

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 6

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Phần trắc nghiệm

Câu 1: B	Câu 2: C	Câu 3: D	Câu 4: A
----------	----------	----------	----------

Câu 1. Căn bậc hai của 9 là:

- A. 3
 B. ± 3
 C. -3
 D. ± 81

Phương pháp

Dựa vào kiến thức về căn bậc 2.

Lời giảiCăn bậc hai của số 9 là ± 3 .**Đáp án B.**Câu 2. $\sqrt{3-5x}$ xác định khi và chỉ khi

- A. $x > \frac{3}{5}$.
 B. $x < \frac{3}{5}$.
 C. $x \leq \frac{3}{5}$.
 D. $x \geq \frac{3}{5}$.

Phương pháp

Biểu thức chứa căn bậc hai xác định khi biểu thức trong căn lớn hơn hoặc bằng 0.

Lời giảiBiểu thức xác định khi $3-5x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{5}$.**Đáp án C.**

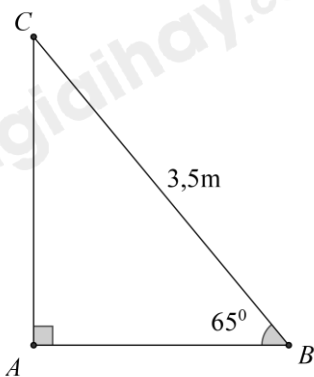
Câu 3. Một cái thang dài 3,5 m đặt dựa vào tường, góc “an toàn” giữa thang và mặt đất để thang không đổ khi người trèo lên là 65° . Khoảng cách “an toàn” từ chân tường đến chân thang (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) là:

- A. 1,4 m.
 B. 1,48 m.
 C. 1 m.
 D. 1,5 m.

Phương pháp

Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn.

Lời giải



Chiều dài thang là $BC = 3,5 \text{ m}$.

Góc “an toàn” là $ABC = 56^\circ$.

Khoảng cách an toàn là AB .

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn cho tam giác vuông ABC ta có:

$$\cos B = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \cos B = 3,5 \cdot \cos 65^\circ \approx 1,5 \text{ m}.$$

Đáp án D.

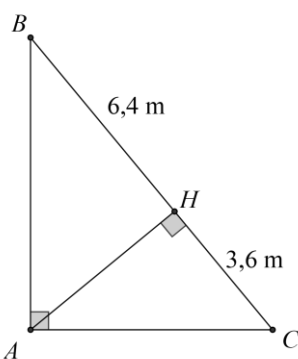
Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài $3,6 \text{ cm}$ và $6,4 \text{ cm}$. Độ dài một trong các cạnh góc vuông là

- A. 8 cm .
- B. $4,8 \text{ cm}$.
- C. 64 cm .
- D. 10 cm .

Phương pháp

Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Lời giải



Giả sử $HC = 3,6 \text{ cm}$ và $HB = 6,4 \text{ cm} \Rightarrow BC = HC + HB = 10 \text{ cm}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông ABC ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC = 6,4 \cdot 10 = 64 \Rightarrow AB = 8 \text{ cm}$$

Đáp án A.

Phần tự luận.

Bài 1 (1,5 điểm) Thực hiện phép tính.

a) $\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$.

b) $\frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1}$.

c) $\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{28}$.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc tính với căn bậc hai.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} \\ & = \sqrt{4 \cdot 5} + 2\sqrt{9 \cdot 5} - 15 \frac{\sqrt{5}}{5} \\ & = 2\sqrt{5} + 2 \cdot 3\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ & = 5\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1} \\ & = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12}{\sqrt{7} - 1} \\ & = \frac{\sqrt{7} \cdot (\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} + \frac{12(\sqrt{7} + 1)}{(\sqrt{7})^2 - 1} \\ & = \sqrt{7} + \frac{12(\sqrt{7} + 1)}{6} \\ & = \sqrt{7} + 2(\sqrt{7} + 1) \\ & = 3\sqrt{7} + 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{28} \\ & = \sqrt{(1 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{4 \cdot 7} \\ & = |1 + \sqrt{7}| - 2\sqrt{7} \\ & = 1 + \sqrt{7} - 2\sqrt{7} \\ & = 1 - \sqrt{7}. \end{aligned}$$

Bài 2 (2 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{7x-3} = 5$.

b) $5\sqrt{4x-16} - \frac{7}{3}\sqrt{9x-36} = 36 - 3\sqrt{x-4}$.

c) $\sqrt{x^2-36} - \sqrt{x-6} = 0$.

d) $x^2 + 2 = \sqrt{3-4x+2x^2+4x^3}$.

