ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ I – Đề số 12

Môn: Toán - Lớp 9

BIÊN SOẠN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Mục tiêu

- Ôn tập kiến thức về căn bậc hai, hệ thức lượng trong tam giác của chương trình sách giáo khoa Toán 9.

- Vận dụng linh hoạt lý thuyết đã học trong việc giải quyết các câu hỏi tự luận Toán học.

- Tổng hợp kiến thức dạng hệ thống, dàn trải các kiến thức chương trình Toán 9.

Câu 1: Thực hiện phép tính:

a) $4\sqrt{5}-3\sqrt{20}+\sqrt{45}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}-15\sqrt{\dfrac{1}{3}}+1$

Câu 2: Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{9x-27}-\dfrac{1}{2}\sqrt{4x-12}=6$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}+2=5$

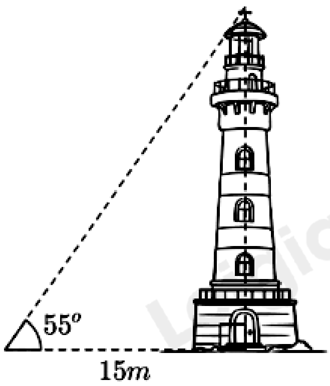
Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B<\dfrac{3}{2}$.

Câu 4: Một tòa tháp có bóng trên mất đất dài 15m, biết rằng góc tạo bởi tia nằng mặt trời với mặt đất là 55^0 (minh họa như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của tòa tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thức hai) bằng bao nhiêu?



Câu 5: Cho ΔEMF vuông tại M có đường cao MI. Vẽ $IP\perp ME\ (P\in ME)$, $IQ\perp MF\ (Q\in MF)$.

a) Cho biết $ME=4cm, \sin MFE=\dfrac{3}{4}$. Tính độ dài các đoạn EF, EI, MI.

b) Chứng minh $MP.PE+MQ.QF=MI^2$.

Câu 6: Cho 4 số thực dương *a, b, c, d* chứng minh rằng trong 4 số $a^2+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$; $b^2+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}$; $c^2+\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{a}$; $d^2+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ tồn tại ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3.

-------- Hết --------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN LOIGIAIHAY.COM

Câu 1: Thực hiện phép tính:

a) $4\sqrt{5}-3\sqrt{20}+\sqrt{45}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\frac{6}{\sqrt{3}}-15\sqrt{\frac{1}{3}}+1$

Phương pháp:

Công thức khai phương căn bậc hai, trục căn thức.

Cách giải:

a) $4\sqrt{5}-3\sqrt{20}+\sqrt{45}$

$=4\sqrt{5}-3\sqrt{4.5}+\sqrt{9.5}$
$=4\sqrt{5}-6\sqrt{5}+3\sqrt{5}$
$=\sqrt{5}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\frac{6}{\sqrt{3}}-15\sqrt{\frac{1}{3}}+1$

$=\left|\sqrt{3}-1\right|+\frac{6\sqrt{3}}{3}-15\sqrt{\frac{3}{9}}+1$
$=\sqrt{3}-1+2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+1$
$=-2\sqrt{3}$

Câu 2: Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{9x-27}-\frac{1}{2}\sqrt{4x-12}=6$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}+2=5$

Phương pháp:

a) Tìm điều kiện xác định, đưa các hệ số ra ngoài căn và rút gọn

b) Dùng $\sqrt{a^2}=|a|$ để bỏ căn bậc hai và giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Cách giải:

a) $\sqrt{x-3}+\sqrt{9x-27}-\frac{1}{2}\sqrt{4x-12}=6$

ĐKXĐ: $x\ge 3$

$$pt \Leftrightarrow \sqrt{x-3}+\sqrt{9(x-3)}-\frac{1}{2}\sqrt{4(x-3)}=6$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}+3\sqrt{x-3}-\sqrt{x-3}=6$$
$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-3}=6$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}=2$$
$$\Leftrightarrow x-3=4$$
$$\Leftrightarrow x=7(TM)$$
$$\Rightarrow S=\{7\}$$

b) $\sqrt{x^2-2x+1}+2=5$

Đk: với mọi giá trị của x

$$pt \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2}+2=5$$
$$\Leftrightarrow |x-1|+2=5$$
$$\Leftrightarrow |x-1|=3$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=3 \\ x-1=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right.(tm)$$
$$\Rightarrow S=\{-2,4\}$$

Câu 3: Cho hai biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 9.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A-B<\dfrac{3}{2}$.

Phương pháp:

1) Kiểm tra giá trị của x có thỏa mãn điều kiện sau đó thay vào biểu thức và tính.

2) Vận dụng hằng đẳng thức $a-b=\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ xác định mẫu thức chung của biểu thức

Quy đồng các phân thức, thực hiện các phép toán từ đó rút gọn được biểu thức.

3) Tính hiệu $A-B$. Giải bất phương trình $A-B<\dfrac{3}{2}$

Cách giải:

1) Với x = 9 thỏa mãn điều kiện, thay vào A, ta được: $A=\dfrac{3\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{3.3}{3+2}=\dfrac{9}{5}$

Vậy với x = 9 thì $A=\dfrac{9}{5}$.

