

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 11

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: Tính

a) $\sqrt{50} + \sqrt{32} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{8}$

b) $\frac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Lời giải:

a) $\sqrt{50} + \sqrt{32} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{8}$

$$= \sqrt{25 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2} - 3\sqrt{9 \cdot 2} + 4\sqrt{4 \cdot 2}$$

$$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{2}$$

b) $\frac{5-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$

$$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2} - \sqrt{5-2\sqrt{5}+1}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$$

$$= \sqrt{5} - |\sqrt{5}-1|$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{5} + 1$$

$$= 1$$

Câu 2: Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 5$

b) $3\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8} + 4\sqrt{\frac{9x-18}{4}} = 14$

c) $\sqrt[3]{4x-1} = 3$

Phương pháp:

a) Đưa về phương trình trị tuyệt đối chia hai trường hợp

b) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

c) Lập phương 2 vế của phương trình

Lời giải:

$$a) \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x-1)^2} = 5$$

$$\Leftrightarrow |2x-1| = 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=5 \\ 2x-1=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=6 \\ 2x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{-2, 3\}$$

$$b) 3\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8} + 4\sqrt{\frac{9x-18}{4}} = 14$$

$$\text{TXĐ: } x \geq 2$$

$$pt \Leftrightarrow 3\sqrt{x-2} - \sqrt{4(x-2)} + 4\sqrt{\frac{9(x-2)}{4}} = 14$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-2} - 2\sqrt{x-2} + 6\sqrt{x-2} = 14$$

$$\Leftrightarrow 7\sqrt{x-2} = 14$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = 2$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 6(tm)$$

$$\text{Vậy } S = \{6\}$$

$$c) \sqrt[3]{4x-1} = 3$$

$$\text{TXĐ: } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$pt \Leftrightarrow 4x-1 = 3^3$$

$$\Leftrightarrow 4x-1 = 27$$

$$\Leftrightarrow 4x = 28$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

$$\Rightarrow S = \{7\}$$

Câu 3: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x-4}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$)

a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \leq -1$.

Phương pháp:

a) Kiểm tra $x = 9$ có thỏa mãn điều kiện hay không, sau đó thay vào biểu thức A để tính.

b) Xác định mẫu thức chung, quy đồng và thực hiện các phép toán với các phân thức đại số.

c) Tính $P = A.B$.

$$\text{Biến đổi } P \leq -1 \Leftrightarrow P+1 \leq 0$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0 \Leftrightarrow f(x) \geq 0, g(x) < 0 \text{ hoặc } f(x) \leq 0, g(x) > 0$$

Lời giải:

$$a) \text{ Với } x = 9(tmđk) \text{ thay vào A ta được: } A = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9} - 2} = \frac{3+2}{3-2} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\text{Vậy } x = 9 \text{ thì } A = 5.$$

$$b) B = \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{x - 4}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 10}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{3(\sqrt{x} - 2) - (\sqrt{x} + 10)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \frac{3\sqrt{x} - 6 - \sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

Vậy $B = \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

c) Ta có:

$$P = A.B$$

$$P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)^2}$$

$$\text{Đề } P \leq -1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} - 2)^2} \leq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 16}{(\sqrt{x} + 2)^2} + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 16 + x + 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 2)^2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x + 6\sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x} + 2)^2} \leq 0 (*)$$

$$\forall x \geq 0, x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2 \Rightarrow (\sqrt{x} + 2)^2 \geq 4 > 0$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x + 6\sqrt{x} - 12 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x + 6\sqrt{x} + 9 - 21 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 3)^2 - 21 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{21} \leq \sqrt{x} + 3 \leq \sqrt{21}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{21} - 3 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{21} - 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \leq \sqrt{21} - 3$$

$$\Leftrightarrow x \leq (\sqrt{21} - 3)^2$$

$$\Leftrightarrow x \leq 30 - 6\sqrt{21}$$

Kết hợp điều kiện: $x \geq 0, x \neq 4$ ta có $0 \leq x \leq 30 - 6\sqrt{21}$.

Vậy $0 \leq x \leq 30 - 6\sqrt{21}$.