Phương pháp

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

- a) Bình phương hai vế để tìm x.
- b) Rút nhân tử chung ra ngoài để nhóm nhân tử chung.
- c) Sử dụng hằng đẳng thức để nhóm nhân tử chung.
- d) Bình phương hai vế để tìm x.

Lời giải

a) Điều kiện: $x \geq \frac{3}{7}$.

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $7x - 3 = 25 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{4\}$.

b) Điều kiện: $x \geq 4$.

$$5\sqrt{4x-16} - \frac{7}{3}\sqrt{9x-36} = 36 - 3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{4(x-4)} - \frac{7}{3}\sqrt{9(x-4)} = 36 - 3\sqrt{x-4} \Leftrightarrow 10\sqrt{x-4} - \frac{7}{3} \cdot 3\sqrt{x-4} = 36 - 3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-4} = 36 \Leftrightarrow \sqrt{x-4} = 6 \Leftrightarrow x-4 = 36 \Leftrightarrow x = 40 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{40\}$.

c) Điều kiện: $x \geq 6$.

$$\sqrt{x^2 - 36} - \sqrt{x - 6} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x - 6} \cdot \sqrt{x + 6} - \sqrt{x - 6} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x - 6}(\sqrt{x + 6} - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x - 6} = 0 \\ \sqrt{x + 6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 (tm) \\ x = -5 (L) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{6\}$.

d) Điều kiện: $3 - 4x + 2x^2 + 4x^3 \geq 0$.

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$x^4 + 4x^2 + 4 = 3 - 4x + 2x^2 + 4x^3 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (1)$$

Nhận xét: $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình (1), chia cả hai vế của phương trình (1) cho x^2 ta được:

$$x^2 - 4x + 2 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 4\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Đặt } x - \frac{1}{x} = a \Rightarrow a^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2.$$

$$\text{Phương trình (2) trở thành: } a^2 + 2 - 4a + 2 = 0 \Leftrightarrow (a - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2.$$

$$\text{Với } a = 2 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2}\}$.

Bài 3 (2 điểm) Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ và $P = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2 + 8\sqrt{x}}{x - 1} - \frac{2}{1 - \sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 5$

a) Tính giá trị của M khi $x = 9$.

b) Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1}$.

c) Đặt $Q = M \cdot P + \frac{x - 5}{\sqrt{x}}$. Hãy so sánh Q với 3.

Phương pháp

a) Kiểm tra $x = 9$ có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Thay M và Q bằng biểu thức rút gọn để có Q. Tính $Q - 3$, so sánh với 0.

Lời giải

a) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào M ta được:

$$M = \frac{\sqrt{9} - 1}{\sqrt{9}} = \frac{3 - 1}{3} = \frac{2}{3}. \text{ Vậy } x = 9 \text{ thì } M = \frac{2}{3}.$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2 + 8\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{2}{\sqrt{x} - 1} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 1) + 2 + 8\sqrt{x} + 2(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \\ &= \frac{x - 3\sqrt{x} + 2 + 2 + 8\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{x + 7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 6)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1} \end{aligned}$$

(điều phải chứng minh).

$$\text{Vậy } P = \frac{\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x} - 1}.$$

c) Ta có:

$$Q = M.P + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1} + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}} + \frac{x-5}{\sqrt{x}} = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Xét } Q - 3 = \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - 3 = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} > 0 \text{ với mọi } x > 0; x \neq 1.$$

Do đó $Q > 3$.

Bài 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AK .

a) Giải tam giác ACK biết $C = 30^\circ, AK = 3$ cm.

b) Chứng minh $AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$.

c) Biết $BC = 5$ cm, $B = 68^\circ, C = 30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn chữ số thập phân thứ nhất).

d) Vẽ hình chữ nhật $CKAD$, DB cắt AK tại N . Chứng minh rằng $\frac{1}{AK^2} = \frac{\cot^2 ACB}{DN^2} + \frac{1}{DB^2}$.

