ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 1

Môn: Toán - Lớp 11

Bộ sách Cánh diều

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm (5 điểm)

Câu 1: A	Câu 2: D	Câu 3: C	Câu 4: B	Câu 5: D	Câu 6: A	Câu 7: D	Câu 8: D
Câu 9: C	Câu 10: B	Câu 11: A	Câu 12: C	Câu 13: A	Câu 14: A	Câu 15: D	Câu 16: B
Câu 17: B	Câu 18: C	Câu 19: D	Câu 20: A				

Câu 1: Cho góc lượng giác (Ou, Ov) có số đo là $\frac{2\pi}{5}$, góc lượng giác (Ou, Ow) có số đo là $\frac{3\pi}{5}$. Số đo góc lượng giác (Ov, Ow) là:

A. $\frac{\pi}{5}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

B. $\frac{3\pi}{5}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

C. $\frac{-\pi}{5}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

D. Cả A, B, C đều sai

Phương pháp

Sử dụng hệ thức Chasles: Với ba tia tùy ý Ou, Ov, Ow, ta có:

$$\left(Ou,Ov\right)+\left(Ov,Ow\right)=\left(Ou,Ow\right)+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Lời giải

Theo hệ thức Chasles ta có: $\left(Ov,Ow\right)=\left(Ou,Ow\right)-\left(Ou,Ov\right)+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

$=\frac{3\pi}{5}-\frac{2\pi}{5}=\frac{\pi}{5}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Đáp án A

Câu 2: Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\tan 368^\circ}+\frac{2\sin 2550^\circ\cos(-188^\circ)}{2\cos 638^\circ+\cos 98^\circ}$ là:

A. -1

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. 0

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\sin\left(\alpha+k.360^0\right)=\sin\alpha,\cos\left(\alpha+180^0\right)=-\cos\alpha\left(k\in\mathbb{Z}\right),\cos\left(-\alpha\right)=\cos\alpha$

Lời giải

$$\frac{1}{\tan 368^\circ}+\frac{2\sin 2550^\circ\cos(-188^\circ)}{2\cos 638^\circ+\cos 98^\circ}=\frac{1}{\tan\left(360^0+8^0\right)}+\frac{2\sin\left(7.360^0+30^0\right)\cos\left(180^0+8^0\right)}{2\cos\left(2.360^0-82^0\right)+\cos\left(90^0+8^0\right)}$$

$$=\frac{1}{\tan 8^0}+\frac{2\sin 30^0\left(-\cos 8^0\right)}{2\cos\left(8^0-90^0\right)-\sin 8^0}=\frac{1}{\tan 8^0}+\frac{2.\frac{1}{2}\left(-\cos 8^0\right)}{2\cos\left(90^0-8^0\right)-\sin 8^0}$$

$$=\frac{1}{\tan 8^0}-\frac{\cos 8^0}{2\sin 8^0-\sin 8^0}=\frac{1}{\tan 8^0}-\frac{\cos 8^0}{\sin 8^0}=\frac{1}{\tan 8^0}-\frac{1}{\tan 8^0}=0$$

Đáp án D

Câu 3: Cho $\sin 2x=\frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$

B. 1

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\sin a\cos b=\frac{1}{2}\left[\sin\left(a+b\right)+\sin\left(a-b\right)\right]$

Lời giải

$$A=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\left[\sin\left(x+\frac{\pi}{4}+x-\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}-x+\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$= \frac{1}{2}\left(\sin 2x + \sin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} + 1\right) = \frac{2}{3}$

Đáp án C

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định là D, hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn nếu:

A. $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$

B. $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$

C. $\forall x \in D$ thì $f(-x) = -2f(x)$

D. $\forall x \in D$ thì $f(-x) = -\frac{1}{2}f(x)$

Phương pháp

Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định là D, hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$

Lời giải

Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định là D, hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$

Đáp án B

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 3$ là:

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Phương pháp

Sử dụng kiến thức: $-1 \le \cos\alpha \le 1$

Lời giải

Ta có: $y = 2\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 3 = 1 - \cos 2x - 2\sqrt{3}\sin 2x + 3 = 4 - 2\left(\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right)$

