

**ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 5**

**Môn: Toán - Lớp 11**

**Bộ sách Cánh diều + Chân trời sáng tạo**

**BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM**



**Mục tiêu**

- Ôn tập các kiến thức về hàm số lượng giác và phương trình lượng giác, dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân, đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song trong không gian của chương trình sách giáo khoa Toán 11 – bộ sách Cánh diều và Chân trời sáng tạo.
- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi trắc nghiệm và tự luận Toán học.
- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các bài học – chương trình Toán 11.

**Phần trắc nghiệm (5 điểm)**

**Câu 1:** Góc lượng giác nào dưới đây tương ứng với chuyển động quay  $2\frac{1}{5}$  vòng theo chiều kim đồng hồ?

A.  $-792^\circ$

B.  $-\frac{22\pi}{5} \text{ rad}$

C. Cả A và B đều đúng

D. Cả A và B đều sai.

**Câu 2:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $3\cos\alpha + 2\sin\alpha = 2$  và  $\sin\alpha < 0$ . Chọn đáp án đúng:

A.  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{13}$ .

B.  $\sin\alpha + \cos\alpha = -\frac{7}{13}$ .

C.  $\sin\alpha + \cos\alpha = -\frac{8}{13}$ .

D.  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{8}{13}$ .

**Câu 3:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$ . Tính  $P = (1 + 3\sin^2\alpha)(1 - 4\cos^2\alpha)$ .

A.  $P = \frac{1}{2}$

B.  $P = -\frac{1}{2}$

C.  $P = -1$

D.  $P = 1$

**Câu 4:** Chọn đáp án đúng.

- A. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận trục tung làm trục đối xứng
- B. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận trục hoành làm trục đối xứng
- C. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng
- D. Cả A và C đều đúng

**Câu 5:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x$ .

Tính  $P = 2M + m$ .

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 14

**Câu 6:** Sử dụng máy tính cầm tay để giải phương trình  $4 \tan x - 9 = 0$  với kết quả là radian (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

- A.  $x \approx 1,15 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- B.  $x \approx 1,15 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- C. Cả A và B đều đúng
- D. Cả A và B đều sai

**Câu 7:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$x = 6 \cos \left( 5t - \frac{\pi}{6} \right)$ . Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây và quãng đường  $x$  tính bằng centimét. Hãy cho

biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

- A. 10
- B. 9
- C. 13
- D. 11

**Câu 8:** Dãy số có các số hạng cho bởi  $-2; 2; -2; 2; -2; \dots$ . có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

- A.  $u_n = 2(-1)^{n+1}$ .
- B.  $u_n = 2(-1)^n$ .
- C.  $u_n = -2$ .
- D.  $u_n = 2$ .

**Câu 9:** Cho dãy số  $(u_n) = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}$ . Chọn đáp án đúng.

- A. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới
- B. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên
- C. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn
- D. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn

**Câu 10:** Cho dãy số  $\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}; -1; -\frac{3}{2}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A. Dãy số trên là cấp số cộng có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công sai  $\frac{1}{2}$   
 B. Dãy số trên là cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công bội  $\frac{1}{2}$   
 C. Dãy số trên là cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công bội  $-\frac{1}{2}$   
 D. Dãy số trên là cấp số cộng có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công sai  $-\frac{1}{2}$

**Câu 11:** Mặt sàn tầng 1 (tầng trệt) của một ngôi nhà cao hơn mặt sân 0,6m. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng hai gồm 25 bậc, mỗi bậc cao 15cm. Độ cao của mặt sàn tầng hai so với mặt sân là:

- A. 4,25m  
 B. 4,2m  
 C. 4,35m  
 D. 4,3m

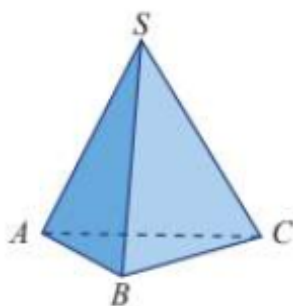
**Câu 12:** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ 3 trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây trồng được là:

- A. 79 hàng  
 B. 78 hàng  
 C. 80 hàng  
 D. 77 hàng

**Câu 13:** Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên là ước của 10. Chọn khẳng định đúng

- A. Dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 8 số hạng  
 B. Dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 4 số hạng  
 C. Dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 5 số hạng  
 D. Dãy số trên là dãy số vô hạn

**Câu 14:** Hình vẽ dưới đây là hình gì?



- A. Hình chóp tam giác  
 B. Hình tứ diện  
 C. Cả A và B đều đúng  
 D. Cả A và B đều sai

**Câu 15:** Cho bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trong một mặt phẳng và không có 3 điểm nào không thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng chứa 4 điểm A, B, C, D. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng được tạo thành từ 5 điểm trên?