Phương pháp

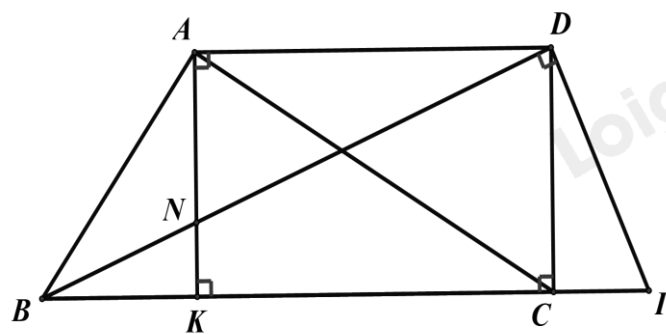
a) Sử dụng các kiến thức về tam giác để giải tam giác.

b) Biểu diễn tỉ số lượng giác $\cot B$ và $\cot C$ theo AK và BC để chứng minh.

c) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC$. Sử dụng các tỉ số lượng giác để tính AK .

d) Kẻ $DI \perp BD$ tại D . Chứng minh $\triangle ADN \sim \triangle CDI$ ($g - g$) suy ra tỉ lệ của các cạnh tương ứng để chứng minh điều phải chứng minh.

Lời giải



a) Xét tam giác ACK vuông tại K có $C = 30^\circ \Rightarrow B = 60^\circ$ (theo định lí tổng ba góc trong tam giác).

$$\sin C = \frac{AK}{AC} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{3}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = 6 \text{ (cm)}$$

Theo định lí Pitago trong tam giác vuông ACK ta có $KC = \sqrt{AC^2 - AK^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ (cm).

b) Xét tam giác vuông AKB ta có $\cot B = \frac{BK}{AK}$

Xét tam giác vuông AKC ta có $\cot C = \frac{KC}{AK}$

$$\text{Nên } \cot B + \cot C = \frac{BK}{AK} + \frac{KC}{AK} = \frac{BK + KC}{AK} = \frac{BC}{AK}$$

$$\text{Vậy } AK = \frac{BC}{\cot B + \cot C} \text{ (đpcm).}$$

c) Xét tam giác vuông AKB ta có $\tan B = \frac{AK}{BK} \Rightarrow AK = \tan B \cdot BK$

Xét tam giác vuông AKC ta có $\tan C = \frac{AK}{CK} \Rightarrow AK = \tan C \cdot CK$

Từ đó ta có $\tan B \cdot BK = \tan C \cdot KC \Rightarrow \frac{\tan B}{\tan C} = \frac{KC}{BK} \Rightarrow \frac{\tan 68^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{KC}{BK} \Rightarrow \frac{KC}{BK} \approx 4,3 = \frac{43}{10}$.

Mà $KC = BC - BK = 5 - BK \Rightarrow \frac{5 - BK}{BK} = \frac{43}{10} \Rightarrow \frac{5}{BK} = \frac{53}{10}$.

Vậy $BK = 0,9$; $KC = 4,1$.

Xét tam giác vuông AKC có

$\tan C = \frac{AK}{CK} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AK}{CK} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AK}{CK} \Rightarrow AK = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot CK = 2,4$ (cm).

Vậy $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2,4 \cdot 5 = 6$ (cm²).

d) Kẻ $DI \perp BD$ tại D khi đó $\angle ADN = \angle CDI$ (cùng phụ với $\angle CDN$),

Khi đó $\triangle ADN \sim \triangle CDI$ ($g - g$)

Suy ra $\frac{AD}{CD} = \frac{AN}{CI} = \frac{DN}{DI} \Rightarrow AD \cdot DI = DN \cdot DC \Rightarrow \frac{DN}{DI} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{ND^2}{DI^2} = \frac{AD^2}{DC^2}$

Vì $AK = DC$ (tính chất hcn)

$\angle ACB = \angle DAC \Rightarrow \cot^2 \angle ACB = \cot^2 \angle DAC = \frac{AD^2}{DC^2} = \frac{ND^2}{DI^2}$

Điều cần chứng minh tương đương với

$\frac{1}{DC^2} = \frac{ND^2}{DI^2 \cdot DN^2} + \frac{1}{DB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DB^2}$ (luôn đúng theo hệ thức lượng trong tam giác vuông BDI có đường cao DC). (đpcm).