$= 4 - 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

Vì $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\ge -1\Rightarrow -2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 2\Rightarrow 4-2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\le 6$

Do đó, giá trị lớn nhất của hàm số bằng 6 khi $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=-1\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=\pi+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Đáp án D

Câu 6: Sử dụng máy tính cầm tay để giải phương trình $\cos x+\frac{1}{3}=0$, với kết quả là radian (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn) là:

A. $x\approx \pm 1,911+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

B. $x\approx 1,912+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

C. $x\approx \pm 1,911+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

D. $x\approx 1,912+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Phương pháp

Sử dụng máy tính cầm tay để tìm nghiệm gần đúng của phương trình.

Lời giải

Ta có: $\cos x+\frac{1}{3}=0\Leftrightarrow \cos x=\frac{-1}{3}$

Sau khi chuyển máy tính sang chế độ "radian". Bấm liên tiếp:

SHIFT	cos	-1	÷	3	=

Ta được kết quả gần đúng là 1,911.

Vậy phương trình $\cos x+\frac{1}{3}=0$ có các nghiệm là: $x\approx \pm 1,911+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Đáp án A

Câu 7: Với giá trị nào của m thì phương trình $\left(\cos\frac{x}{2022}-m\sin x\right)\sin x+\left(1+\sin\frac{x}{2022}-m\cos x\right)\cos x=0$ vô nghiệm.

A. $m=3$

B. $m=4$

C. $m=5$

D. Cả A, B, C đều đúng

Phương pháp

Sử dụng kiến thức: $-1\le \sin\alpha \le 1,-1\le \cos\alpha \le 1$

Lời giải

$$\left(\cos\frac{x}{2022}-m\sin x\right)\sin x+\left(1+\sin\frac{x}{2022}-m\cos x\right)\cos x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin x\cos\frac{x}{2022}-m\sin^2 x+\cos x+\cos x\sin\frac{x}{2022}-m\cos^2 x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin x\cos\frac{x}{2022}+\cos x\sin\frac{x}{2022}-m\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)+\cos x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{x}{2022}\right)+\cos x=m$$

Vì $-1\le \sin\left(x+\frac{x}{2022}\right)\le 1,-1\le \cos x\le 1\ \forall x\in \mathbb{R} \Rightarrow \sin\left(x+\frac{x}{2022}\right)+\cos x\le 2\ \forall x\in \mathbb{R}$

Do đó, với $m>2$ thì phương trình đã cho vô nghiệm. Vậy A, B, C đều đúng.

Đáp án D

Câu 8: Cho dãy số (u_n), biết rằng $u_n=\frac{n}{2^n-1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là:

A. $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4}$

B. $1;\frac{1}{2};\frac{1}{16}$

C. $1;\frac{1}{4};\frac{1}{8}$

D. $1;\frac{2}{3};\frac{3}{7}$

Phương pháp

Thay lần lượt các giá trị $n=1,n=2,n=3$ vào dãy số (u_n) ta sẽ tìm được ba số hạng đầu tiên của dãy là u_1,u_2,u_3

Lời giải

Với $n=1$ thì $u_1=\frac{1}{2^1-1}=1$

Với $n=2$ thì $u_2=\frac{2}{2^2-1}=\frac{2}{3}$

Với $n = 3$ thì $u_3 = \frac{3}{2^3 - 1} = \frac{3}{7}$

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy số là: $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}$

Đáp án D

Câu 9: Cho dãy số $u_n = \frac{2n+5}{n+1}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi 3

B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi 3

C. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi 3,5

D. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi 3,5

Phương pháp

+ Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \le M$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

+ Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \ge m$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{2n+5}{n+1} = \frac{2(n+1)+3}{n+1} = 2 + \frac{3}{n+1}$

Vì $0 < \frac{3}{n+1} \le \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên $2 < 2 + \frac{3}{n+1} + 2 \le \frac{7}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó, dãy số (u_n) bị chặn trên bởi 3,5

Đáp án C

Câu 10: Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $-3; 1; 5; 9; 14$

B. $5; 2; -1; -4; -7$

C. $\frac{5}{3}; 1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -3$

D. $\frac{-7}{2}; \frac{-5}{2}; -2; \frac{-1}{2}; \frac{1}{2}$

Phương pháp

Cấp số cộng là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi d, tức là: $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \ge 2$

Lời giải

Xét dãy số: $5;2;-1;-4;-7$, ta thấy, kể từ số hạng thứ hai trở đi, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó cộng với -3 nên dãy số $5;2;-1;-4;-7$ là cấp số cộng.