- A. 6 mặt phẳng  
B. 7 mặt phẳng  
C. 3 mặt phẳng  
D. 4 mặt phẳng

**Câu 16:** Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình thang, đáy lớn AD. Gọi I là trung điểm của SB. Giao điểm của AI và mặt phẳng (SCD) là:

- A. Điểm M là giao điểm của AI và SC  
B. Điểm M là giao điểm của AI và SD  
C. Điểm M là giao điểm của AI và SO, với O là giao điểm của AC và BD.  
D. Điểm M là giao điểm của AI và SO, với O là giao điểm của AB và CD.

**Câu 17:** Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào **không** cắt nhau?

- A. SA và AC  
B. AB và BC  
C. SB và DA  
D. AC và DB

**Câu 18:** Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB và AC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}. \text{ Giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) là:}$$

- A. Đường thẳng qua D song song với MN  
B. Đường thẳng qua D song song với BC  
C. Cả A, B đều đúng  
D. Cả A, B đều sai

**Câu 19:** Cho hình chóp S. ABCD có ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng, AB, BC, CD, DA, PQ, có bao nhiêu đường thẳng song song với MN?

- A. 1  
B. 2  
C. 3  
D. 4

**Câu 20:** Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số thứ 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30; ... Bậc 1 có giá là 600 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ  $n+1$  tăng so với giá của bậc thứ  $n$  là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 345 số trong tháng 1. Hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị là đồng)

- A. 322 623,28 đồng  
B. 320 622,28 đồng  
C. 321 621,28 đồng  
D. 324 620,28 đồng

**Phần tự luận (5 điểm)****Bài 1. (1,5 điểm)**

1) Giải các phương trình sau:

a)  $8\sin^3 x - 1 = 0$

b)  $\sin 4x + \cos 5x = 0$

.....

.....

.....

.....

2) Li độ  $s(\text{cm})$  của một con lắc đồng hồ theo thời gian  $t$  (giây) cho bởi hàm số  $s = 2\cos \pi t$ . Dựa vào đồ thị của hàm số cosin, hãy xác định các thời điểm  $t$  trong 1 giây đầu tiên thì li độ  $s$  nằm trong đoạn  $[-1; 1]$  (cm).

.....

.....

.....

3) Cho phương trình  $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$ . Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; 2020)$

.....

.....

.....

**Bài 2. (1,5 điểm)**

a) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 + 2u_5 = 0$  và  $S_4 = 14$ . Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng.

b) Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 2(3^n)$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm công thức truy hồi của dãy số trên?

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 3. (1,0 điểm)** Cho tứ diện SABC. Trên SA, SB và SC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

.....

.....

.....

.....

.....

**Bài 4. (1,0 điểm)**

a) Cho tứ diện ABCD có  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm tam giác ACD và tam giác BCD. Gọi I, M, N lần lượt là trung điểm của CD, IA, IB. Tứ giác  $G_1G_2NM$  là hình gì?

b) Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD. N thuộc cạnh AB thỏa mãn  $AB = 3NA$ . Gọi E là trung điểm của AD, F là giao điểm của NE và BC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EFS) và mặt phẳng (EGN)

.....

.....

.....

.....

.....

----- Hết -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT  
THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm (5 điểm)

|           |           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Câu 1: C  | Câu 2: A  | Câu 3: B  | Câu 4: C  | Câu 5: C  |
| Câu 6: A  | Câu 7: B  | Câu 8: B  | Câu 9: C  | Câu 10: D |
| Câu 11: C | Câu 12: D | Câu 13: B | Câu 14: C | Câu 15: B |
| Câu 16: D | Câu 17: C | Câu 18: C | Câu 19: C | Câu 20: A |

**Câu 1:** Góc lượng giác nào dưới đây tương ứng với chuyển động quay  $2\frac{1}{5}$  vòng theo chiều kim đồng hồ?

A.  $-792^{\circ}$

B.  $-\frac{22\pi}{5}rad$

C. Cả A và B đều đúng

D. Cả A và B đều sai.

**Phương pháp**

Một vòng quay của kim đồng hồ ứng với  $360^{\circ}$ ,  $1^{\circ} = \frac{\pi}{180} rad$  và  $1rad = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}$ .

Quy ước chiều quay ngược với chiều kim đồng hồ là chiều dương.

**Lời giải**

$$2\frac{1}{5} \text{ vòng đường tròn ứng với: } 2\frac{1}{5} \cdot 360^{\circ} = 792^{\circ} = \frac{22\pi}{5} rad$$

Do đó, góc lượng giác tương ứng với chuyển động quay  $2\frac{1}{5}$  vòng theo chiều kim đồng hồ là  $-792^{\circ}$  hay

$$-\frac{22\pi}{5} rad.$$

**Đáp án C**

**Câu 2:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $3\cos\alpha + 2\sin\alpha = 2$  và  $\sin\alpha < 0$ . Chọn đáp án đúng:

A.  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{13}$ .

B.  $\sin\alpha + \cos\alpha = -\frac{7}{13}$ .

C.  $\sin\alpha + \cos\alpha = -\frac{8}{13}$ .

D.  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{8}{13}$ .

**Phương pháp**

Sử dụng công thức:  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

**Lời giải**

Ta có:  $3\cos\alpha + 2\sin\alpha = 2 \Leftrightarrow (3\cos\alpha + 2\sin\alpha)^2 = 4$

$\Leftrightarrow 9\cos^2\alpha + 12\cos\alpha.\sin\alpha + 4\sin^2\alpha = 4$

$\Leftrightarrow 9\cos^2\alpha + 12\cos\alpha.\sin\alpha + 4(1 - \cos^2\alpha) = 4$

$\Leftrightarrow 5\cos^2\alpha + 12\cos\alpha.\sin\alpha = 0$

$\Leftrightarrow \cos\alpha(5\cos\alpha + 12\sin\alpha) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\alpha = 0 \\ 5\cos\alpha + 12\sin\alpha = 0 \end{cases}$

+)  $\cos\alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = 1$ : loại (vì  $\sin\alpha < 0$ ).

+)  $5\cos\alpha + 12\sin\alpha = 0$ , ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 5\cos\alpha + 12\sin\alpha = 0 \\ 3\cos\alpha + 2\sin\alpha = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\alpha = -\frac{5}{13} \\ \cos\alpha = \frac{12}{13} \end{cases}$  (thỏa mãn)

Do đó,  $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{13}$ .

**Đáp án A**

**Câu 3:** Cho góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$ . Tính  $P = (1 + 3\sin^2\alpha)(1 - 4\cos^2\alpha)$ .

A.  $P = \frac{1}{2}$

B.  $P = \frac{-1}{2}$

C.  $P = -1$

D.  $P = 1$

**Phương pháp**

Sử dụng công thức:  $\cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ ;  $\sin^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

**Lời giải**

Ta có:  $P = \left(1 + 3 \cdot \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}\right) \left(1 - 4 \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\cos 2\alpha\right) (-1 - 2\cos 2\alpha)$

Thay  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$  vào  $P$ , ta được  $P = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\right) \left(-1 + \frac{2}{3}\right) = -1$

**Đáp án B**

**Câu 4:** Chọn đáp án đúng.

- A. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận trục tung làm trục đối xứng
- B. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận trục hoành làm trục đối xứng
- C. Đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng
- D. Cả A và C đều đúng

**Phương pháp**

- + Đồ thị hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.
- + Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

**Lời giải**

Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ nên đồ thị hàm số  $y = \sin x$  nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

**Đáp án C**



**Câu 5:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x$ .

Tính  $P = 2M + m$ .

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

**Phương pháp**

Sử dụng kiến thức:  $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$

**Lời giải**

Ta có  $y = 8 \sin^2 x + 3 \cos 2x = 8 \sin^2 x + 3(1 - 2 \sin^2 x) = 2 \sin^2 x + 3$ .

Mà  $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow 3 \leq 2 \sin^2 x + 3 \leq 5$

$\Rightarrow 3 \leq y \leq 5 \Rightarrow \begin{cases} M = 5 \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 2M + m = 2 \cdot 5 + 3 = 13$ .

**Đáp án C**

**Câu 6:** Sử dụng máy tính cầm tay để giải phương trình  $4 \tan x - 9 = 0$  với kết quả là radian (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

A.  $x \approx 1,15 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B.  $x \approx 1,15 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. Cả A và B đều đúng

D. Cả A và B đều sai

**Phương pháp**

Sử dụng máy tính cầm tay để tìm nghiệm của phương trình

**Lời giải**

Ta có:  $4 \tan x - 9 = 0 \Leftrightarrow \tan x = 2,25$

Sau khi chuyển máy tính sang chế độ “radian”. Bấm liên tiếp

|       |     |   |   |   |   |   |
|-------|-----|---|---|---|---|---|
| SHIFT | tan | 2 | x | 2 | 5 | = |
|-------|-----|---|---|---|---|---|

Ta được kết quả gần đúng là 1,15.

Vậy phương trình  $4 \tan x - 9 = 0$  có họ nghiệm là  $x \approx 1,15 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Đáp án A**

**Câu 7:** Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$x = 6 \cos \left( 5t - \frac{\pi}{6} \right)$ . Ở đây, thời gian  $t$  tính bằng giây và quãng đường  $x$  tính bằng centimét. Hãy cho

biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

A. 10

B. 9

C. 13

D. 11

**Phương pháp**

Sử dụng kiến thức  $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

**Lời giải**

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó  $x = 0$ , ta có:

$$6\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + k\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, tức là  $0 \leq t \leq 6$  hay  $0 \leq \frac{2\pi}{15} + k\frac{\pi}{5} \leq 6 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{90-2\pi}{3\pi}$

Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

**Đáp án B**

**Câu 8:** Dãy số có các số hạng cho bởi  $-2; 2; -2; 2; -2; \dots$ . Có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

