này chung chiều cao hạ từ N xuống BD nên $CD = \frac{1}{2} BD$

Vậy $BC = CD$

Bài 14. Cho tam giác ABC, M trên cạnh BC sao cho $MB = \frac{3}{4} BC$; N trên cạnh AM sao cho $AN = 2 NM$. Biết diện tích tam giác NAB bằng 14 dm^2 . Tính diện tích tam giác NMC.



Giải



Ta có $S_{BAN} = \frac{2}{3} S_{BAM}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh B xuống đáy AM và đáy $AN = \frac{2}{3} AM$)

Suy ra $S_{BAM} = 14 : \frac{2}{3} = 21 \text{ (dm}^2\text{)}$

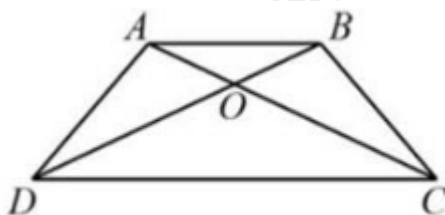
$S_{AMC} = \frac{1}{3} S_{AMB}$ (Chung đường cao hạ từ đỉnh A xuống đáy BC và đáy $MC = \frac{1}{3} MB$)

Suy ra $S_{AMC} = \frac{1}{3} \times 21 = 7 \text{ (dm}^2\text{)}$

Ta có $S_{NMC} = \frac{1}{3} S_{AMC}$ (Chung chiều cao hạ từ đỉnh C xuống đáy AM và $NM = \frac{1}{3} AM$)

Diện tích tam giác NMC là $\frac{1}{3} \times 7 = \frac{7}{3} \text{ (dm}^2\text{)}$

Bài 15. Cho hình thang ABCD có hai đáy AB, CD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết diện tích tam giác OAD là 11 cm^2 , diện tích tam giác OAB là 5 cm^2 . Tính diện tích hình thang ABCD.



Giải

Ta có $S_{CAB} = S_{DAB}$ (Hai tam giác có chung đáy AB và chiều cao hạ từ D xuống AB bằng chiều cao hạ từ C xuống AB)

$$\text{Mà } S_{DAB} = S_{OAB} + S_{OAD} = 5 + 11 = 16 \text{ (cm}^2\text{) nên } S_{CAB} = 16 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow S_{OBC} = S_{CAB} - S_{OAB} = 16 - 5 = 11 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Xét tam giác AOB và AOD có $\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD} = \frac{5}{11}$ (chung chiều cao hạ từ A xuống BD nên tỉ số diện

tích bằng tỉ số hai đáy)

$$\text{Xét tam giác OBC và ODC có } \frac{S_{OBC}}{S_{ODC}} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{11}{S_{ODC}} = \frac{5}{11}$$

$$\text{Suy ra } S_{ODC} = \frac{11 \times 11}{5} = 24,2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy } S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{OBC} + S_{ODC} = 16 + 11 + 24,2 = 51,2 \text{ (cm}^2\text{)}$$