Đáp án B

Câu 11: Giá trị của $S=1+5+9+13+...+97$ là:

A. $1\,225$

B. $1\,227$

C. $1\,229$

D. $1\,223$

Phương pháp

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Đặt $S_n=u_1+u_2+u_3+...+u_n$.

Khi đó: $S_n=\frac{(u_1+u_n)n}{2}$

Lời giải

Ta thấy dãy số 1, 5, 9, …, 97 là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1=1$, số hạng cuối $u_n=97$ và công sai $d=4$. Do đó, số các số hạng của cấp số cộng trên là: $n=\frac{u_n-u_1}{d}+1=\frac{97-1}{4}+1=25$

Vậy $S=\frac{(1+97).25}{2}=1\,225$

Đáp án A

Câu 12: Một nhà thi đấu có 15 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế, …Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 52 650 000 đồng. Biết rằng, biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá. Khi đó, giá tiền của mỗi vé là:

A. 110 000 đồng

B. 120 000 đồng

C. 130 000 đồng

D. 140 000 đồng

Phương pháp

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Đặt $S_n=u_1+u_2+u_3+...+u_n$.

Khi đó: $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$

Lời giải

Số ghế ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 20$, công sai $d = 1$. Cấp số cộng này gồm có 15 số hạng.

Tổng số ghế trong nhà thi đấu là: $S = \frac{[2.20 + (15-1)1]15}{2} = 405$ (ghế)

Do đó, số vé bán ra là 405 vé.

Vậy giá tiền một vé là: $52\ 650\ 000 : 405 = 130\ 000$ (đồng)

Đáp án C

Câu 13: Dãy số (u_n) nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{1}{n}$

B. $u_n = (-1)^n.n^2$

C. Cả A và B đều đúng

D. Cả A và B đều sai

Phương pháp

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Xét dãy số $u_n = \frac{1}{n}$: Xét hiệu: $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-n-1}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên $u_{n+1} < u_n$ nên $u_n = \frac{1}{n}$ là dãy số giảm.

Xét dãy số $u_n = (-1)^n.n^2$ ta có: $u_1 = -1, u_2 = 4, u_3 = -9$, suy ra $u_1 < u_2, u_2 > u_3$ nên dãy số $u_n = (-1)^n.n^2$ là dãy số không tăng, không giảm.

Đáp án A

Câu 14: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có bao nhiêu đường thẳng chung chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó?

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số

Phương pháp

Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

Lời giải

Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó.

Đáp án A

Câu 15: Cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng được tạo thành từ ba trong bốn điểm trên?

A. 1 mặt phẳng

B. 2 mặt phẳng

C. 3 mặt phẳng

D. 4 mặt phẳng

Phương pháp

Một mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Lời giải

Có 4 mặt phẳng tạo thành từ ba trong số bốn điểm trên là các mặt phẳng (DAB), (DAC), (DBC) và (ABC).