A.  $u_n = 2(-1)^{n+1}$ .

B.  $u_n = 2(-1)^n$ .

C.  $u_n = -2$ .

D.  $u_n = 2$ .

**Phương pháp**

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ : Từ các số đã cho của dãy số, biến đổi sao cho các số hạng có chung một quy luật theo  $n$ , từ đó tìm được số hạng tổng quát  $u_n$

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = -2 = 2(-1)^1$ ;  $u_2 = 2 = 2(-1)^2$ ;  $u_3 = -2 = 2(-1)^3$ ;  $u_4 = 2 = 2(-1)^4$ ;  $u_5 = -2 = 2(-1)^5$ ;  $\dots$

Do đó, ta dự đoán công thức số hạng tổng quát của dãy số là:  $u_n = 2(-1)^n$ .

**Đáp án B**

**Câu 9:** Cho dãy số  $(u_n) = \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \dots + \frac{1}{n(n+3)}$ . Chọn đáp án đúng.

A. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới

B. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên

C. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn

D. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn

**Phương pháp**

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số bị chặn trên nếu tồn tại một số  $M$  sao cho  $u_n \leq M \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số bị chặn dưới nếu tồn tại một số  $m$  sao cho  $u_n \geq m \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, nghĩa là tồn tại các số  $M$  và  $m$  sao cho  $m \leq u_n \leq M \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n > 0 \forall n = 1; 2; 3; 4;$  nên  $u_n$  bị chặn dưới bởi 0.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (u_n) &= \frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{3} \left( \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \dots + \frac{3}{n(n+3)} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right) = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{n+3} \right) \end{aligned}$$

Ta có:  $1 - \frac{1}{n+3} < 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{n+3} \right) < \frac{1}{4} \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Do đó, dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên.

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn.

**Đáp án C**

**Câu 10:** Cho dãy số  $\frac{1}{2}; 0; \frac{-1}{2}; -1; \frac{-3}{2}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A. Dãy số trên là cấp số cộng có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công sai  $\frac{1}{2}$
- B. Dãy số trên là cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công bội  $\frac{1}{2}$
- C. Dãy số trên là cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công bội  $-\frac{1}{2}$
- D. Dãy số trên là cấp số cộng có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công sai  $-\frac{1}{2}$

**Phương pháp**

Cấp số cộng là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi  $d$ , tức là:  $u_n = u_{n-1} + d$  với  $n \geq 2$

**Lời giải**

Nhận thấy các số hạng của dãy số trên, kể từ số hạng thứ hai trở đi, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với  $-\frac{1}{2}$  nên dãy số  $\frac{1}{2}; 0; \frac{-1}{2}; -1; \frac{-3}{2}$  là cấp số cộng có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$  và công sai  $-\frac{1}{2}$ .

**Đáp án D**

**Câu 11:** Mặt sàn tầng 1 (tầng trệt) của một ngôi nhà cao hơn mặt sân 0,6m. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng hai gồm 25 bậc, mỗi bậc cao 15cm. Độ cao của mặt sàn tầng hai so với mặt sân là:

- A. 4,25m
- B. 4,2m
- C. 4,35m
- D. 4,3m

**Phương pháp**

Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát được xác định theo công thức  $u_n = u_1 + (n-1)d$

**Lời giải**

Gọi độ cao của bậc thứ  $n$  so với mặt sân là  $u_n$ .

Mỗi bậc cao 0,15m, sàn tầng 1 cao hơn mặt sân 0,6m nên bậc đầu tiên cao hơn mặt sân:  
 $0,6 + 0,15 = 0,75(m)$  hay  $u_1 = 0,75$

Từ các bậc sau, bậc sau cao hơn bậc trước 0,15m nên độ cao so với mặt sân của hai bậc liên tiếp cũng hơn kém nhau 0,15m. Do đó, độ cao từ các bậc so với mặt sân, từ bậc 1 đến bậc 25 tạo thành một cấp số cộng với  $u_1 = 0,75$  và công sai  $d = 0,15$ . Khi đó, ta có:  $u_n = 0,75 + (n-1)0,15 = 0,6 + n \cdot 0,15$

Chiều cao của mặt sàn tầng hai so với mặt sân là:  $n_{25} = 0,6 + 25 \cdot 0,15 = 4,35(m)$

Vậy chiều cao của mặt sàn tầng hai so với mặt sân là 4,35m

**Đáp án C**

**Câu 12:** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ 3 trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây trồng được là:

A. 79 hàng

B. 78 hàng

C. 80 hàng

D. 77 hàng

**Phương pháp**

Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ .

$$\text{Khi đó: } S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$$

**Lời giải**

Gọi số cây ở hàng thứ  $n$  là  $u_n$ . Ta có:  $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$ , và  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$

Nhận thấy dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 1$ .

$$\text{Do đó, } S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 3003 \Leftrightarrow \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1]}{2} = 3003$$

$$\Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78(L) \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$$

Vậy số hàng cây trồng được là 77 hàng.