Câu 4: Hãy tính chiều cao của tháp Eiffel mà không cần lên tận đỉnh tháp khi biết góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất là 62° và bóng của tháp trên mặt đất khi đó là 172m (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ nhất)

Phương pháp:

Vận dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Lời giải:

Bài toán được mô tả như hình vẽ

Chiều cao của tháp Eiffel là độ dài đoạn BH

Tam giác ABH vuông tại H nên ta có

$$BH = AH \cdot \tan BAH \text{ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow BH = 172 \cdot \tan 62^\circ = 323,5m$$

Vậy chiều cao của tháp Eiffel là 323,5m

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 12cm$, $AC = 16cm$. Kẻ đường cao AM. Kẻ $ME \perp AB$.

a) Tính BC, B, C .

b) Tính độ dài AM, BM .

c) Chứng minh $AE \cdot AB = AC^2 - MC^2$.

Phương pháp:

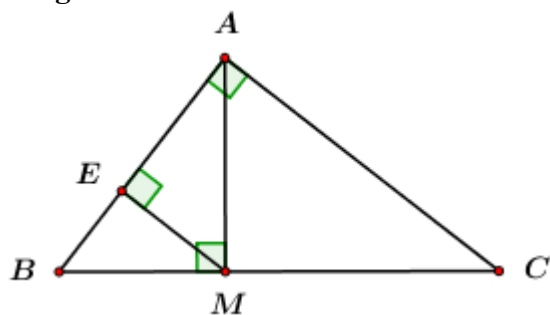
a) Sử dụng định lý Pitago để tính $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$.

Sử dụng các công thức về tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông và định lý tổng số đo của 3 góc trong tam giác để tính số đo của B, C .

b) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM \cdot BC = AB \cdot AC$ và $AB^2 = BM \cdot BC$.

c) Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A, có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE \cdot AB$ và định lý Pitago cho $\triangle AMC$ vuông tại M để chứng minh đẳng thức đề bài yêu cầu.

Lời giải:



a) Tính BC, B, C .

Áp dụng định lý Pitago cho $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20cm.$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{16}{20} = 0,8 \Rightarrow B \approx 53^\circ.$$

$$\Rightarrow C = 90^\circ - B = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ.$$

b) Tính độ dài AM, BM .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AM ta có: $AM \cdot BC = AB \cdot AC$

$$\Rightarrow AM = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{12 \cdot 16}{20} = 9,6(cm).$$

$$\text{Lại có: } AB^2 = BM \cdot BC \Rightarrow BM = \frac{AB^2}{BC} = \frac{12^2}{20} = 7,2 \text{ cm.}$$

Vậy $AM = 9,6 \text{ cm}$ và $BM = 7,2 \text{ cm}$.

c) **Chứng minh** $AE \cdot AB = AC^2 - MC^2$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác AMB vuông tại A , có đường cao ME ta có: $AM^2 = AE \cdot AB$

Áp dụng định lý Pitago cho $\triangle AMC$ vuông tại M ta có: $AM^2 = AC^2 - MC^2$

$$\Rightarrow AE \cdot AB = AC^2 - MC^2 (= AM^2) \text{ (đpcm).}$$

Câu 6: Chứng minh rằng nếu $xyz = 1$ thì $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = 1$.

Phương pháp:

Sử dụng linh hoạt giả thiết $xyz = 1$, chứng minh

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{yz+1}{1+y+yz}$$

$$\frac{1}{1+z+zx} = \frac{y}{y+yz+1}$$

Lời giải:

$$\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{1}{xyz+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{xyz}{x(yz+1+y)} + \frac{1}{1+y+yz} = \frac{yz+1}{1+y+yz}$$

$$\frac{1}{1+z+zx} = \frac{xyz}{xzy+z \cdot (xyz)+zx} = \frac{xyz}{xz(y+yz+1)} = \frac{y}{y+yz+1}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = \frac{yz+1}{1+y+yz} + \frac{y}{y+yz+1} = \frac{1+y+yz}{1+y+yz} = 1 \text{ (đpcm)}$$