Chọn D

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác S. ABCD, M là một điểm trên cạnh SB. Gọi E, F là hai điểm lần lượt thuộc miền trong tam giác ABD và tam giác BCD. Giao tuyến của mặt phẳng (MEF) và mặt phẳng (SCD) là:

A. HN, với N là giao điểm của ME và SD, H là giao điểm của EF và CD

B. HN, với K là giao điểm của EF và BD, N là giao điểm của MK và SD, H là giao điểm của EF và CD

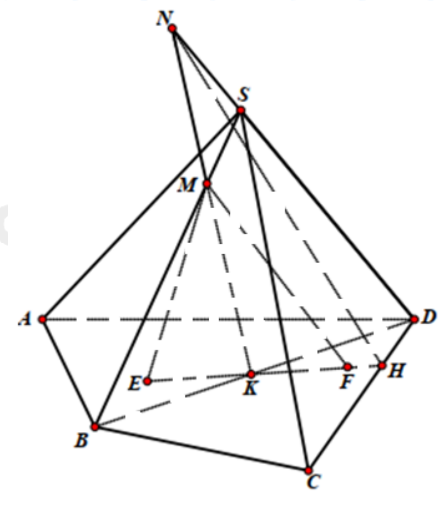
C. HN, với N là giao điểm của MF và SD, H là giao điểm của EF và CD

D. HN, với K là giao điểm của EF và BD, N là giao điểm của MK và SC, H là giao điểm của EF và CD

Phương pháp

Nếu hai mặt phân biệt (P) và (Q) có điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất d chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó. Đường thẳng d đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q), kí hiệu $d = (P) \cap (Q)$

Lời giải

Trong mặt phẳng (ABCD), gọi K là giao điểm của EF và BD, H là giao điểm của của EF và CD nên $H\in (MEF)\cap (SCD)$ Trong mặt phẳng (SBD), gọi N là giao điểm của MK và SD nên $N\in (MEF)\cap (SCD)$ Vậy HN là giao tuyến mặt phẳng (MEF) và mặt phẳng (SCD). **Đáp án B**	

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung

C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Phương pháp

Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung

Lời giải

Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung

Đáp án B

Câu 18: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau

B. MN và AB cắt nhau

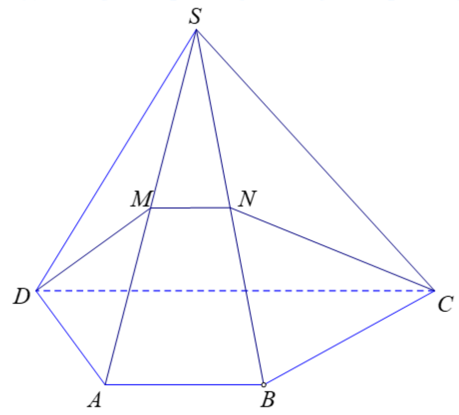
C. MN//CD

D. MN và CD chéo nhau

Phương pháp

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Lời giải

Vì (MCD) chứa CD//AB nên mặt phẳng (MCD) cắt các mặt phẳng chứa AB theo các giao tuyến song song với AB. Mà M là một điểm chung của (MCD) và (SAB) nên theo nhận xét trên giao tuyến MN phải song song với AB. Vậy MN//CD **Đáp án C**	

Câu 19: Cho tứ diện ABCD. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC, M là trung điểm của AB. Gọi d là đường thẳng qua M và song song với CD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. GE và d trùng nhau

B. GE vuông góc với d

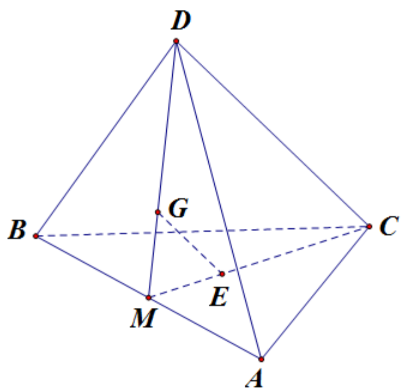
C. GE cắt d

D. GE//d

Phương pháp

Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải

Vì G là trọng tâm của tam giác ABD nên $\frac{MG}{MD}=\frac{1}{3}$ Vì E là trọng tâm của tam giác ABC nên $\frac{ME}{MC}=\frac{1}{3}$ Trong tam giác MCD có $\frac{MG}{MD}=\frac{ME}{MC}\left(=\frac{1}{3}\right)$ suy ra GE//CD Mà d//CD nên GE//d **Đáp án D**	

Câu 20: Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2=6,u_4=24$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó là:

A. 3069

B. 3071

C. 3067

D. 3065

Phương pháp

+ Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức $u_n=u_1.q^{n-1}$ với $n\ge 2$

+ Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \ne 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$.