**Đáp án D**

**Câu 13:** Xét dãy số gồm tất cả các số tự nhiên là ước của 10. Chọn khẳng định đúng

A. Dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 8 số hạng

B. Dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 4 số hạng

C. Dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 5 số hạng

D. Dãy số trên là dãy số vô hạn

**Phương pháp**

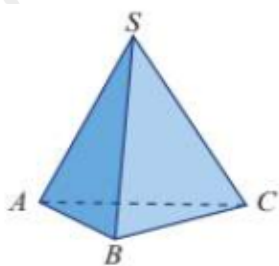
Hàm số  $u$  xác định trên tập hợp  $M = \{1; 2; 3; \dots; m\}$  thì được gọi là một dãy số hữu hạn.

**Lời giải**

Dãy số gồm tất cả các số tự nhiên là ước của 10 là 1; 2; 5; 10. Do đó, dãy số trên là dãy số hữu hạn gồm 4 số hạng.

**Đáp án B**

**Câu 14:** Hình vẽ dưới đây là hình gì?



- A. Hình chóp tam giác
- B. Hình tứ diện
- C. Cả A và B đều đúng
- D. Cả A và B đều sai

**Phương pháp**

+ Cho đa giác lồi  $A_1A_2A_3\dots A_n$  nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  và điểm S không thuộc  $(\alpha)$ . Nối S với các đỉnh  $A_1; A_2; A_3; \dots; A_n$  ta được n tam giác  $SA_1A_2; SA_2A_3; \dots; SA_nA_1$ . Hình được tạo bởi n tam giác đó và đa giác  $A_1A_2A_3\dots A_n$  được gọi là hình chóp, kí hiệu là  $S.A_1A_2A_3\dots A_n$ .

+ Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình tạo bởi bốn tam giác ABC, ACD, ADB, BCD được gọi là hình tứ diện (hay tứ diện), kí hiệu ABCD.

**Lời giải**

Hình vẽ trên là hình chóp tam giác, hình tứ diện.

**Đáp án C**

**Câu 15:** Cho bốn điểm A, B, C, D cùng nằm trong một mặt phẳng và không có 3 điểm nào không thẳng hàng. Điểm S không thuộc mặt phẳng chứa 4 điểm A, B, C, D. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng được tạo thành từ 5 điểm trên?

- A. 6 mặt phẳng
- B. 7 mặt phẳng
- C. 3 mặt phẳng
- D. 4 mặt phẳng

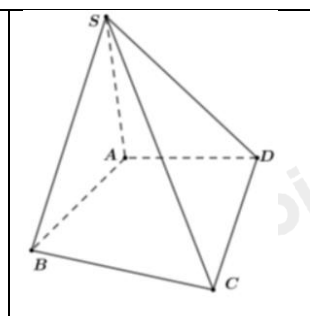
**Phương pháp**

Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó chứa ba điểm không thẳng hàng.

**Lời giải**

Các mặt phẳng được tạo thành là: (SAB), (SAC), (SAD), (SBC), (ABCD), (SBD), (SCD). Vậy có 7 mặt phẳng được tạo thành.

**Đáp án B**



**Câu 16:** Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình thang, đáy lớn AD. Gọi I là trung điểm của SB.

Giao điểm của AI và mặt phẳng (SCD) là:

- A. Điểm M là giao điểm của AI và SC
- B. Điểm M là giao điểm của AI và SD
- C. Điểm M là giao điểm của AI và SO, với O là giao điểm của AC và BD.
- D. Điểm M là giao điểm của AI và SO, với O là giao điểm của AB và CD.

**Phương pháp**

Cách tìm giao điểm của đường thẳng  $d$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ :

Trường hợp 1:  $(\alpha)$  chứa đường thẳng  $d'$  và  $d'$  cắt đường thẳng  $d$  tại  $I$ .

Khi đó,  $I = d \cap d' \Rightarrow I = d \cap (\alpha)$

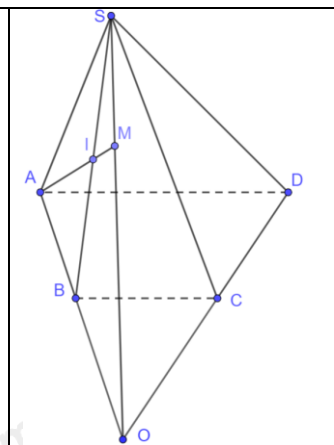
Trường hợp 2:  $(\alpha)$  không chứa đường thẳng nào cắt  $d$ .

+ Tìm mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $d$  và  $(\alpha) \cap (\beta) = d'$

+ Tìm  $I = d \cap d'$ . Khi đó,  $I = d \cap (\alpha)$

**Lời giải**

Trong mặt phẳng (ABCD), gọi O là giao điểm của AB và CD. Do đó, O thuộc cả hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD).  
 Lại có, S thuộc cả hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD).  
 Do đó, SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)  
 Trong mặt phẳng (SOA), gọi M là giao điểm của AI và SO. Vì M thuộc SO nên M thuộc mặt phẳng (SCD) và M thuộc AI nên M là giao điểm của AI và mặt phẳng (SCD).



