

## ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 9

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

## Bài 1 (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}}$  và  $B = \frac{x-3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{2}{3-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 9$ .

- Tính giá trị của biểu thức  $A$  với  $x = 0,25$ .
- Rút gọn biểu thức  $B$ .
- Cho  $P = \frac{B}{A}$ . Chứng minh rằng  $P < 1$  với mọi giá trị  $x$  thỏa mãn điều kiện.

## Phương pháp

- Kiểm tra  $x = 0,25$  có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức  $A$  để tính.
- Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.
- Tính  $P = \frac{B}{A}$ . Chứng minh  $P - 1 < 0$ .

## Lời giải

- Tính giá trị của biểu thức  $A$  với  $x = 0,25$ .

Thay  $x = 0,25$  (tmdk) vào biểu thức  $A$  ta được:

$$A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} = \frac{\sqrt{0,25+1}}{\sqrt{0,25-3}} = \frac{0,5+1}{0,5-3} = \frac{1,5}{-2,5} = -\frac{3}{5}$$

- Rút gọn biểu thức  $B$ .

$$B = \frac{x-3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} - \frac{2}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9.$$

$$B = \frac{x-3}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{2}{\sqrt{x-3}}$$

$$B = \frac{x-3+\sqrt{x-3}+2(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+3})}{(\sqrt{x+3})(\sqrt{x-3})}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$$

c) Cho  $P = \frac{B}{A}$ . Chứng minh rằng  $P < 1$  với mọi giá trị  $x$  thỏa mãn điều kiện:  $x \geq 0$ ;  $x \neq 9$ .

$$P = \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} : \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-3}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-3})}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+1})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$$

$$\text{Xét } P - 1 = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - 1 = \frac{-1}{\sqrt{x+1}}$$

Vì  $\sqrt{x+1} > 0$ ;  $-1 < 0$  nên  $\frac{-1}{\sqrt{x+1}} < 0$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 9$ .

$\Rightarrow P - 1 < 0$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 9$ .

**Bài 2 (2,0 điểm)** Tìm  $x$ , biết

$$\text{a) } \sqrt{25x+75} + 15 \cdot \sqrt{\frac{x+3}{25}} = 2 + 4\sqrt{x+3}$$

$$\text{b) } \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 3$$

**Phương pháp**

Xác định điều kiện xác định của phương trình.

a) Đưa các hệ số ra ngoài căn, nhóm nhân tử chung để tìm  $x$ .

b) Sử dụng hằng đẳng thức để biến đổi về trái về trị tuyệt đối để tìm  $x$ .

**Lời giải**

$$\text{a) } \sqrt{25x+75} + 15 \cdot \sqrt{\frac{x+3}{25}} = 2 + 4\sqrt{x+3}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+3} + 3 \cdot \sqrt{x+3} = 2 + 4\sqrt{x+3}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x+3} + 3 \cdot \sqrt{x+3} - 4\sqrt{x+3} = 2$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x+3} = 2 \quad (\text{đk: } x \geq -3)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+3} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x+3 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-11}{4} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{-11}{4}$

$$\text{b) } \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 3 \quad (\text{đk: } x \geq -\frac{3}{2})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow |x-1| = 2x+3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+3 \\ x-1 = -2x-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+3 \\ x-1 = -2x-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ 3x = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 & (L) \\ x = \frac{2}{3} & (TM) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{2}{3}$

### Bài 3 (1,5 điểm)

Một chiếc thang dài 3,5 m. Cần đặt chân thang cách tường một khoảng bằng bao nhiêu để nó tạo với phương nằm ngang của mặt đất một góc an toàn  $65^\circ$ . (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

#### Phương pháp

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính.

#### Lời giải

Theo đề bài ta có hình vẽ sau

Ta có  $BC = 3,5\text{ m}$ ;  $\angle ABC = 65^\circ$

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , có:

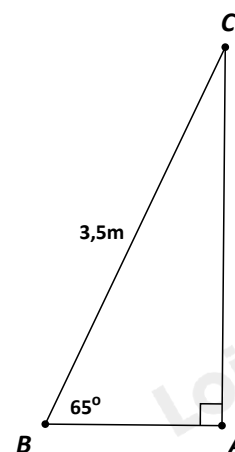
$$\cos \angle ABC = \frac{AB}{BC} \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow \cos 65^\circ = \frac{AB}{3,5}$$

$$\Rightarrow AB = 3,5 \cdot \cos 65^\circ$$

$$\Rightarrow AB \approx 1,48\text{ m}$$

Vậy cần đặt thang sao cho chân thang cách tường khoảng 1,48 m



### Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$ , đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$ , lấy điểm  $C$  trên  $Ax$  ( $AC > R$ ). Từ  $C$  kẻ tiếp tuyến tại  $D$  với  $(O)$  ( $D$  là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm  $A, C, D, O$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $OC \parallel BD$ .