2) Với $x\ge 0, x\ne 4$, ta có:

$$B=\frac{x+4}{x-4}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{x+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{x+4-2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+4-2\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}(ĐPCM)$$

3) Ta có $A-B=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

$$=\frac{3\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Để $A-B<\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}<\frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{3}{2}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{2.2\sqrt{x}-3\left(\sqrt{x}+2\right)}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{4\sqrt{x}-3\sqrt{x}-6}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-6}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0$$

Vì $x\ge 0,x\ne 4\Rightarrow 2\left(\sqrt{x}+2\right)>0$

Do đó, $\sqrt{x}-6<0\Leftrightarrow\sqrt{x}<6\Leftrightarrow x<36$

Kết hợp điều kiện: $x\ge 0,x\ne 4\ \Rightarrow 0\le x<36,x\ne 4$.

Mà x là số nguyên dương lớn nhất nên x = 35

Vậy $x = 35$.

Câu 4: Một tòa tháp có bóng trên mất đất dài 15m, biết rằng góc tạo bởi tia nằng mặt trời với mặt đất là 55^0 (minh họa như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của tòa tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thức hai) bằng bao nhiêu?

Phương pháp:

Vận dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông.

Cách giải:

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có: $= 15.\tan 55^0 \approx 21,42m$

Câu 5: Cho ΔEMF vuông tại M có đường cao MI. Vẽ $IP \perp ME\left(P \in ME\right)$, $IQ \perp MF\left(Q \in MF\right)$.

a) Cho biết $ME = 4cm, \sin MFE = \dfrac{3}{4}$. Tính độ dài các đoạn EF, EI, MI.

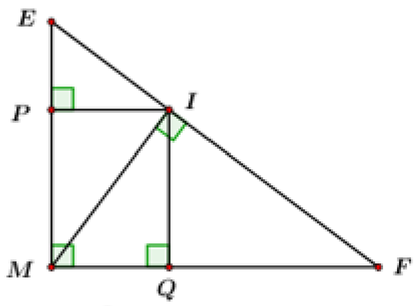
b) Chứng minh $MP.PE + MQ.QF = MI^2$.

Phương pháp:

a) Sử dụng hệ thức liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông để tính độ dài các cạnh EF, EI, MI.

b) Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để chứng minh đẳng thức.

Cách giải:



a) Cho biết $ME = 4cm, \sin MFE = \dfrac{3}{4}$. ***Tính độ dài các đoạn*** EF, EI, MI.

Xét ΔMEF vuông tại M ta có: $EF = \dfrac{ME}{\sin MFE} = \dfrac{4}{\frac{3}{4}} = \dfrac{16}{3}cm.$

$$\Rightarrow MF = \sqrt{EF^2 - ME^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 4^2} = \sqrt{\frac{112}{9}} = \frac{4\sqrt{7}}{3}cm.$$

Xét ΔMIF vuông tại I ta có: $MI = MF.\sin MFE = \dfrac{4\sqrt{7}}{3}.\dfrac{3}{4} = \sqrt{7}\,cm.$

Áp dụng định lý Pitago trong ΔMIE vuông tại I ta có:

$$EI = \sqrt{ME^2 - MI^2} = \sqrt{4^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2} = \sqrt{9} = 3cm.$$

Vậy $EF = \dfrac{16}{3}cm, EI = 3cm, MI = \sqrt{7}\,cm.$

b) Chứng minh $MP.PE+MQ.QF=MI^2$.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} IP\perp ME=\{P\} \\ IQ\perp MF=\{Q\} \end{cases}$

Xét tứ giác MPIQ ta có: $IPM=PMQ=MQI=90^0$

$\Rightarrow MPIQ$ là hình chữ nhật (dhnb).

$\Rightarrow \begin{cases} MP=IQ \\ PI=MQ \end{cases}$ (tính chất hình chữ nhật).

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMEI vuông tại I có đường cao IP ta có: $IP^2=MP.PE$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMFI vuông tại I có đường cao IQ ta có: $IQ^2=MQ.QF$.

$\Rightarrow MP^2=IQ^2=MQ.QF$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔMPI ta có:

$MI^2=MP^2+PI^2=MP.PE+MQ.QF\ (dpcm)$.

Câu 6: Cho 4 số thực dương *a, b, c, d* chứng minh rằng trong 4 số $a^2+\frac{1}{b}+\frac{1}{c};\ b^2+\frac{1}{c}+\frac{1}{d};$

$c^2+\frac{1}{d}+\frac{1}{a};d^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ tồn tại ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3.

Phương pháp:

Chứng minh bằng phản chứng

Cách giải:

Giả sử bốn số $a^2+\frac{1}{b}+\frac{1}{c};b^2+\frac{1}{c}+\frac{1}{d};c^2+\frac{1}{d}+\frac{1}{a};d^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ đều nhỏ hơn 3

Suy ra $a^2+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+b^2+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+c^2+\frac{1}{d}+\frac{1}{a}+d^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}<12 \quad (1)$

Ta lại có

$$a^2+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+b^2+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+c^2+\frac{1}{d}+\frac{1}{a}+d^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=a^2+b^2+c^2+d^2+\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}+\frac{2}{d}$$

$$a^2+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}\ge 3\sqrt[3]{a^2.\frac{1}{a}.\frac{1}{a}}=3\left(BDT\ Co-si\right)$$

Tương tự với b; c; d

Suy ra $a^2+b^2+c^2+d^2+\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}+\frac{2}{d}\ge 3.4=12\left(2\right)$

Từ (1) và (2) suy ra vô lý

Vậy tồn tại ít nhất 1 số không nhỏ hơn 3 (đpcm).