**Đáp án D**

**Câu 17:** Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang. Trong các cặp đường thẳng sau, cặp đường thẳng nào **không** cắt nhau?

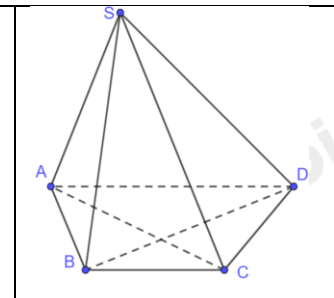
- A. SA và AC
- B. AB và BC
- C. SB và DA
- D. AC và DB

**Phương pháp**

Nếu hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và có một điểm chung duy nhất thì hai đường thẳng đó cắt nhau.

**Lời giải**

Hai đường thẳng SB và DA không cùng nằm trong mặt phẳng nào nên hai đường thẳng này không cắt nhau.  
 Các cặp đường thẳng còn lại đều cùng nằm trong một mặt phẳng và có một điểm chung duy nhất nên các cặp đường thẳng đó cắt nhau.



**Đáp án C**

**Câu 18:** Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB và AC lần lượt lấy các điểm M và N sao cho

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} . \text{ Giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) là:}$$

- A. Đường thẳng qua D song song với MN
- B. Đường thẳng qua D song song với BC
- C. Cả A, B đều đúng
- D. Cả A, B đều sai

**Phương pháp**

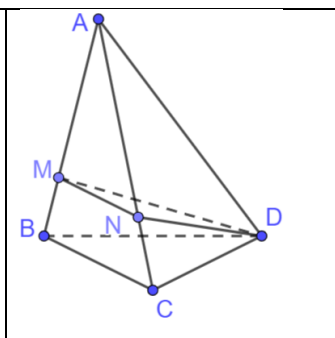
Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

**Lời giải**

Tam giác ABC có:  $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$  nên  $MN \parallel BC$ .

Vì mặt phẳng (DMN) đi qua đường thẳng MN, mặt phẳng (DBC) đi qua đường thẳng BC và D là điểm chung của hai mặt phẳng (DBC) và mặt phẳng (DMN). Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) là đường thẳng qua D song song với MN và BC.

**Đáp án C**



**Câu 19:** Cho hình chóp S. ABCD có ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng, AB, BC, CD, DA, PQ, có bao nhiêu đường thẳng song song với MN?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

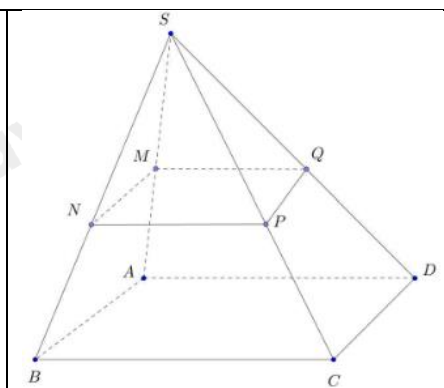
**Phương pháp**

Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**Lời giải**

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB. Do đó,  $MN \parallel AB$ .  
 Vì ABCD là hình bình hành nên  $AB \parallel CD$ .  
 Do đó,  $MN \parallel AB \parallel CD$ .  
 Vì P, Q lần lượt là trung điểm của SC, SD nên PQ là đường trung bình của tam giác SCD. Do đó,  $PQ \parallel DC$ .  
 Suy ra:  $MN \parallel AB \parallel CD \parallel PQ$   
 Vậy trong các đường thẳng AB, BC, CD, DA, PQ, có 3 đường thẳng song song với MN.

**Đáp án C**



**Câu 20:** Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số thứ 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30; ... Bậc 1 có giá là 600 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ  $n+1$  tăng so với giá của bậc thứ  $n$  là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 345 số trong tháng 1. Hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị là đồng)

- A. 322 623,28 đồng
- B. 320 622,28 đồng
- C. 321 621,28 đồng
- D. 324 620,28 đồng

**Phương pháp**

Cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$  với  $n \geq 2$

Cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1$  và công bội  $q$  khác 0. Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Khi đó:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

**Lời giải**

Gọi  $u_1$  là số tiền phải trả cho 10 số điện đầu tiên, khi đó,  $u_1 = 600.10 = 6\,000$  (đồng).

$u_2$  là số tiền phải trả cho các số điện từ 11 đến 20:  $u_2 = u_1(1 + 0,025)$  (đồng)

$u_3$  là số tiền phải trả cho các số điện từ 21 đến 30:  $u_3 = u_2(1 + 0,025) = u_1(1 + 0,025)^2$  (đồng)

...