Khi đó, $S_n = \dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_2 = 6 \\ u_4 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q = 6(1) \\ u_1.q^3 = 24(2) \end{cases}$

Nhận thấy $q = 0, u_1 = 0$ không là nghiệm của hệ phương trình trên.

Với $q \ne 0, u_1 \ne 0$: Chia vế với vế của (2) cho (1) ta có: $q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2$ (do các số hạng đều không âm nên $q > 0$). Khi đó, $u_1 = \dfrac{6}{2} = 3$

Vậy tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là: $S = \dfrac{3.(1-2^{10})}{1-2} = 3069$

Chọn A.

Phần tự luận

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos^2 x = 1$

2) Nhiệt độ ngoài trời ở thành phố X vào các thời điểm khác nhau trong ngày được mô phỏng bởi hàm số $h(t) = 28 + 3\sin\dfrac{\pi}{12}(t-8)$, với h tính bằng độ C và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ. Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là bao nhiêu độ C và vào lúc mấy giờ?

3) Giải phương trình: $\sin^{2018} x - \cos^{2019} x = 2(\sin^{2020} x - \cos^{2021} x) + \cos 2x$

Phương pháp

1

a: Xét phương trình $\sin x = m$

+ Nếu $|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

+ Nếu $|m| \le 1$ thì phương trình có nghiệm: $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, với α là góc thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin\alpha = m$

b: Xét phương trình $\cos x = m$

+ Nếu $|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.

+ Nếu $|m| \le 1$ thì phương trình có nghiệm: $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, với α là góc thuộc $[0; \pi]$ sao cho $\cos\alpha = m$

2) Sử dụng kiến thức $-1 \le \sin x \le 1$

3) Sử dụng kiến thức: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

1)

a) $$\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có họ nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

b) $$\cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} = 1 \Leftrightarrow 1 + \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có họ nghiệm là $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

2) Ta có: $-1 \le \sin\frac{\pi}{12}(t - 8) \le 1 \Rightarrow 25 \le 28 + 3\sin\frac{\pi}{12}(t - 8) \le 31$, suy ra $25 \le h(t) \le 31$

Vậy nhiệt độ thấp nhất trong ngày là 25^0C khi

$$\sin\frac{\pi}{12}(t - 8) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{12}(t - 8) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 2 + 24k, k \in \mathbb{Z}$$

Vì t là thời gian trong ngày tính bằng giờ nên $0 \le t \le 24$. Suy ra $k = 0$ nên $t = 2$

Vậy vào 2 giờ sáng trong ngày thì nhiệt độ thấp nhất của thành phố X là $25^0 C$.

3) $\sin^{2018}x-\cos^{2019}x=2\left(\sin^{2020}x-\cos^{2021}x\right)+\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{2018}x-2\sin^{2020}x-\cos^{2019}x+2\cos^{2021}x=\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{2018}x\left(1-2\sin^2 x\right)+\cos^{2019}x\left(2\cos^2 x-1\right)=\cos 2x$

$\Leftrightarrow \sin^{2018}x.\cos 2x+\cos^{2019}x.\cos 2x=\cos 2x \Leftrightarrow \cos 2x\left(\sin^{2018}x+\cos^{2019}x-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=0\\ \sin^{2018}x+\cos^{2019}x-1=0\end{array}\right.$

Với $\cos 2x=0\Leftrightarrow 2x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$

Với $\sin^{2018}x+\cos^{2019}x-1=0\Leftrightarrow \sin^{2018}x+\cos^{2019}x=1$

Ta có: $\sin^{2018}x\le\sin^2 x,\cos^{2019}x\le\cos^2 x$

Do đó: $\sin^{2018}x+\cos^{2019}x\le\sin^2 x+\cos^2 x=1$

Suy ra: $\sin^{2018}x+\cos^{2019}x=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin^{2018}x=\sin^2 x\\ \cos^{2019}x=\cos^2 x\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \cos x=1\\ \sin x=\pm 1\\ \cos x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