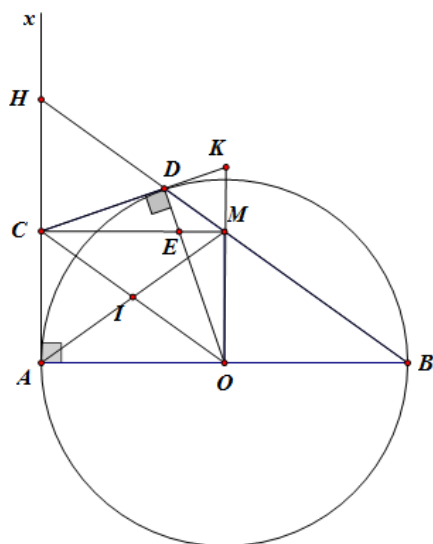
c) Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt tia  $BD$  tại  $M$ . Chứng minh  $OMCD$  là hình bình hành.

d) Gọi  $K$  là giao điểm của  $CD$  và  $OM$ ,  $E$  là giao điểm của  $CD$  và  $OD$ ;  $I$  là giao điểm của  $AM$  và  $OC$ .  
 Chứng minh  $E, K, I$  thẳng hàng.

**Phương pháp**

- a) Chứng minh tam giác  $AOC$  và  $DOC$  thuộc đường tròn đường kính  $OC$ .
- b) Chứng minh  $OC \perp AD$  và  $BD \perp AD$  nên  $OC \parallel BD$ .
- c) Chứng minh  $OMCD$  có cặp cạnh đối song song và bằng nhau.
- d) Chứng minh  $KE$  vuông góc với  $CO$  tại  $I$ .

**Lời giải**



a) Chứng minh tam giác  $AOC$  vuông tại  $A$  nên  $A$  thuộc đường tròn đường kính  $OC$   
 Chứng minh tam giác  $DOC$  vuông tại  $D$  nên  $D$  thuộc đường tròn đường kính  $OC$   
 Do đó bốn điểm  $A, C, D, O$  cùng thuộc một đường tròn đường kính  $OC$ .

b) Xét  $(O)$  có:  $CA, CD$  là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại  $C$  (gt)

Suy ra:  $CA = CD$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra:  $C$  thuộc trung trực của  $AD$  (1)

Lại có:  $OA = OD = R$

Suy ra  $O$  thuộc đường tròn đường kính  $AD$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $OC$  là đường trung trực của  $AD$

Suy ra:  $OC \perp AD$

Ta lại chứng minh được :  $BD \perp AD$

$\Rightarrow OC \parallel BD$

c) Kéo dài  $BD$  cắt  $AC$  tại  $H$

$$\text{Do } \left. \begin{array}{l} OA = OB \\ CO \parallel BD \end{array} \right\} \Rightarrow CA = CH$$

CM tương tự  $M$  là trung điểm của  $HB$

Xét tam giác  $AHB$  có

$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ CA = CH \end{array} \right\} \Rightarrow CO = \frac{1}{2}HB$$

$$\Rightarrow MB = CO$$

Mà  $MB \parallel CO$

Suy ra  $OMCD$  là hình bình hành.

d) Chứng minh  $AOMC$  là hình chữ nhật

$$\Delta KMC = \Delta KDO \Rightarrow KC = KO \Rightarrow \Delta KOC \text{ cân tại } K$$

$$\left. \begin{array}{l} OD \perp OB \\ \text{Mà } CM \perp KO \\ CM \cap DO \equiv E \end{array} \right\} \Rightarrow EK \perp CO$$

$\Delta KOC$  cân tại  $K$ ;  $IC = IO$ ;  $EK \perp CO$  nên  $E, K, I$  thẳng hàng.

**Bài 5 (0,5 điểm)** Cho  $x, y, z$  là các số thực không âm thỏa mãn  $x + y + z = 1$ . Tính giá trị biểu thức

$$P = \sqrt{2x^2 + x + 1} + \sqrt{2y^2 + y + 1} + \sqrt{2z^2 + z + 1}$$

**Phương pháp**

Dựa vào giả thiết suy ra với  $0 \leq a \leq 1$  thì  $2a^2 + a + 1 \leq (a+1)^2$  để tính giá trị biểu thức P.

**Lời giải**

Do  $x + y + z \leq 1$  và  $x, y, z$  là các số thực không âm

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq x \Rightarrow x^2 + x^2 + x + 1 \leq x^2 + x + x + 1 \Rightarrow 2x^2 + x + 1 \leq (x+1)^2$$

$$\text{Tương tự: } \Rightarrow 0 \leq y \leq 1 \Rightarrow 2y^2 + y + 1 \leq (y+1)^2$$

$$\Rightarrow 0 \leq z \leq 1 \Rightarrow 2z^2 + z + 1 \leq (z+1)^2$$

$$\text{Nên } P = \sqrt{2x^2 + x + 1} + \sqrt{2y^2 + y + 1} + \sqrt{2z^2 + z + 1} \leq x + 1 + y + 1 + z + 1$$

$$P \leq (x + y + z) + 3 = 4 \Rightarrow P_{\max} = 4$$

Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = 0; z = 1$  hoặc  $\Leftrightarrow x = z = 0; y = 1$  hoặc  $\Leftrightarrow y = z = 0; x = 1$