$u_{34}$  là số tiền phải trả cho các số điện từ 331 đến 340:  $u_{34} = u_1(1 + 0,025)^{33}$  (đồng)

Số tiền phải trả cho 340 số điện đầu tiên là:  $S_1 = u_1 \frac{1 - (1 + 0,025)^{34}}{1 - (1 + 0,025)} \approx 315\,677,31$  (đồng)

Số tiền phải trả cho các số điện từ 341 đến 345 là:  $S_2 = 5.600(1 + 0,025)^{34} \approx 6\,945,97$  (đồng)

Vậy tháng 1 gia đình ông A phải trả số tiền là:  $315\,677,31 + 6\,945,97 = 322\,623,28$  (đồng)

**Đáp án A****Phần tự luận (5 điểm)****Bài 1. (1,5 điểm)**

1) Giải các phương trình sau:

a)  $8\sin^3 x - 1 = 0$

b)  $\sin 4x + \cos 5x = 0$

2) Li độ  $s$ (cm) của một con lắc đồng hồ theo thời gian  $t$  (giây) cho bởi hàm số  $s = 2\cos \pi t$ . Dựa vào đồ thị của hàm số cosin, hãy xác định các thời điểm  $t$  trong 1 giây đầu tiên thì li độ  $s$  nằm trong đoạn  $[-1; 1]$ (cm).

3) Cho phương trình  $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$ . Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng  $(0; 2020)$

**Phương pháp**

1) a) Xét phương trình  $\sin x = m$

\* Nếu  $|m| > 1$  thì phương trình vô nghiệm.

\* Nếu  $|m| \leq 1$  thì phương trình có nghiệm:  $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ , với  $\alpha$  là

góc thuộc  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  sao cho  $\sin \alpha = m$

b) + Xét phương trình  $\cos x = m$

\* Nếu  $|m| > 1$  thì phương trình vô nghiệm.

\* Nếu  $|m| \leq 1$  thì phương trình có nghiệm:  $x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$  và  $x = -\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ , với  $\alpha$  là góc

thuộc  $[0; \pi]$  sao cho  $\cos \alpha = m$

2) Sử dụng kiến thức  $-1 \leq \sin x \leq 1$

3)  $\cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}), \tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$



**Lời giải**

$$1) a) 8 \sin^3 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin^3 x = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có họ nghiệm là  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

$$b) \sin 4x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x = -\sin 4x \Leftrightarrow \cos 5x = \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right)$$

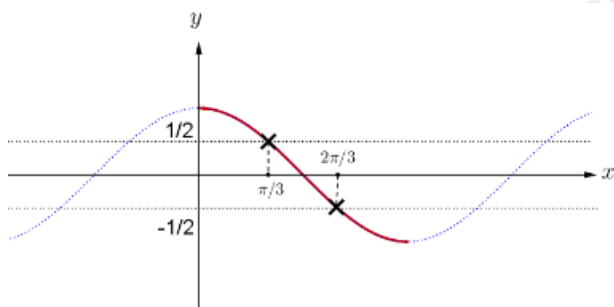
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 4x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 5x = -\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có họ nghiệm là  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{9} (k \in \mathbb{Z})$

$$2) \text{ Ta có: } s \in [-1; 1] \text{ nên } -1 \leq 2 \cos \pi t \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos \pi t \leq \frac{1}{2}$$

Trong 1 giây đầu tiên:  $0 \leq t \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \pi t \leq \pi$

Đồ thị hàm số  $y = \cos x$  trên  $[0; \pi]$ :



Dựa vào đồ thị ta thấy:  $-\frac{1}{2} \leq \cos \pi t \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{3} \leq \pi t \leq \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq \frac{2}{3}$

Vậy  $t \in \left[\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$ .

$$3) \sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x) \Leftrightarrow \sin^{2018} x(1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2018} x(1 - 2\cos^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin^{2018} x \cos 2x - \cos^{2018} x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \end{cases}$$

$$+ \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \quad (1)$$

$$+ \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \Leftrightarrow \tan^{2018} x = 1 \quad (\text{do } x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ không là nghiệm của phương trình})$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \pm 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:  $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$  là nghiệm của phương trình đã cho.

Do  $x \in (0; 2020)$  nên  $0 < \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 2020 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < k < \frac{8080 - \pi}{2\pi}$ . Mà  $k$  là số nguyên nên  $k \in \{0; 1; 2; \dots; 1285\}$

Vậy tổng các nghiệm của  $x$  thuộc khoảng  $(0; 2020)$  là:

$$1286 \cdot \frac{\pi}{4} + (1 + 2 + \dots + 1285) \frac{\pi}{2} = \frac{643\pi}{2} + \frac{1285 \cdot 1286}{4} \cdot \pi = 413\,449\pi$$

### Bài 2. (1,5 điểm)

a) Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 + 2u_5 = 0$  và  $S_4 = 14$ . Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng.

b) Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 2(3^n)$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm công thức truy hồi của dãy số trên?