Bài 2. (1,5 điểm)

a) Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\left\{\begin{array}{l}u_4=10\\ u_4+u_6=26\end{array}\right.$. Tìm số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

b) Cho dãy số (u_n) cho bởi hệ thức truy hồi $u_1=1,u_n=n.u_{n-1}$ với $n\ge 2$. Dự đoán công thức số hạng tổng quát u_n

Phương pháp

a) Nếu một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định bởi công thức: $u_n=u_1+(n-1)d,n\ge 2$

b) Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số số (u_n) cho bởi hệ thức truy hồi: Tính một vài số hạng đầu của dãy số. Từ đó dự đoán công thức của (u_n) theo n để tìm được công thức của số hạng tổng quát.

Lời giải

a) $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy số hạng tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = 1 + (n-1).3 = 3n - 2$

b) Ta có: $u_1 = 1 = 1!, u_2 = 2 = 2!, u_3 = 6 = 3!, u_4 = 24 = 4!, u_5 = 120 = 5!$

Vậy công thức của số hạng tổng quát là: $u_n = n!$

Bài 3. (1,0 điểm)

Cho tứ diện ABCD có các điểm M và N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Lấy điểm K thuộc đoạn BD (K không là trung điểm của BD). Tìm giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNK).

Phương pháp

Cách tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α):

Trường hợp 1: Trong mặt phẳng (α) có sẵn đường thẳng d' cắt d tại I: Ta có nay $d \cap (\alpha) = I$

Trường hợp 2: Trong mặt phẳng (α) không có sẵn đường thẳng d' cắt d. Khi đó ta thực hiện như sau:

+ Chọn mặt phẳng phụ (β) chứa d và (β) cắt (α) theo giao tuyến d'.

+ Gọi $I = d' \cap d$. Khi đó, $d \cap (\alpha) = I$.

Lời giải

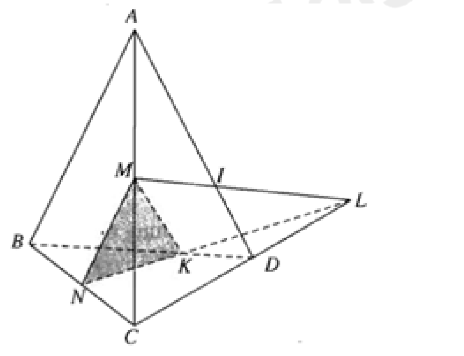
Xét mặt phẳng (BCD): Gọi L là giao điểm của NK và CD.

Ta có: $L \in NK \Rightarrow L \in (MNK)$, $L \in CD \Rightarrow L \in (ACD)$

Do đó, ML là giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và mặt phẳng (MNK).

Gọi I là giao điểm của AD và ML.

Khi đó, I là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (MNK).



Bài 4. (1,0 điểm)

Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC. Trên cạnh PD lấy điểm P sao cho $DP = 2PB$.

a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt phẳng (ABD).

b) Trên cạnh AD lấy điểm Q sao cho $DQ = 2QA$. Chứng minh ba đường thẳng DC, QN, PM đồng quy.

Phương pháp

a) Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

b) Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Lời giải

a) Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AC nên MN là đường trung bình của tam giác ABC. Do đó, AB//MN. Hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (ABD) có điểm chung là P và lần lượt đi qua hai đường thẳng song song là MN và AB nên giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (ABD) là đường thẳng qua P song song với MN và AB.

b) Vì $\frac{DQ}{QA} = \frac{DP}{BP}\left(= 2 \right)$ nên PQ//AB hay Q thuộc mặt phẳng (MNP).

Ta có: $\left(MNP \right) \cap \left(ACD \right) = QN, \left(MNP \right) \cap \left(BCD \right) = PM,$

$\left(BCD \right) \cap \left(ACD \right) = CD.$ Mà $\frac{CM}{MB} \ne \frac{DP}{PB}$ nên DC cắt PM tại I.

Do đó, DC, QN, PM đồng quy.