#### Phương pháp

a) Nếu một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức:  $u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2$

Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Khi đó:  $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$

b) Công thức truy hồi là hệ thức biểu thị số hạng thứ  $n$  của dãy số qua số hạng (hay vài số hạng) đứng trước nó.

#### Lời giải

a) Ta có:  $u_1 + 2u_5 = 0 \Leftrightarrow u_1 + 2(u_1 + 4d) = 0 \Leftrightarrow 3u_1 + 8d = 0$ ;

$$S_4 = 14 \Leftrightarrow \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 14 \Leftrightarrow 2u_1 + 3d = 7$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3u_1 + 8d = 0 \\ 2u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \\ d = -3 \end{cases}$$

b) Ta có:  $u_1 = 2 \cdot 3^1 = 6, u_2 = 2 \cdot 3^2 = 18 = 3u_1, u_3 = 2 \cdot 3^3 = 54 = 3u_2, u_4 = 2 \cdot 3^4 = 162 = 3u_3$

Do đó, công thức truy hồi của dãy số trên là:  $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, n > 1 \end{cases} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$

**Bài 3. (1,0 điểm)** Cho tứ diện SABC. Trên SA, SB và SC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

#### Phương pháp

Nếu hai mặt phân biệt (P) và (Q) có điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất  $d$  chứa tất cả các điểm chung của hai mặt phẳng đó. Đường thẳng  $d$  đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q), kí hiệu  $d = (P) \cap (Q)$

**Lời giải**

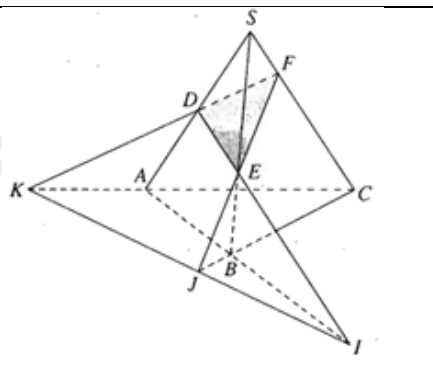
Trong mặt phẳng (SAB), I là giao điểm của DE và AB.

Ta có:  $I \in DE \subset (DEF), I \in AB \subset (ABC)$

Lí luận tương tự ta có J, K đều thuộc hai mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (DEF).

Do đó, 3 điểm I, J, K đều thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (DEF).

Do đó, 3 điểm I, J, K thẳng hàng.



**Bài 4. (1,0 điểm)**

a) Cho tứ diện ABCD có  $G_1, G_2$  lần lượt là trọng tâm tam giác ACD và tam giác BCD. Gọi I, M, N lần lượt là trung điểm của CD, IA, IB. Tứ giác  $G_1G_2NM$  là hình gì?

b) Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD. N thuộc cạnh AB thỏa mãn  $AB = 3NA$ . Gọi E là trung điểm của AD, F là giao điểm của NE và BC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EFS) và mặt phẳng (EGN)

**Phương pháp**

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

**Lời giải**

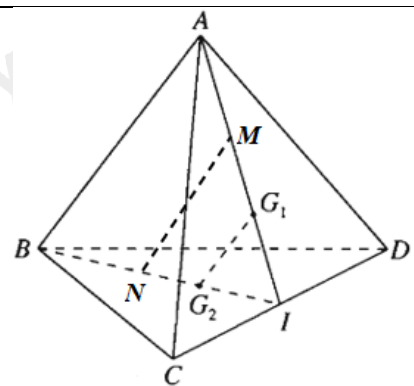
a) Vì  $G_1$  là trọng tâm tam giác ADC nên  $\frac{IG_1}{IA} = \frac{1}{3}$

Vì  $G_2$  là trọng tâm tam giác BDC nên  $\frac{IG_2}{IB} = \frac{1}{3}$

Do đó,  $\frac{IG_2}{IB} = \frac{IG_1}{IA}$  nên  $G_1G_2 \parallel AB$

Vì M, N lần lượt là trung điểm của IA, IB nên  $MN \parallel AB$ .

Do đó,  $MN \parallel G_1G_2$ . Vậy tứ giác  $G_1G_2NM$  là hình thang.



b) Vì G là trọng tâm của tam giác SAD nên  $\frac{EG}{ES} = \frac{1}{3}$

Lại có:  $DE \parallel CF$  nên  $\frac{NE}{NF} = \frac{NA}{NB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{NE}{EF} = \frac{1}{3}$

Tam giác SEF có:  $\frac{EG}{ES} = \frac{NE}{EF}$  nên  $GN \parallel SF$  (định lý Thalès đảo).

Vì mặt phẳng (ENG) chứa NG, mặt phẳng (SEF) đi qua SF, và E là điểm chung của hai mặt phẳng (ENG) và (SEF). Do đó, giao tuyến của hai mặt phẳng (EFS) và mặt phẳng (EGN) là đường thẳng qua E và song song với GN, SF.

